

HISTORIA DEL LIBRO MATEMÁTICO: UNA APROXIMACIÓN

CARLOS MANUEL DA COSTA CARBALLO

Escuela Universitaria de Biblioteconomía y Documentación (UCM)

«Nada puede conocerse de las cosas de este mundo sin saber las Matemáticas.»

(ROGER BACON)

Resumen: En este artículo analizamos el origen del libro matemático desde sus contenidos.

Palabras clave: Historia del libro, Matemáticas.

Abstract: In this article we have to analyze the origin of the mathematical book from it contents.

Key words: History of book, Mathematics.

I. ESBOZO DEL ORIGEN DE LA ESCRITURA

Hace algunos millones de años, nuestros antepasados sintieron la necesidad de expresarse y de comunicarse con los demás para lo cual utilizaron como herramienta básica de este tipo de información la pintura, sobre un soporte que eran las paredes de las cavernas que les servían de habitáculo para resguardarse de las inclemencias meteorológicas y de las fieras y enemigos que les acechaban.

Así pues, cualquier persona es productora de información desde el preciso momento en que aprende a leer, a escribir, sobre todo esto último ya que un documento no es otra cosa que la escritura, o cualquier otra forma de expresión, de un determinado conocimiento que queda reflejado sobre

un soporte. Desde esta perspectiva las pinturas rupestres de nuestros antepasados son información, es decir, todo aquello que se fija de alguna manera en un soporte para ser consultado después debemos considerarlo información:

«...es indudable que esos dibujos y pinturas tienen, al mismo tiempo, un carácter estético; es una primera forma de arte. Como es también, y sobre todo, un lenguaje escrito, sucede que los orígenes del dibujo y los de la escritura se confunden. Parece que el hombre debió empezar a dibujar, no tanto para fijar en la madera o la piedra bellas formas que encontrasen sus sentidos, como para traducir materialmente sus pensamientos»¹.

Aunque el sociólogo francés está hablando de los dibujos que los indios de América del Norte hacen en sus nurtunjas, waningas y churingas (que son unos instrumentos litúrgicos ligados al tótem de cada clan), no cabe duda de que podríamos hacer extensivo ese pensamiento a las primeras pinturas rupestres, es decir, la pintura es una forma de transmisión de los conocimientos, de los sentimientos, de los pensamientos; es un lenguaje.

Pero algunos años después, otros pueblos tienen esta misma necesidad de comunicación y surge la escritura cuneiforme de los asirios y la escritura jeroglífica que nos han legado los egipcios en sus papiros, pirámides, etc., es decir, con una nueva **herramienta** que era la escritura, con un **lenguaje** algo diferente al utilizado por el *homo sapiens* ya que este utilizaba el dibujo mientras que los otros utilizaban más el símbolo, aunque con un mismo **soporte** para preservar la información, nos legaron un excelente catálogo de costumbres gracias a la comunicación expresada en una de sus formas.

Después fue la imprenta la que se encargó de difundir más cantidad de información y de forma mucho más rápida. De este modo, podríamos seguir viendo múltiples ejemplos de hombres de otras civilizaciones y de otras épocas históricas que utilizando **lenguajes** diferentes y gracias a unas **herramientas** más o menos prácticas, plasmaron sobre un **soporte** la **información** que hoy en día podemos consultar e interpretar y que, de no haber sido por la iniciativa de aquellos hombres, nos enseña como fue nuestra existencia con anterioridad.

Ahora, en la recta final del siglo XX, la idea básica o fundamental es la misma, o sea, generar **información** aunque la **herramienta** y el **soporte**

¹ DURKHEIM, Émile: *Las formas elementales de la vida religiosa*. Madrid: Alianza Editorial (Colección: El Libro de Bolsillo, Sección: Humanidades, n.º 1615), 1993. *Op. cit.* en la p. 220.

varían, no así el **lenguaje** que es el mismo, bien en su forma escrita o en su representación por imágenes, es decir, hoy en día tenemos la **informática** para poder desarrollar estos aspectos.

De otra parte, sabemos que los pueblos que no conocen su historia se ven obligados a repetirla con todo lo que ello implica, es necesario que empecemos por el estudio de la *Historia del libro matemático*. Por lo tanto, la historia es importante. No se puede llegar a comprender los acontecimientos más recientes en cualquier campo del saber si no utilizamos la historia. ¿Cómo?, como una herramienta que nos permita realizar un seguimiento de las maneras en que se han ido produciendo esos acontecimientos de forma progresiva. Como dice Durkheim (1858-1917) en *Les formes élémentaires de la vie religieuse*:

«La historia es, en efecto, el único método de análisis explicativo que es posible aplicar. Sólo ella nos permite descomponer una institución en sus elementos constitutivos, pues nos los muestra naciendo en el tiempo unos después de otros. Por otra parte, situando cada uno de ellos en el conjunto de circunstancias en que ha nacido, pone a nuestro alcance el único medio que tenemos para determinar las causas que lo han provocado. Siempre que se intenta explicar un asunto humano tomado en un momento determinado del tiempo —ya se trate de una creencia religiosa, de una norma moral, de un precepto jurídico, de una técnica estética, de un régimen económico—, es preciso comenzar por remontarse hasta su forma más primitiva y más simple, buscar la enumeración de los caracteres por los que se define en este período de su existencia, y luego mostrar cómo, poco a poco, se ha desarrollado y complicado, cómo ha llegado hasta lo que es en el momento a considerar»².

II. LOS ALBORES

La primera preocupación de la humanidad, dentro de la órbita que estamos siguiendo fue, sin duda, el intentar solucionar de alguna manera el problema del cálculo matemático, es decir, poder determinar de alguna forma el número de las cosas que veían a su alrededor. La solución que se nos antoja en principio a este problema y en pleno siglo XX es sencilla, contar con los dedos de las manos. A este sistema primigenio de contar objetos se le ha llamado **sistema quinario** (cinco elementos). Pero sólo hay 10 dedos, por lo que pasar de esta cantidad debió entrañar enormes dificultades para nuestros antepasados.

² DURKHEIM, Émile (1993): *Ibidem. Op. cit.* en la p. 31.

El hombre del Paleolítico Superior (30.000 a 10.000 a. de C.), al no estar civilizado era muy observador, siendo bastante probable que los primeros cazadores y posteriormente los primeros comerciantes, aprendieron muy pronto a contar.

Es conocido que en este período las conchas se utilizaron además de para comer como adorno. Pero también se han encontrado unos cuantos millares de ellas que no solo no servían para comer sino que además no habían sido perforadas por el hombre prehistórico, por lo que no han podido ser utilizadas como adorno, si bien podemos pensar que se utilizaban para contar objetos, e incluso, algunos «osados investigadores» piensan que eran usadas como monedas³.

Esta necesidad de contar queda plasmada en la existencia de todo tipo de incisiones en las paredes de las cuevas e incluso en huesos de marfil, como el encontrado en 1937 en Vestonice (Moravia, Checoslovaquia). El hueso es el radio de una especie de lobo del Paleolítico Medio (100.000 a 30.000 a. de C.), con 55 muescas dispuestas en series de cinco.

Un poco más cerca de nuestra era, año 3.000 a. de C., nace una de las culturas más importantes de todas las épocas: Egipto. Por supuesto que no vamos a hablar de esta civilización, pero si que nos vamos a referir a aquellos aspectos de las matemáticas egipcias que nos interesan.

Las fuentes de información en este caso ya no son las cuevas. Ahora nos encontramos con los papiros. A finales del Imperio Medio, el Norte de Egipto es invadido por pueblos de origen asiático. Uno de estos invasores, los **hicsos**, son los que elaboran⁴ el documento matemático más antiguo que se posee por el momento: se trata del *papiro Rhind* (datado en el siglo XVII

³ «Los géneros *Nassa*, *Cerithium*, *Trochus* y *Columbella*, plantea la cuestión de si en aquella remota época estas raras conchas se utilizaban ya como moneda, como ocurría en África hace apenas unos años» [TATON, René (dir.) (1988): *En la aurora de la ciencia. Los tiempos prehistóricos. Historia general de las ciencias. Las antiguas ciencias del Oriente*. Barcelona: Ediciones Orbis, 1988, vol. 1 (11-23). *Op. cit.* en la p. 20].

⁴ Aunque mejor tendríamos que haber dicho reproducen, porque por los contenidos del documento se infiere que había habido una progresión desde tiempos pasados, que bien por tradición oral o bien porque no han llegado hasta nosotros los documentos primarios, por lo que se podrían considerar copias o adaptaciones de otros documentos compuestos en el Imperio Antiguo. Igual sucede con otros papiros, como por ejemplo el de Ebers, el Smith, etc. Es por lo tanto el Imperio Antiguo donde «...hay que remontarse para fechar los descubrimientos que fundaron o establecieron sólidamente la Matemática, la Astronomía, la Medicina. Ninguna obra científica de aquella época ha llegado hasta nosotros; pero los papiros matemáticos del Imperio Medio suponen numerosas experiencias más antiguas y una larga y lenta elaboración de la ciencia de los números» [TATON, René (dir.): *Las antiguas ciencias del Oriente: Egipto*. En: TATON, René (dir.): *Ibidem*, vol. 1 (27-87). *Op. cit.* en la p. 28].

a. de C.). Pero hay otros papiros en los que se puede ver el pensamiento matemático de los egipcios: papiro Moscú (de la misma época que el Rhind), *papiros de Kahun y de Berlín* (Imperio Medio), un manuscrito de cuero (en el British Museum) y una tablilla de madera (en el Museo de El Cairo).

¿Qué aporta la aritmética egipcia? En primer lugar, los egipcios tenían ya un sistema de numeración decimal con signos especiales para las unidades, decenas, centenas, etc.⁵, repitiendo los signos tantas veces como sea necesario hasta expresar la cifra deseada, lo cual era un grave inconveniente, como era también un gran inconveniente la falta de sistemática en la metrología antigua, y por lo tanto en la egipcia, que para cada medida (capacidad, peso, longitud, etc.) tenían una terminología individual con múltiples subdivisiones.

La aritmética egipcia tenía una ventaja sobre las demás, no era necesario aprenderse las cosas de memoria como por ejemplo nosotros, que ya desde nuestra tierna infancia nos acosan con la tabla de multiplicar, de dividir, etc. Veamos dos ejemplos:

1) Multiplicar 25 x 9:	1	9
	2	18
	4	36
	8	72
	16	144

En la columna de la izquierda se parte siempre desde la unidad y se va duplicando. En la de la derecha se pone el multiplicador (en este caso el 9) y se duplica también. A continuación, en la columna de la izquierda se buscan aquellas cifras que sumadas den como resultado el multiplicando (que recordemos era 25): el 1, el 8 y el 16 (su suma da 25). Hecho ésto, sumamos las cifras de la columna de la derecha que les corresponda a cada una de las anteriores (9 + 72 + 144) y ya tenemos el resultado: 225.

2) Dividir 312 : 6:	1	6
	2	12
	4	24
	8	48
	16	96
	32	192

⁵ Puede consultarse la numeración jeroglífica egipcia en la fig. 4 de la p. 33 de ТАТОН, René (dir.) (1988): *Las antiguas ciencias del Oriente: Egipto. Ibidem*, vol. 1 (27-87).

Ahora en vez de buscar en la columna izquierda, buscamos en la derecha las cifras que sumadas den como resultado el dividendo (que es 312), siendo estas cifras $24 + 96 + 192 = 312$. Buscamos en la de la izquierda las cifras que les corresponde (4; 16 y 32) y las sumamos, dando el resultado de la operación: 52.

Además los egipcios elevaban números al cuadrado, sabían extraer raíces cuadradas (para aplicar al cálculo de superficies agrícolas), calculaban progresiones aritméticas y geométricas, y manejaban ecuaciones de segundo grado.

Con ser esto muy importante para el período en que nos encontramos, el carácter aditivo (sumas de duplicaciones) de la aritmética egipcia fue un enorme handicap para el desarrollo de su Astronomía, pues los cálculos son enormemente complejos.

Vemos pues que la necesidad de contar es la que agudiza el ingenio de las personas de aquella civilización:

«Para poder administrar el conjunto del país, y aun sólo para conocer los recursos económicos y disponer de ellos, el Gobierno central y el provincial requieren, en un país que jamás llega a poseer una unidad monetaria de referencia, el desarrollo de una enorme contabilidad material. (...) Como todas las aritméticas, la egipcia se reduce, en último término, a un proceso único: contar»⁶.

Por lo tanto, el sistema social imperante en las cortes faraónicas, impuso este gran desarrollo de la contabilidad⁷.

Por las mismas fechas, 3.000 a. de C., aunque en otro lugar, Mesopotamia, surge otra cultura que tuvo su importancia en la ciencia. Se trata de la cultura sumerio-babilónica o sumerio-akkadia. Varios pueblos abarca esta nueva cultura (los asirios, los casitas, los hititas, los hurritas, etc.) cuya impronta más loable fue la tarea de compilación y transmisión de conocimientos que llevaron a cabo. La aportación más importante realizada en esta cultura es sin duda la **ciencia de las listas**, que empezaron siendo listas de signos ante la complejidad inicial de la escritura, y acabaron siendo

⁶ TATON, René (dir.) (1988): *Las antiguas ciencias del Oriente: Egipto. Ibidem*, vol. 1 (27-87). *Op. cit.* en las pp. 34-35.

⁷ «Todo comercio se operaba, pues, por trueque, incluso el indispensable para la vida. Además, según parece, la propiedad privada era muy limitada; la tierra pertenecía, en la mayor parte de los casos, al faraón o a los templos. Tal sistema social, en el que el individuo está por fuerza a cargo de quien los emplea, faraón o sacerdotes, implica, a falta de toda moneda, una enorme contabilidad material,...» [TATON, René (dir.) (1988): *Las antiguas ciencias del Oriente: Egipto. Ibidem*, vol. 1 (27-87). *Op. cit.* en la p. 41].

unos excelentes repertorios léxico-gráficos de casi todos los temas: minerales, plantas, animales, utensilios, vestidos, construcciones, alimentos, bebidas, dioses, estrellas, países, ríos, montañas, estrellas, oficios, clases sociales, partes del cuerpo humano, etc.

Las fuentes de información son bastante numerosas (textos de aplicación práctica, catálogos de referencias, colecciones de problemas resueltos sin explicación ni justificación, etc.) pero generalmente anónimas, sin datar y sin contenidos teóricos, por lo que cabe suponer que la transmisión real de conocimientos era oral. Hasta ahora hemos visto que debían resolver problemas materiales cotidianos, y eso es lo que nos encontramos en los documentos, no habiendo bases teóricas en ninguno de ellos, por eso es «ciencia a medias» lo que estamos analizando.

Hay un componente mágico-adoratorio, muy importante en esta cultura, más avanzado que el de los pueblos primitivos que nos anuncia el nacimiento del espíritu científico:

«En el ejercicio de su arte, el adivino exhibe una actitud que presagia ya el espíritu científico. Esa actitud se manifiesta no sólo en la amplitud y finura de la observación, sino también en la búsqueda de la experiencia. El adivino no se limita a observar la configuración de los elementos, su posición y sus relaciones recíprocas, sus medidas, sus analogías, etc.; muy a menudo provoca él mismo la observación»⁸.

Las fuentes de información sobre la ciencia de los números en esta nueva cultura, nos las encontramos en tablas numéricas, no muy distintas a las tablas que tenemos hoy en día, y tablillas de problemas, que son una serie de tablillas con muy variados ejercicios aritméticos.

Tomaremos como referente la Tablilla Sumeria que se encuentra en el Museo Semítico de la Universidad de Harvard datada hacia el año 3.000 a. de C. Esta tablilla tiene grabados caracteres curvilíneos y cuneiformes, y en ella los expertos han llegado a identificar dos números: el 6 y el 24. Por lo tanto podemos considerar esta tablilla como la primera representación gráfica de escritura numérica.

La numeración asirio-babilónica es posicional de base sexagesimal⁹. En principio podemos distinguir dos sistemas de numeración: uno *posicional* y otro *no posicional* (de éste hablaremos más adelante). En el primer

⁸ TATON, René (dir.) (1988): Mesopotamia. *Ibidem*, vol. 1 (88-154). *Op. cit.* en la p. 99.

⁹ Sistema éste que es fundamental a la hora de automatizar los procesos, pues simplifica mucho las operaciones de mecanización y permite la expresión de cantidades muy pequeñas así como muy grandes.

sistema cada dígito que entra a formar parte de una cifra tiene doble valor. Un primer valor es el absoluto con respecto a la unidad. Un segundo valor es el relativo con respecto a la situación del dígito dentro de la cifra. Por ejemplo, la cifra 44 tiene dos dígitos que se repiten, el 4. El valor absoluto de cada uno de los dígitos hace que el 4 de la derecha tenga un valor de 4 unidades, mientras que el de la izquierda lo tenga de 40. Con el valor relativo ocurre lo mismo, el 4 situado a la derecha es menos significativo (equivale a 4 unidades) que el que está situado a la izquierda (equivale a 40 unidades). Por lo tanto en este sistema cada dígito tiene diferente valor en función del lugar que ocupa dentro de la cifra.

Las características de los sistemas de numeración posicional son:

- la base del sistema nos dice cuantos dígitos podemos utilizar en el mismo: el decimal (base 10) permite trabajar con 10 dígitos (del 0 al 9), el octal (base 8) con ocho (del 0 al 7), el binario (base 2) con dos (el 0 y el 1), el hexadecimal (base 16) con dieciséis dígitos (del 0 a la F, es decir los diez dígitos decimales y las seis primeras letras del alfabeto), sexagesimal (base 60);
- el conteo de los dígitos se hace añadiendo de 1 en uno los valores correspondientes. En cualquier base cuando vamos a llegar al valor máximo, si le incrementamos otra unidad se pone un 0 en esa posición y se acarrea 1 al dígito de la izquierda. Por ejemplo, en el sistema decimal el dígito de más valor es el 9, si queremos añadirle una unidad quedará un 0 en posición de unidades y el 1 pasará al lugar de las decenas. Por ejemplo el 99. Al sumarle uno quedará un 0 en el sitio de las unidades y se acarrea el 1 a las decenas pero como se incrementa otra vez queda un 0 en las decenas y el 1 se acarrea hacia el sitio de las centenas;
- cualquier número entero N puede descomponerse según el Teorema Fundamental de la Aritmética:

$$N = A_0n_0 + A_1n_1 + A_2n_2 + \dots + A_kn_k$$

Donde N es cualquier número entero, k es la cantidad de dígitos que tiene el número menos uno, n es la base del número N representado en decimal (base 10) y A es el dígito del número.

En realidad los representantes científicos de Mesopotamia utilizaban ambos sistemas, decimal y posicional de base 60. El primero de ellos en textos no científicos, mientras que el segundo en aquellos documentos matemáticos y astronómicos.

Seguimos sin tener una representación gráfica del cero. En Mesopotamia, como en las culturas que hemos visto hasta ahora, dejaban un espacio en blanco cuando querían representar un cero.

En cuanto a la metrología, las unidades estaban bastante sistematizadas ya y establecen una serie de múltiplos y submúltiplos que denotan una buena coherencia científica. Además establecieron unas tablas que permitían pasar con suma facilidad de una medida a otra (volumen, longitud, peso, etc.).

Otros conocimientos que poseían eran: raíces cuadradas y cúbicas, relaciones exponenciales y logarítmicas, teorema de Pitágoras, regla de tres, ecuaciones de primer y segundo grado con una o varias incógnitas, ecuaciones de tercer grado (aunque éstas últimas eran ficticias pues partían del resultado para construir el enunciado), fórmulas para establecer el área y el volumen del cuadrado, rectángulo y triángulo rectángulo, etc.

Pero el problema seguía. ¿Cómo contar los objetos?¹⁰ Fueron probablemente los asirios [hacia el año 2000 a. de C.], aunque otros autores dicen que fue en China donde apareció por primera vez por estas mismas fechas como veremos más adelante, los que dieron con la solución a este problema. Roturaban en la arena o en la tierra varios surcos paralelos entre sí, que representaban cada uno de ellos las unidades, decenas, centenas, etc., y sobre los que ponían unas cuentas que podían ser semillas de frutos o piedrecitas (*calculus*), pudiendo con este artilugio hacer operaciones matemáticas, es decir, podían contar. Pero había un problema, esta «primitiva calculadora» no podían llevársela de un lado para otro, pues era el propio suelo que pisaban, por lo que en un momento determinado a alguien se le ocurrió fabricar un tablero para contar bolas, una «calculadora de bolsillo». Esta «primitiva calculadora de bolsillo» estaba construida de la siguiente forma: un marco de un material determinado lleno de arena en su interior para poder hacer los surcos, acompañado de algo que les sirviese de cuentas.

Esta **herramienta** fue perfeccionada por los griegos y romanos que utilizaron como materiales de fabricación cobre o mármol en los que hacían unas hendiduras donde ponían las cuentas o bolas. La siguiente innovación fue dividir el artilugio en dos partes, colocando en la superior una bola que representaba cinco unidades y cuatro en la parte inferior que equivalían ca-

¹⁰ «Los babilonios fueron calculadores en el más pleno sentido de la palabra. En posesión de un sistema de numeración muy flexible, llegaron a poseer una gran habilidad aritmética: son los inventores del Álgebra...» [TATON, René (dir.) (1988): *Mesopotamia. Ibidem*, vol. 1 (88-154). *Op. cit.* en la p. 132].

da una de ellas a una unidad. Posteriormente se sujetaron las bolitas o cuentas con unas varillas metálicas paralelas sobre las que se deslizaban y facilitaban la realización de operaciones matemáticas. Otras civilizaciones utilizaban cuerdas en vez de cuentas o bolas. Por ejemplo el denominado **quipú** de los incas del Perú consistía en una cuerda gruesa de la que pendían cordeles de colores con nudos más finos¹¹. La forma de representar en estos cordeles el resultado de algún cálculo era por medio de nudos.

Fuese cual fuese el artilugio, tuvo diferentes nombres según el pueblo o civilización que lo utilizó: **abac** o **abaq** (que en hebreo significa polvo), **abax** de los griegos (que significa tablero), **suanpan** chino, **stschoty** ruso, **soroban** japonés, **abacus** latino y castellanizándolo: **ábaco**.

Este primitivo ingenio, el ábaco, permitía la realización de las operaciones matemáticas básicas, a saber: suma, resta, división, multiplicación, potencias y raíces cuadradas.

El ábaco que podemos ver aún hoy en funcionamiento es el sistema de contar las carambolas en una mesa de billar, o el soroban japonés que dio lugar en aquella nación, a que se creara una carrera llamada **calculista de ábaco**.

Para concluir con Mesopotamia, diremos que en el desarrollo de su ciencia tuvo una gran importancia, como hemos podido comprobar, las matemáticas.

Siguiendo con la búsqueda de los conocimientos matemáticos nos toca hablar ahora de otras dos culturas situadas entre la Alta Mesopotamia y Egipto. Se trata de las culturas Fenicia y de Israel¹². De los primeros tenemos escasos documentos pues escribían casi todo en papiros (que han desaparecido en su gran mayoría), y algo menos en inscripciones en piedra y en tablillas de arcilla.

Los fenicios han hecho, quizás, la mayor contribución a todas las ramas del saber, la creación del alfabeto (disociación sistemática de los elementos del lenguaje en vocales y consonantes) en la segunda mitad del segundo milenio a. de C., que en principio era de 30 letras para pasar a finales del milenio a tener 22. Los griegos lo que hicieron fue adaptar el alfabeto a su propia lengua y extenderlo por casi todo el mundo: «...la mayor parte

¹¹ Además del quipú, la ciencia aritmética de la América Precolombina se basaba en la numeración decimal vigesimal, por lo que podían manejar cifras grandes. Vemos, una vez más, que es la necesidad de contar las cosas de toda clase lo que obliga a las personas de estas épocas a inventar artilugios de este tipo para solucionar este problema.

¹² Un buen capítulo sobre el desarrollo científico de ambas culturas puede verse en TATON, René (dir.): *Fenicia e Israel*. En: TATON, René (dir.): *Ibidem*, vol. 1 (155-167).

de las escrituras modernas derivan en forma más o menos directa del alfabeto fenicio»¹³.

En el campo que nos interesa, el de la aritmética, pocas novedades, al menos con la documentación existente. El sistema de numeración es el decimal. Hay documentación en la que se aprecian numerosas adiciones pero no hay ningún documento que nos indique si empleaban las otras operaciones básicas (la resta, la multiplicación, etc.), aunque cabe suponer que les eran conocidas.

En cuanto a la otra cultura, Israel, hay que especular aún más, pues la documentación en la que se puede estudiar su desarrollo científico es la Biblia.

Se puede inferir que no aportan nada, sólo se dedicaron a importar todo lo que sus vecinos descubrían o utilizaban, y lo manejaban de forma empírica. Conocían los sistemas de numeración decimal y sexagesimal, eran unos buenos organizadores y clasificadores, y poco más podemos decir.

III. LOS PRIMEROS MANUALES

En la India sí que tenemos innumerables textos (no científicos, literatura especial, todo escrito en sanscrito) que nos aportan toda la serie de conocimientos científicos que poseía esta civilización. Fue una de las civilizaciones materiales más avanzadas e influyó notablemente en su entorno geográfico (Tibet, Mongolia, Indochina, Birmania, Tailandia, Camboya, Indonesia, etc.).

La documentación tiene dos fuentes importantes, los textos Védicos (1500 a 1000 a. de C.), que son *textos sagrados* fundamentalmente, y los *textos Brâhmana* (1000 a 500 a. de C., cuando se inicia el budismo), que eran compendios explicativos de los anteriores¹⁴.

¹³ TATON, René (dir.) (1988): *Fenicia e Israel. Ibidem*, vol. 1 (155-167). *Op. cit.* en la p. 164.

¹⁴ «Esos escritos [los Védicos y los Brâhmana] representan un esfuerzo en la búsqueda de leyes sencillas de las relaciones naturales, subyacentes a la multiplicidad y variedad de los fenómenos. Muy a menudo consideran orgánicas y fundamentales relaciones o correspondencias que son superficiales o falsas. Mas no por ello dejan de manifestar un ardiente deseo de comprender el mundo en vez de sufrir con pasividad las consecuencias de leyes misteriosas o manejar de modo empírico algunos mecanismos casualmente aprehendidos. Esos escritos dan testimonio de un espíritu científico que aspira vivamente a transformar lo sensible en inteligible, a someter la Naturaleza a la razón» [TATON, René (dir.): *La Ciencia Hindú antigua*. En: TATON, René (dir.): *Ibidem*, vol. 1 (168-201). *Op. cit.* en la p. 172].

Conocían y poseían una tabla de senos y cosenos, que es la más antigua que se conoce (y que se puede ver en el Cap. II del *Sâryasiddhânta*, el libro de la *Solución del Sol*, escrito en el siglo IV a. de C.), manejaban números elevados en sus cálculos (potencias de hasta 1023), el teorema de Pitágoras, numeración escrita (a mediados del siglo III a. de C.) sin el cero en principio, empiezan la enseñanza de las matemáticas (lo que se puede comprobar en los tratados de Astronomía de la época clásica hindú), raíces cuadradas y cúbicas tal y como las hacemos hoy, valor de B (3.1416), notación del cero (en la época *Âryabhata* hacia el siglo VI a. de C.)¹⁵.

Es en la India donde nos encontramos con el primer manual de matemáticas (*Ganitasârasangraha* o *Compendio de lo esencial del cálculo* escrito por **Mahâvîra** en el siglo IX a. de C.), en el que se establece la terminología empleada, las operaciones aritméticas, las fracciones, la regla de tres, áreas y volúmenes y cálculo), además de que parece ser que en la India se utilizaba el ábaco para realizar las raíces cuadrada y cúbica.

En este camino por la historia del libro matemático, y antes de pasar al mundo grecorromano, vamos a analizar la última cultura antigua, la civilización China, que ya en el siglo XIV a. de C. tenía su escritura tal y como la de hoy prácticamente.

Un hecho importante en el tema central que estamos tratando sucede entre los años 220 a 280 de nuestra era, una enorme difusión del papel, que se había inventado antes. Por lo tanto tenemos un nuevo soporte de información, el **papel**.

Hemos comentado ya que hacia el año 2000 a. de C. los asirios, aunque otros autores dicen que fue en China, fueron los que dieron con la solución al problema del cálculo, con la creación del ábaco (suanpan de los chinos). El sistema empleado por los chinos era el siguiente:

«El papel que han desempeñado entre los latinos las piedrecitas (calculi) lo desempeñan en China unos bastoncillos o junquillos. Se utilizaban para escribir un número colocándolos en una mesa reglada o en un enrejado. (...): no había más que colocar el número de junquillos correspondiente a las unidades, en la columna de la derecha; el correspondiente al de las decenas, a la misma altura en la columna situada inmediatamente a la izquierda; el número de junquillos correspondiente a las centenas, en la columna siguiente, etc. (...) Para evitar errores, los junquillos se colocaban verticales en las co-

¹⁵ Aunque no lo crearon ellos si hacemos caso del siguiente párrafo: «Dado que el cero se inventó en Mesopotamia antes de la época en que los elementos de la cultura mesopotámica fueron importados a la India por los persas, es posible que los hindúes lo tomaran de las matemáticas babilónicas...» [TATON, René (dir.) (1988): *La Ciencia Hindú antigua. Ibdem*, vol. 1 (168-201). *Op. cit.* en la p. 191].

lumnas impares, empezando por la de las unidades, y horizontales en las pares»¹⁶.

Ya hemos comentado que el ábaco varió de forma en todas las culturas. Cuando aparecían números negativos en cualquier operación los junquillos de color eran sustituidos por junquillos negros. Es una primera forma de diferenciar números positivos y negativos. La suma y la resta en el **damero de junquillos** se hacía colocando tal y como hemos indicado las cifras con junquillos, y luego se reunían o se substraían¹⁷.

Todavía no podemos hablar de máquinas en el sentido que damos hoy en día a esta palabra, es decir artificios que aprovechan o regulan la acción de una fuerza. Es a partir del siglo XV cuando se vislumbra la posibilidad de crear una máquina que sea capaz de realizar operaciones o cálculos sin error y de forma automática, es decir, empieza la gestación de la **Calculadora Mecánica**. La causa probable de este suceso se debió a que en este momento los principales problemas de construcción serán resueltos favorablemente, además de que la producción de estas máquinas fue algo más rápida. Ya hablaremos más adelante de esto.

También los chinos hacían raíces cuadradas, conocían el teorema de Pitágoras, y tenían una obra matemática llamada Kieu chang suan chu (Arte de calcular en nueve capítulos) donde se encuentran todos los conocimientos matemáticos de esta civilización: cálculo de superficies de rectángulos, trapecios y triángulos, círculo, proporciones, tantos por ciento, regla de tres, raíces cuadradas y cúbicas, volúmenes del prisma, pirámide, etc., ecuaciones, teorema de Pitágoras, etc.

IV. ECLOSIÓN DE LA CIENCIA MATEMÁTICA

De esta forma llegamos al mundo grecorromano, pudiendo afirmar, cosa que ya muchos otros autores se han encargado de demostrar, que la ciencia nació en Grecia:

«Medicina, Historia Natural y Matemática demostrativa son consideradas, con justicia, como las creaciones científicas más hermosas del helenismo. En estos tres dominios, herederos de una larga prehistoria y por vías di-

¹⁶ TATON, René (dir.): *La Ciencia China antigua*. En: TATON, René (dir.): *Ibidem*, vol. 1 (202-220). *Op. cit.* en las pp. 206/7).

¹⁷ La multiplicación y la división vienen muy bien explicadas en TATON, René (dir.) (1988): *La Ciencia China antigua*. *Ibidem*, vol. 1, p. 208.

versas, aunque paralelas, los griegos llevan a cabo, en un tiempo relativamente breve, progresos sorprendentes en cuanto a la extensión de los conocimientos y a los métodos de pensamiento»¹⁸.

Son los presocráticos¹⁹ los primeros que intentan dar una explicación más o menos racional del mundo sensible, lanzando una serie de hipótesis desprovistas de actitudes mítico-mágicas.

Sólo vamos a comentar aquella parte de las ciencias matemáticas que estamos siguiendo a lo largo de esta exposición, que es la aritmética, más concretamente la numerología, y en Grecia el número fue considerado como el principio de todas las cosas por lo que elevó la aritmética al rango de ciencia, hecho éste que no se había dado hasta entonces²⁰. El número pasa a ser el modelo de las cosas, llegando a tener, sobre todo los diez primeros, virtudes secretas. Es la mística del arithmós, con números planos, lineales, sólidos, supersólidos, etc., que desempeñó una función importante hasta el siglo XVII, llegando a deslumbrar a hombres de ciencia como Pascal. También desarrollan un concepto importantísimo en la ciencia hoy en día como es la antinomia par/impar. Establecieron las nociones de ángulo, línea recta, punto, etc. Se establece también la demostración del teorema de Pitágoras. La «demostración»²¹, pues ya hemos visto que en otras culturas lo utilizaban con éxito pero no hay documentación que verifique la demostración del mismo, aspecto éste que si podemos impugnar a Pitágoras de Samos (580-500 a. de C.). Por lo tanto la **definición** y la **demostración** es el basamento de cualquier ciencia para los griegos.

Y así siguió siendo en Roma. Los romanos se dedicaron a hacer adaptaciones y compilaciones del conocimiento griego, en prosa y en verso, pe-

¹⁸ TATON, René (dir.): *La Ciencia Helénica*. En: TATON, René (dir.): *Historia General de las Ciencias. Las Ciencias en el Mundo Grecorromano*. Barcelona: Ediciones Orbis, 1988, vol. 2 [223-246]. *Op. cit.* en la p. 225.

¹⁹ Entre otros tenemos que citar aquí a Tales de Mileto, Anaximandro, Anaxímenes, Jenófanes, Pitágoras, Heráclito de Éfeso, Parménides, Zenón, Empédocles de Agrigento, Anaxágoras de Clazomene, Leucipo y Demócrito.

²⁰ «Los pitagóricos no se han limitado a convertir la geometría en arte liberal, sino que, además, al poner en el número el principio de las cosas, han dado a la matemática ese carácter de ciencia por excelencia que ya nunca se le ha regateado. "Todo lo que se puede conocer tiene un número", escribe Filolao» [TATON, René (dir.): *Las Matemáticas*. En: TATON, René (dir.): *Ibidem*, vol. 2 (247-273). *Op. cit.* en la p. 247].

²¹ En Grecia la demostración fue una exigencia. El resultado de cualquier hecho debía de estar fundamentado en la razón, debía poder ser explicado y probado con exactitud, «...tiene que ser capaz de manifestar una verdad» [TATON, René (dir.) (1988): *Las Matemáticas*. *Ibidem*, vol. 2 (247-273). *Op. cit.* en la p. 263].

ro no hicieron ciencia: «Más preocupados ante todo por la cultura literaria y la moral y en parte bajo la influencia del platonismo, los romanos tendieron a dejar la Ciencia en manos de los griegos o de los técnicos (...): no hay, pues, ciencia romana...»²².

No obstante en Roma empieza a producirse una práctica poco recomendable en cualquier momento y en cualquier rama del saber: la irracionalidad. Cuando «las cosas del espíritu» se apoderan de la ciencia estamos abocados al retroceso, y esto sucedió en Roma por influencias Orientales.

Sólo se consiguió en esta época la teoría del mínimo común múltiplo y dos sistemas de numeración:

a) El sistema no posicional, donde cada dígito sólo tendrá un valor absoluto con respecto a la unidad. El representante por excelencia de este sistema de numeración es el romano. Por ejemplo la cifra CCIII: vemos que en este sistema no interviene para nada el lugar que ocupe (el valor relativo) pues las tres unidades valen lo mismo estén donde estén, al igual que las dos centenas. De todos modos si interviene la posición del dígito en un caso, un número inferior delante o detrás de otro superior. Por ejemplo, IX y XI, en el primer caso la cifra inferior resta al ir seguida de una superior. En el segundo caso suma al ir precedida de la superior.

b) El sistema herodiano, donde cada unidad era representada por unas letras: I (unidades), II (cinco), V (diez), H (cien), X (mil) y M (diez mil), siendo muy similar al romano puro. Por ejemplo: 6 se escribe II I; 14 = V III, etc.

Con cualquiera de los sistemas de numeración, los cálculos complejos sólo podían ser realizados con los ábacos de fichas o de bolas que, como hemos comentado con anterioridad, sí perfeccionaron los romanos.

Esta escasa aportación a la ciencia, sobre todo la matemática, por parte de los romanos fue una de las causas de su casi extinción, de la ciencia claro: «Así, sin solución de continuidad, sin que los contemporáneos lo noten apenas, muere la ciencia grecolatina y nace la de Bizancio, mientras que en el Occidente el hundimiento de las Matemáticas es brusco, y su extinción, casi total»²³, además de la transformación ideológica espiritual que

²² TATON, René (dir.): *La Ciencia Helenística y Romana*. En: TATON, René (dir.): *Ibidem*, vol. 2 (333-454). *Op. cit.* en la p. 342.

²³ TATON, René (dir.) (1988): *La Ciencia Helenística y Romana*. *Ibidem*, vol. 2 (333-454). *Op. cit.* en la p. 383.

sufrió la sociedad romana y de las conmociones políticas y étnicas que se producen en el Imperio.

Y llegamos a la Edad Media²⁴, siendo ese espíritu enciclopédico de que hicieron gala los árabes lo que nos permitió recuperar la ciencia helena. Sí, los árabes se encargaron de inventariar todo el conocimiento, y fue al traducir a su lengua el conocimiento griego cuando al no tener términos para ello tuvieron que ponerse a investigar y, por lo tanto, a hacer ciencia: «El afán de identificar y de comprobar impone la observación, la descripción y la medida exactas, con lo cual fortificó y desarrolló la razón científica»²⁵.

Es, nuevamente, la necesidad de la vida práctica la que agudiza el ingenio de los matemáticos árabes. En cuanto a la numeración, antes del siglo IX ya tenían un sistema de numeración muy similar al de los griegos (palabras o letras del alfabeto para representar las cifras). A finales del mismo siglo importan de la India el sistema decimal y posicional que incorpora el cero. Las operaciones se realizaban sobre un tablero con arena o polvo. Posteriormente crearán la numeración que todos utilizamos en la actualidad, los números arábigos, que se confeccionan a partir de los ángulos que quieren representar cada uno de ellos (el 1 un ángulo, el 2 dos ángulos...).

En China se sigue perfeccionando el instrumento de cálculo llegando al diseño del ábaco de bolas, descrito en la *Herencia de notas sobre el arte de los números* de **Siu Yo**. Dentro de este ábaco hay dos modelos:

«La primera consiste en una tabla o cuadro con varios cordones paralelos, en cada uno de los cuales están enhebradas 5 bolas; la última de éstas es de color distinto al de las otras y representa cinco unidades; así, pues, en cada cordón puede notarse una cifra, de 0 a 9. La segunda forma es un cuadro

²⁴ Que, de cara al estudio que estamos llevando a cabo, y siguiendo las pautas de la Historia General de las Ciencias que estamos utilizando, puede «...dividirse en cuatro subperíodos principales: la Alta Edad Media, caracterizada por un bajísimo nivel de los estudios científicos; los siglos XI y XII, en los cuales se produce la recepción de la ciencia islámica en Occidente, determinando la elevación del nivel de los conocimientos científicos; el siglo XIII y el siglo XIV, en los cuales se forma y florece la ciencia escolástica medieval; la Baja Edad Media, primera mitad del siglo XV, período de decadencia de la ciencia escolástica y en el cual la Ciencia en sí misma intenta insertarse de modo más eficaz en la vida práctica, y aparecen así los primeros signos de una transformación que se acelerará en el curso del período subsiguiente (finales del siglo XV y siglo XVI), dando paso, finalmente, a la creación de la Ciencia moderna» [TATON, René (dir.): *La Edad Media*. En: TATON, René (dir.): *Historia General de las Ciencias. La Edad Media*. Barcelona: Ediciones Orbis, 1988, vol. 3 (461-754). *Op. cit.* en las pp. 461/2].

²⁵ TATON, René (dir.): *La Ciencia Árabe*. En: TATON, René (dir.): *Ibidem*, vol. 3 (474-564). *Op. cit.* en la p. 496].

con 9 líneas paralelas, provisto de cordones perpendiculares a dichas líneas; en cada cordón está enhebrada una única bola, cuya posición en el punto en que se intersecta el cordón con una línea dada, indica la cifra que la bola representa»²⁶.

Este ábaco suplantó al que hasta entonces se utilizaba en China, el de junquillos, aunque hasta finales del siglo XIII no se generalizó su uso. Se llegó a escribir un manual en el que se explicaba el uso del ábaco de bolas (*Introducción a la ciencia del cálculo* de **Tchu Che Kie** (1280-1303), escrito en el año 1299. Este manual fue la fuente fundamental para el desarrollo del álgebra japonés.

En Bizancio no sucedió nada reseñable para el objetivo que perseguimos, al igual que en los pueblos eslavos (polacos, checos, eslovacos, croatas, eslovenos, rusos, serbios, búlgaros y macedonios) y en la ciencia hebrea.

En el mundo cristiano, durante la Alta Edad Media no vamos a descubrir nada nuevo si decimos que la Ciencia estaba en decadencia. Las causas que dieron lugar a esto fueron, de un lado la excesiva sujeción al utilitarismo, y por otra parte el contacto con el misticismo oriental que poco a poco fue intoxicando la cultura occidental. Además de estas causas hay que reseñar las que siempre se consideraron como causantes del oscurantismo medieval: el cristianismo y las invasiones de los bárbaros del norte.

En el campo que nos estamos moviendo para realizar este artículo, las matemáticas, destacaremos a **Beda el Venerable** (673?-735) que con su *Loquela per gestum digitorum* nos enseñó todo lo que hasta ese momento se sabía acerca del cálculo digital.

Los árabes, en esta época, aportan las cifras que llevan su nombre aunque bien es cierto que es una creación hindú que los árabes introducen en occidente sobre todo para difundir el uso del ábaco para realizar los cálculos matemáticos²⁷. De todos modos la difusión de este ábaco fue

²⁶ TATON, René (dir.): *Las Ciencias en la China Medieval*. En: TATON, René (dir.): *Ibidem*, vol. 3 (570-583). *Op. cit.* en la p. 571].

²⁷ El ábaco de los árabes difiere del de los antiguos romanos, que era de bolas, en que se trataba de una tabla en la que las cifras tomaban un valor posicional que variaba según la columna que ocupasen. Era el ábaco de columnas. No empleaban aún el cero. En este modelo las cifras eran unas fichas hechas con el extremo superior o punta de los cuernos que algunos animales mudan en el año, como el ciervo, en las que pintaban los números del uno al nueve de dos formas diferentes: o bien con las primeras letras del alfabeto griego, o bien por una terminología especial (igin el 1, andras el 2, ormis el 3, arbas el 4, quimas el 5, caletis el 6, zenis el 7, temenias el 8 y celentis el 9). [TATON, René (dir.): *La Ciencia en el Occidente Medieval Cristiano*. En: TATON, René (dir.): *Ibidem*, vol. 3 (624-696), pp. 629 a 631].

por tradición oral, a excepción de un manual para uso del ábaco de **Gerberto de Aurillac** (940?-1003) que no sabemos como se titulaba pero que debió existir si hacemos caso a las palabras de **William de Malmesbury** (1087-1142): «...tomó el ábaco de los sarracenos y dio acerca de él reglas que apenas comprenden los calculistas esforzándose hasta el sudor»²⁸. Hemos dicho anteriormente que no se utilizaba el cero pero si parece que intuían su valor pues en algunas operaciones realizadas con el ábaco de columnas colocaban una ficha blanca en la columna correspondiente donde hubiese que poner un cero, llamándose esta ficha **ciphero** (cero), al **sifr** (cifra, vacío), **sepos** (ficha). Con el paso del tiempo las fichas pasan a ser sustituidas por la representación escrita de las cantidades, por lo que las columnas desaparecen y se utilizará el ábaco de arena o polvo, en el que escribes las cifras que se van a utilizar para hacer una operación. El ábaco va siendo sustituido por el algoritmo o algorismo (que era en aquellos momentos todo sistema decimal basado en el principio de posición).

Los nuevos procedimientos de cálculo que hemos comentado es la gran aportación de la Edad Media a la Aritmética. Desde ese momento se inicia la redacción de manuales sobre estos temas: *Tratado sobre el ábaco* de **Adelardo de Bath** (1090-1160), *Liber Algorismi de numero Indorum* de **Muhammad ibn al-Khwarizmi** (?-1138 o 1139), *Liber abaci* de **Leonardo Fibonacci** o **Leonardo de Pisa** (1170-1240), y la enseñanza de los mismos:

«En 1338 poseía Florencia, según Giovanni Villani, seis escuelas de ábaco frecuentadas por 1.000 ó 1.200 alumnos que se preparaban para el ejercicio del comercio;...»²⁹.

Durante los siglos XII y XIII se van perdiendo esas fantasías alegóricomísticas que habían inundado la ciencia medieval y se va perfeccionando la técnica, cuyo resultado práctico será el redescubrimiento del papel, que durante el siglo XIV en Francia se ofertaba a muy buen precio, al menos la materia prima para la industria papelería, que había venido de China a través de prisioneros de Samarcanda y de los árabes.

Con esto llegamos al Renacimiento, donde «...el audaz y original esfuerzo de los científicos europeos, al tiempo que renovó el espíritu científ-

²⁸ TATON, René (dir.) (1988): *La Ciencia en el Occidente Medieval Cristiano. Ibidem*, vol. 3 (624-696). *Op. cit.* en la p. 631.

²⁹ TATON, René (dir.) (1988): *La Ciencia en el Occidente Medieval Cristiano. Ibidem*, vol. 3 (624-696). *Op. cit.* en la p. 676.

fico de los diferentes sectores de la ciencia, arrastró el progreso de ésta en un movimiento irreversible que se extenderá, se desarrollará y se acelerará en los siglos siguientes»³⁰.

V. MANUALES DE MATEMÁTICAS

Johannes Gensfleisch, más conocido por Gutenberg, inventa la imprenta a mediados del siglo XV, dando lugar a una gran revolución del conocimiento científico pues las ciencias podían ahora llegar a un mayor número de deseos de conocer nuevas cosas. En esta línea, empiezan a prodigarse las obras de Aritmética³¹ que, en un principio eran unos manuales prácticos, sin explicaciones ni formulaciones, que venían a suplir la tradición de la enseñanza oral de abaquistas y maestros del cómputo, pero que poco a poco se van enriqueciendo y van abarcando todos los conocimientos matemáticos del momento.

Ya hemos indicado que el algoritmo suplantó al ábaco, es decir, el cálculo escribiendo las cifras había sustituido al cálculo colocando fichas, aunque éste último seguirá siendo empleado por todas aquellas personas que tengan que hacer cálculos de forma práctica y rápida, como los comerciantes, los cambistas, etc. Esto también se produjo en la enseñanza de la aritmética hasta bien entrado el siglo XVII, pero se mantiene de forma práctica hasta nuestros días en Oriente y Rusia, e indirectamente en otros países, pues ¿quién no ha utilizado alguna vez en su vida un ábaco para contar las carambolas en una mesa de billar?

Al cambiar el método a la hora de hacer operaciones, al escribir las operaciones, nacen un sinnúmero de formas para realizarlas. En el *Manual anónimo de Aritmética* de Treviso (de 1478) aparecen, por ejemplo para realizar la multiplicación, varias técnicas: por columnas, por cruz, por damero, etc., y para la división: por columnas, por barco, etc.³².

³⁰ TATON, René (dir.): *El Renacimiento*. En: TATON, René (dir.): *Historia General de las Ciencias. La Ciencia Moderna (De 1450 a 1800)*. Barcelona: Ediciones Orbis, 1988, vol. 4 (5-214). *Op. cit.* en la p. 7.

³¹ Como por ejemplo: *Sphaera* de Joannes de Sacrobosco, *Theoricæ novæ planetarum* de Puerbach, *Quadripartitum* y *Almagesto* de Ptolomeo, *Elementos de Euclides* de Giovanni Campanus de Novara, *Manual anónimo de Aritmética* en Treviso, *Summa* de Luca Pacioli (1445-1514), etc.

³² Para analizar cada una de estas técnicas hay que leer el epígrafe titulado Los primeros manuales de TATON, René (dir.) (1988): *El Renacimiento. Ibidem*, vol. 4 (5-214), pp. 28-30.

Es en uno de estos manuales, el *Triparty dans la science des nombres* de **Nicolás Chuquet**, escrito en 1484, donde aparece por primera vez el cero con la significación que le damos hoy en día y la primera aproximación a la idea de logaritmo.

También se empieza a ver en los manuales al uso los signos + (más) y – (menos).

No vamos a comentar nada acerca de las máquinas que se empiezan a desarrollar para facilitar los cálculos matemáticos, pues creemos que ese tema se debe tratar en una Historia de la informática, tarea que de momento no es nuestra pretensión en este tema. Solamente, para aquellas personas interesadas en este aspecto vamos a pasar a enumerar brevemente los hitos cronológicos acaecidos en esta cuestión:

- 2000 a. de C. **Ábaco** (Primer ingenio de cálculo creado por la humanidad, probablemente por los Asirios).
- Siglo XV Leonardo da Vinci (1452-1519) concibe el **Primer prototipo de calculadora mecánica**.
- 1581 Gunther crea la **Regla de Cálculo**.
- 1614 John Neper (1550-1617) desarrolla la teoría de los **Logaritmos**.
- 1623 Wilhelm Schickard inventa la **Primera Calculadora**.
- 1645 Blaise Pascal (1623-1663) pone en funcionamiento su **Machina Arithmetica**.
- 1666 Samuel Morland fabrica su máquina **Sumadora-Restadora**.
- 1694 Godofredo Leibniz (1646-1716) crea su **Calculadora Universal**.
- 1725 B. Bouchon aplica las **Tarjetas con Perforación** a la industria textil.
- 1728 M. Falcon hace lo mismo que el anterior.
- 1801 Joseph-Marie Jacquard (1752-1834) patenta el primer telar automático controlado por **Tarjetas Perforadas**.
- 1875 Baldwin comercializa la **Rueda de Odhner**.
- 1878 Ramón Vereá García (1833-1899) crea la **Calculadora de multiplicación** directa en Nueva York.
- 1887 El francés Leon Bollée crea la máquina **Millonnaire** que era idéntica a la del español citado anteriormente.

VI. BIBLIOGRAFÍA

VI.a) MONOGRAFÍAS

- BOYER, Carl B.: *Historia de la matemática*. Madrid: Alianza (Colección: Alianza Universidad Textos, n.º 94), s.f.
- DAUMAS, Maurice (dir.): *Historia general de las técnicas*. Barcelona: Ediciones Destino, 1969.
- DERRY, T. K. y WILLIAMS, Trevor I.: *Historia de la tecnología: Desde 1750 hasta 1900*. Madrid: Siglo XXI de España, 1990 (2 vols.).
- *Historia de la tecnología: Desde la Antigüedad hasta 1750*. Madrid: Siglo XXI de España, 1986.
- TATON, René (dir.): *Historia General de las Ciencias*. Barcelona: Ediciones Orbis (18 vols.), 1988.
- WILLIAMS, Trevor I.: *Historia de la tecnología: Desde 1900 hasta 1950*. Madrid: Siglo XXI de España, 1987 (2 vols.)

VI.b) PUBLICACIONES SERIADAS

- ASENSI ARTIGA, Vivina: «Evolución histórica de las Tecnologías de la Información y su aplicación en el proceso documental». *Revista General de Información y Documentación*, vol. 3 (1993), n.º 2, 131-141.