

# El modelo probabilístico: características y modelos derivados

Jesús VILARES

Departamento de Computación  
Universidade da Coruña  
*jvilares@udc.es*

## RESUMEN

Presentamos en este trabajo una revisión del estado del arte de la familia de los modelos probabilísticos de recuperación de información. Partiendo de los principios básicos que sustentan estos modelos, estudiaremos diferentes modelos concretos: el modelo de independencia binaria –el más básico–, el ya clásico BM25 y, finalmente, los modelos DFR –uno de los últimos desarrollos–.

**Palabras clave:** Recuperación de información, modelo probabilística, BIR, BM25, DFR.

The probabilistic model. Characteristics and models bases in it

## ABSTRACT

A review of the art of the family of probabilistic model of information retrieval is presented. Based on its basic principles, different specific models are analysed: the BIR model –the most basic one– the classic BM25 and the DFR models, one of the last developed.

**Keywords:** Information retrieval, probabilistic model, BIR, BM25, DFR.

**SUMARIO:** 1. Introducción. 2. Conceptos básicos de teoría de probabilidades. 3. Principio de ordenación por probabilidad. 4. El modelo de independencia binaria. 5. El Okapi BM25. 6. El paradigma DFR. 7. Conclusión. Referencias.

## 1. INTRODUCCIÓN

El planteamiento inicial del modelo probabilístico –si bien deberíamos hablar, más propiamente, de la familia de los modelos probabilísticos, en plural–, no es diferente del de otros modelos clásicos de Recuperación de Información (RI) [5, 12, 13, 8]. Como en cualquier sistema de RI, se parte de una necesidad de información, planteada por el usuario en forma de consulta, y de una colección de documentos sobre la cual realizar la búsqueda. A partir de las representaciones internas de ambos, el sistema intentará identificar aquellos documentos que satisfacen la necesidad, es decir, qué documentos son relevantes para la consulta.

La diferencia estriba en cómo y en base a qué dicha correspondencia entre consultas y documentos es calculada. En el caso del modelo vectorial [5, 12, 13, 8], por ejemplo, ésta es calculada empleando una base matemática formal, el álgebra vectorial, pero no existe ningún resultado teórico que nos permita afirmar que la forma en que calculamos dichas correspondencias es la correcta o la más adecuada. Aunque hacemos uso de una base matemática, en cierto modo estamos tanteando a ciegas, introduciendo cambios y aproximaciones en nuestro esquema de cálculo de correspondencias para luego comprobar experimentalmente si nuestras suposiciones eran correctas y permiten mejorar los resultados obtenidos.

Parece, pues, que no estamos empleando las herramientas adecuadas [13]. Dada una consulta, un sistema de RI tiene una comprensión incierta de la necesidad de información que dicha consulta representa. Del mismo modo, dadas las representaciones de la consulta y los documentos, el sistema sólo puede conjeturar, con un nivel de incertidumbre, si el contenido de un documento responde o no a la necesidad de información planteada. Sin embargo, la teoría de probabilidades nos dota de un marco formal que nos permite trabajar razonadamente en dicho ámbito. De este modo, las funciones de correspondencia desarrolladas estimarán la probabilidad de que un documento sea relevante para la consulta, en contraposición al concepto de grado o medida de relevancia de otros modelos [17]. En consecuencia, los documentos devueltos serán ordenados en base a sus probabilidades de relevancia estimadas respecto a la consulta [18], en lugar de en base a una medida de similaridad [24].

Planteadas inicialmente en los 70, las aproximaciones a RI basadas en modelos probabilísticos resurgieron con fuerza en los 90, gozando actualmente de gran atención por parte de la comunidad investigadora. A lo largo de este trabajo presentaremos este modelo, desde los principios teóricos que lo sustentan hasta las vías de investigación actuales. Primeramente, en la Sección 2 repasaremos algunos conceptos básicos de teoría de probabilidades. Seguidamente, en la Sección 3 introduciremos el principio de ordenación por probabilidad, sobre el cual se asienta el modelo. A continuación, en la Sección 4, describiremos el modelo de independencia binaria, uno de los primeros modelos probabilísticos y, también, uno de los más sencillos. La Sección 5 presenta una de sus evoluciones más conocidas y de mayor éxito, el Okapi BM25. A continuación, en la Sección 6, describimos los modelos DFR, entre los modelos probabilísticos más recientes y de mejores resultados. Finalmente, la Sección 7 cerrará este trabajo.

## 2. CONCEPTOS BÁSICOS DE TEORÍA DE PROBABILIDADES

Antes de continuar, es conveniente repasar algunos conceptos previos de teoría de probabilidades [14] que utilizaremos repetidamente a lo largo de este trabajo. Sean:

$P(A)$  la probabilidad de que un suceso  $A$  ocurra la probabilidad de que un suceso  $A$  no ocurra tenemos que:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1 \quad (1)$$

Repasemos ahora el concepto de probabilidad condicionada. Sean:

$P(A|B)$  la probabilidad condicionada de que ocurra un suceso A dado B, es decir, la probabilidad de que suceda A si ocurre B  $P(\bar{A}|B)$  la probabilidad condicionada de que no ocurra un suceso A dado B, es decir, la probabilidad de que no suceda A si ocurre B de nuevo tenemos que:

$$P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1 \quad (2)$$

Por otra parte, el teorema de Bayes nos dice:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \times P(A)}{P(B)} \quad (3)$$

permitiéndonos expresar  $P(A|B)$  en términos de  $P(B|A)$ . Sea  $P(A, B) = P(A \blacklozenge B)$  la probabilidad conjunta de dos sucesos A y B. Esta probabilidad se define, según la regla de la cadena, como:

$$P(A, B) = P(A \blacklozenge B) = P(A|B) \times P(B) = P(B|A) \times P(A) \quad (4)$$

Diremos que dos sucesos A y B son independientes si y sólo si:

$$P(A, B) = P(A \blacklozenge B) = P(A) \times P(B) \quad (5)$$

es decir, cuando la probabilidad condicionada de A dado B es simplemente la probabilidad de A y viceversa:

$$\begin{aligned} P(A|B) &= P(A) \\ P(B|A) &= P(B) \end{aligned} \quad (6)$$

La denominada asunción de Bayes ingenuo (Naive Bayes assumption), nos dice que dado un suceso A compuesto por varios sucesos  $K_i$  independientes entre sí ( $A = \{K_i \blacklozenge A\}$ ) ocurre que:

$$P(A|B) = P(K_i|B) \quad (7)$$

$K_i \blacklozenge A$

Por otra parte, la regla de decisión de Bayes (Bayes decision rule) nos dice que, ante varias posibilidades de elección, escogamos aquélla que minimice la probabilidad de error:

$$\text{Decide } A \text{ si } P(A|C) > P(A|C) \text{ para todo } A_i \cap = A \quad (8)$$

Finalmente, definimos la razón odds (odds ratio) de un suceso A como:

$$O(A) = \frac{P(A)}{P(A)} \quad (9)$$

### 3. PRINCIPIO DE ORDENACIÓN POR PROBABILIDAD

El principio de ordenación por probabilidad (probability ranking principle) [16] constituye la base teórica justificativa sobre la que se asientan los modelos probabilísticos. Este principio nos dice –y demuestra– que la recuperación óptima es aquella en la que los documentos son devueltos ordenados en orden decreciente de acuerdo a su probabilidad de relevancia respecta a la consulta. De este modo, un sistema de RI basado en un modelo probabilístico nos devolverá los documentos ordenados de acuerdo a la probabilidad  $P(R|d_j, q)$  de que un documento  $d_j$  pertenezca al conjunto R de documentos relevantes para una consulta q o, en otras palabras, la probabilidad de que un documento  $d_j$  sea relevante para una consulta q [26].

Por otra parte, si además de una ordenación óptima queremos también un conjunto resultado óptimo, podemos aplicar la regla de decisión de Bayes (véase la Ecuación 8), según la cual los documentos devueltos –aquéllos considerados relevantes– deberían ser aquellos documentos para los cuales la probabilidad  $P(R|d_j, q)$  de ser relevantes para la consulta es mayor que la probabilidad  $P(R|d_j, q)$  de no ser relevantes para la consulta:

Un documento  $d_j$  es relevante para una consulta q si y sólo si P

$$P(R|d_j, q) > P(\bar{R}|d_j, q) \quad (10)$$

### 4. EL MODELO DE INDEPENDENCIA BINARIA

El modelo de independencia binaria (binary independence model) [13, 8, 7] es el modelo de recuperación más sencillo de la familia de los modelos probabilísticos. Este modelo, además de basarse en el principio de ordenación por probabilidad, aplica también la denominada hipótesis clúster [27], la cual supone que los términos que componen los documentos están distribuidos de forma diferente en el conjunto de documentos relevantes y en el conjunto de documentos no relevantes. A mayores, el modelo asume algunas suposiciones a la hora de estimar  $P(R|d_j, q)$ :

Por binario entendemos booleano en el sentido de que, dados un término  $t_i$  y un documento  $d_j$ , sólo tendremos en cuenta si dicho término aparece o no en el documento, no cuántas

veces aparece en él. De este modo, un documento  $d_j$ , compuesto por un conjunto de términos  $D_j$ , será representado internamente como un vector<sup>1</sup> de la forma:

$$d_j = (w_{1j}, w_{2j}, \dots, w_{M_j})$$

donde  $w_{ij} = 1$  si  $t_i \in D_j$  —es decir, si el término  $t_i$  aparece en el documento  $d_j$ —, y  $w_{ij} = 0$  si  $t_i \notin D_j$  —es decir, si el término  $t_i$  no aparece en el documento  $d_j$ —.

Lógicamente, lo mismo es aplicable al caso de una consulta  $q$ , constituida por un conjunto de términos  $Q$  y representada por un vector:

$$q = (w_{1q}, w_{2q}, \dots, w_{M_q})$$

Por independencia hacemos referencia al hecho de que el modelo supone que la distribución de un término  $t_i$  en la colección es independiente de la distribución de cualquier otro término  $t_j$  en la colección<sup>2</sup>.

La relevancia de un documento es independiente de la relevancia de otros documentos.

Por otra parte, debemos tener en cuenta que, a la hora de estimar la probabilidad  $P(R(d_j, q))$  de que un documento  $d_j$  sea relevante para una consulta  $q$ , realmente lo haremos en base a sus

$$P(d_j) \text{ y } P(q)$$

vectores representación  $d_j$  y  $q$ . Trabajaremos, pues, en base a  $P(R(d_j, q))$ . A su vez, a la hora de derivar una fórmula para esta probabilidad, aplicaremos dos transformaciones frecuentemente utilizadas en este tipo de cálculos:

1. Emplear razones odds en lugar de probabilidades (véase Ecuación 9).
2. Aplicar el teorema de Bayes (véase Ecuación 3).

$$P(d_j | q)$$

En primer lugar, pasamos de trabajar en base a la probabilidad  $P(R(d_j, q))$  de que un vector documento  $d_j$  sea relevante para un vector consulta  $q$ , a trabajar en base a la razón odds  $O(R(d_j, q))$  de que un vector documento  $d_j$  sea relevante para un vector consulta  $q$ :

<sup>1</sup> Solución también empleada por el modelo vectorial [5, 12, 13, 8].

<sup>2</sup> Aunque incorrecta —las palabras Hong y Kong, por ejemplo, tienden a co-ocurrir—, esta suposición es prácticamente una constante en los modelos de recuperación, ya que simplifica enormemente el modelo.

$$\begin{aligned}
 & \in \\
 & \in \in^{-\epsilon} \\
 & \underline{P} (R|d_j, \bar{q}) \\
 O(R|d_j, q) = & \underline{P} (R|d_j, \bar{q}) \\
 & \in \in \\
 & P (R|d_j, \bar{q})
 \end{aligned} \tag{11}$$

Al aplicar Bayes sobre esta expresión obtenemos:

$$\begin{aligned}
 & -\in - - - \\
 & \in \in \in \in \\
 -\in \underline{P} (R|q) P (d_j |R, q) \underline{P} (d_j |R, q) \\
 q) = & -\in \underline{P} (R|q) \times \in \\
 O(R|d_j, \times \in = & O(R|q) \times \in \\
 & \in \in \\
 P (R|q) P (d_j |R, q) P (d_j |R, q)
 \end{aligned} \tag{12}$$

y al asumir independencia entre los términos índice y aplicar la asunción de Bayes ingenuo (véase Ecuación 7), ocurre que:

$$\begin{aligned}
 & \in \in \\
 & - \in M - \\
 P (d_j |R, q) P (w_{ij} |R, q) \\
 & - = \in \\
 P (d_j |R, q) \prod_{i=1}^M \\
 \in \underline{P} (w_{ij} |R, \bar{q})
 \end{aligned} \tag{13}$$

con lo que se obtiene:

$$\begin{aligned}
 & \in \\
 -\in \prod_{i=1}^M P (w_{ij} |R, \bar{q}) \\
 & \in \in \\
 O(R|d_j, q) = O(R|q) \times \in \\
 P (w_{ij} |R, \bar{q}) \\
 & i=1
 \end{aligned} \tag{14}$$

Gracias a la propiedad conmutativa podemos, además, agrupar aquellos operandos correspondientes a términos  $t_i$  que aparecen en el documento  $d_j$  ( $t_i \in D_j$ ) –donde  $w_{ij} = 1$ –, y aquéllos correspondientes a términos  $t_i$  que no aparecen en el documento  $d_j$  ( $t_i \notin D_j$ ) –donde  $w_{ij} = 0$ –:

$$\begin{aligned}
 & \frac{P(w_{ij}=1|R, q) P(w_{ij}=0|R, q)}{P(w_{ij}=1|R, q) P(w_{ij}=0|R, q)} \\
 & O(R|d_j, q) = O(R|q) \times \frac{p_i}{u_i} \times \frac{1-p_i}{1-u_i} \quad (15)
 \end{aligned}$$

Llegados a este punto, creemos conveniente simplificar la notación. Sea  $p_i = P(w_{ij}=1|R, q)$  la probabilidad de que un término  $t_i$  aparezca en un documento  $d_j$  relevante para la consulta, y

o

sea  $u_i = P(w_{ij}=1|\bar{R}, q)$  la probabilidad de que un término  $t_i$  aparezca en un documento  $d_j$  no relevante para la consulta, obtenemos la siguiente tabla de contingencia:

Documento $d_j$	Relevante ( $R$ )	No relevante ( $\bar{R}$ )
Término $t_i$ presente ( $t_i \in D_j, w_{ij} = 1$ )	$p_i$	$u_i$
Término $t_i$ no presente ( $t_i \notin D_j, w_{ij} = 0$ )	$1 - p_i$	$1 - u_i$

Haciendo las correspondientes sustituciones, obtenemos:

$$\begin{aligned}
 & O(R|d_j, q) = O(R|q) \times \frac{p_i}{u_i} \times \frac{1-p_i}{1-u_i} \quad (16)
 \end{aligned}$$

A mayores, dado que los términos que nos interesan son aquéllos que aparecen en la consulta ( $t_i \in Q$ ), sería bueno eliminar los operandos correspondientes a aquellos términos que no aparecen en la consulta ( $t_i \notin Q$ ). Para ello basta suponer que para esos términos la probabilidad de aparecer en un documento relevante o en uno no relevante es la misma, es decir  $p_i = u_i$ , con lo que numerador y denominador se simplifican:

$$\frac{p_i}{u_i} \frac{1 - p_i}{1 - u_i} = 1$$

obteniendo:

$$O(R_{ldj}, q) = O(R_{lq}) \times \frac{p_i}{u_i} \frac{1 - p_i}{1 - u_i} \frac{t_i}{D_j} \frac{Q_{ti}}{Q_{ti}} \frac{Q_{ti}}{D_j} \frac{D_j}{D_j} \tag{17}$$

donde el producto de la izquierda hace referencia a los términos presentes en ambos, consulta y documento, y el producto de la derecha hace referencia a los términos presentes únicamente en la consulta, no en el documento. Por otra parte, si introducimos en una expresión un valor multiplicando y dividiendo simultáneamente, el valor de la expresión no varía. De igual modo, reordenando y reagrupando los factores –propiedades conmutativa y asociativa–, el valor de la expresión tampoco varía. Aplicando esto obtenemos:

$$\begin{aligned} O(R_{ldj}, q) &= O(R_{lq}) \times \frac{p_i}{u_i} \frac{1 - p_i}{1 - u_i} \frac{t_i}{D_j} \frac{Q_{ti}}{Q_{ti}} \frac{Q_{ti}}{D_j} \frac{D_j}{D_j} \\ &= O(R_{lq}) \times \frac{p_i}{u_i} \frac{1 - p_i}{1 - u_i} \frac{t_i}{D_j} \frac{Q_{ti}}{Q_{ti}} \frac{Q_{ti}}{D_j} \frac{D_j}{D_j} \\ &= O(R_{lq}) \times \frac{p_i}{u_i} \frac{1 - p_i}{1 - u_i} \frac{t_i}{D_j} \frac{Q_{ti}}{Q_{ti}} \frac{Q_{ti}}{D_j} \frac{D_j}{D_j} \\ &= O(R_{lq}) \times \frac{p_i}{u_i} \frac{1 - p_i}{1 - u_i} \frac{t_i}{D_j} \frac{Q_{ti}}{Q_{ti}} \frac{Q_{ti}}{D_j} \frac{D_j}{D_j} \\ &= O(R_{lq}) \times \frac{p_i}{u_i} \frac{1 - p_i}{1 - u_i} \frac{t_i}{D_j} \frac{Q_{ti}}{Q_{ti}} \frac{Q_{ti}}{D_j} \frac{D_j}{D_j} \\ &= O(R_{lq}) \times \frac{p_i}{u_i} \frac{1 - p_i}{1 - u_i} \frac{t_i}{D_j} \frac{Q_{ti}}{Q_{ti}} \frac{Q_{ti}}{D_j} \frac{D_j}{D_j} \\ &= O(R_{lq}) \times \frac{p_i}{u_i} \frac{1 - p_i}{1 - u_i} \frac{t_i}{D_j} \frac{Q_{ti}}{Q_{ti}} \frac{Q_{ti}}{D_j} \frac{D_j}{D_j} \\ &= O(R_{lq}) \times \frac{p_i}{u_i} \frac{1 - p_i}{1 - u_i} \frac{t_i}{D_j} \frac{Q_{ti}}{Q_{ti}} \frac{Q_{ti}}{D_j} \frac{D_j}{D_j} \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{t_i \cdot Q_{ti} \cdot Q_{ti} \cdot Q_{ti} \cdot D_j \cdot t_i \cdot D_j}{\square \cdot \square} \\
 & - \in \frac{p_i \times (1-u_i)}{u_i \times (1-p_i)} \times \frac{1-p_i}{1-u_i} \\
 & = O(R_{lq}) \times \frac{p_i \times (1-u_i)}{u_i \times (1-p_i)} \times \frac{1-p_i}{1-u_i} \\
 & \quad t_i \cdot Q_{ti} \cdot Q_{ti} \cdot D_j
 \end{aligned}$$

A la hora de aplicar esta fórmula, debemos también tener en cuenta que realmente no estamos

$$- \in - \in$$

interesados en el valor  $O(R_{lq}, q)$  en sí, sino en la ordenación de los documentos a la que da lugar. Por lo tanto, podemos simplificar la expresión anterior de tal forma que, si bien los valores obtenidos difieren, la ordenación se mantiene. Para ello eliminaremos de la expresión la razón odds inicial –ya que es constante para una consulta dada– y el producto final –ya que está definido para todos los términos de la consulta ( $t_i \cdot Q_{ti}$ ) y, por lo tanto, también es constante para una consulta dada. Si, además, aplicamos logaritmos –el logaritmo es una función monótona, por lo que la ordenación se mantiene–, el valor resultante, denominado RSV –de Retrieval Status Value–, y que será el que empleemos a la hora de ordenar los documentos devueltos, se define como:

$$\begin{aligned}
 & \frac{p_i \times (1-u_i)}{u_i \times (1-p_i)} \cdot \frac{p_i \times (1-u_i)}{u_i \times (1-p_i)} \\
 & RSV_{d,q} = \log = \log \\
 & \quad t_i \cdot Q_{ti} \cdot Q_{ti} \cdot D_j \cdot t_i \cdot D_j
 \end{aligned} \tag{19}$$

Finalmente, si consideramos por separado cada término de la consulta, obtenemos:

$$\begin{aligned}
 & \frac{p_i \times (1-u_i)}{u_i \times (1-p_i)} \cdot \frac{p_i \times (1-u_i)}{u_i \times (1-p_i)} \\
 & RSV_{d,q} = c_i \text{ con } c_i = \log \frac{p_i \times (1-u_i)}{u_i \times (1-p_i)} = \log \frac{1-p_i}{1-u_i} + \log \frac{u_i}{p_i} \\
 & \quad t_i \cdot Q_{ti} \cdot D_j \\
 & = \log \frac{p_i}{1-p_i} - \log \frac{u_i}{1-u_i} = \log \frac{p_i / (1-p_i)}{u_i / (1-u_i)}
 \end{aligned} \tag{20}$$

Como podemos ver, los  $c_i$  vienen dados por dos razones odds asociadas a los términos de la consulta. Se trata del logaritmo del cociente entre, por una parte, la

razón odds de que el término de la consulta aparezca en un documento relevante ( $p_i / (1 - p_i)$ ), y por otra, la razón odds de que el término de la consulta aparezca en un documento no relevante ( $u_i / (1 - u_i)$ ). Por lo tanto, si un término de la consulta tiene la misma probabilidad de aparecer en un documento relevante que la de aparecer en un no relevante (i.e.  $p_i = u_i$ ), el cociente será 1 y su logaritmo será 0, con lo que obtendríamos  $c_i = 0$ . Por otra parte, si la probabilidad de aparecer en un documento relevante es mayor que la de aparecer en un no relevante (i.e.  $p_i > u_i$ ), el numerador será mayor que el denominador, el cociente será mayor que 1, y su logaritmo mayor que 0, con lo que obtendríamos  $c_i > 0$ . Finalmente, por el contrario, si la probabilidad de aparecer en un documento relevante es menor que la de aparecer en un no relevante (i.e.  $p_i < u_i$ ), el numerador será menor que el denominador, el cociente será menor que 1, y su logaritmo menor que 0, con lo que obtendríamos  $c_i < 0^3$ .

La cuestión, ahora, es cómo estimar  $c_i$  para una determinada consulta y una determinada colección de documentos.

#### 4.1. ESTIMACIÓN DE $c_i$

Llegados a este punto, dado que no se conoce el conjunto R de documentos relevantes, se hace necesario estimar los parámetros  $p_i$  y  $u_i$  para así poder calcular  $c_i$ .

En el caso de disponer de información sobre la relevancia de algunos documentos –obtenida mediante realimentación (relevance feedback) [5, 9]–, los parámetros pueden estimarse fácilmente [5, 7, 13]. Supongamos, pues, que el sistema ha devuelto un conjunto inicial de documentos para la consulta y que el usuario ha examinado algunos identificando cuáles de ellos son relevantes y cuáles no son relevantes<sup>4</sup>. Sea V el subconjunto de los documentos inicialmente devueltos que ha sido considerado relevante, y sea  $V_i$  el subconjunto de V cuyos documentos contienen el término  $t_i$  de la consulta. Lo que haremos será aproximar  $p_i$  mediante la distribución del término  $t_i$  en V:

$$\frac{|V_i|}{|V|} \approx p_i \quad (21)$$

donde  $|V|$  y  $|V_i|$  representan el número de elementos en los conjuntos V y  $V_i$ , respectivamente. De forma similar, y suponiendo que el resto de los documentos son no relevantes, aproximaremos  $u_i$  mediante:

<sup>3</sup> Desde el punto de vista operativo, y salvando las distancias,  $c_i$  es aquí asimilable al concepto clásico de peso de un término [5, 12, 13, 8].

<sup>4</sup> Otra posibilidad es emplear realimentación automática, también llamada realimentación ciega (blind relevance feedback) [12], consistente en asumir, sin necesidad de examinarlos, que los n primeros documentos devueltos son relevantes.

$$\frac{df_i - |V_i|}{u_i} \quad (22)$$

$$N - |V|$$

donde  $N$  es el número de documentos que componen la colección y  $df_i$  es el número de documentos de la colección que contienen el término  $t_i$ . Para evitar problemas con valores pequeños de  $|V|$  y  $|V_i|$ , se introducen, además, unos factores de ajuste, obteniendo finalmente:

$$\frac{|V_i| + 0.5}{p_i} \quad (23)$$

$$|V| + 1$$

$$\frac{df_i - |V_i| + 0.5}{u_i} \quad (24)$$

$$N - |V| + 1$$

Finalmente, sustituyendo dichas estimaciones en la expresión de  $c_i$  de la Ecuación 20, y operando a continuación, se obtiene la expresión:

$$\frac{(|V_i| + 0.5) / (|V| - |V_i| + 0.5)}{c_i} \log \quad (25)$$

$$(df_i - |V_i| + 0.5) / (N - df_i - |V| + |V_i| + 0.5)$$

denominada también peso Robertson-Sparck Jones [18], y que tiene gran importancia en los esquemas de peso probabilísticos.

Pero, ¿qué ocurre si no podemos o no queremos emplear realimentación? En ese caso se deberán emplear estimadores que no usen este tipo de información, lo cual complica notablemente su obtención. Dada su complejidad, hemos decidido no ir más allá en este trabajo, ya que creemos que se escapa al objetivo perseguido. Sin embargo, el lector podrá encontrar más información al respecto en [13].

## 5. EL OKAPI BM25

Una de las limitaciones del modelo de independencia binaria descrito en la Sección 4, es que éste fue diseñado para ser empleado sobre textos cortos y de longitud más o menos similar –por ejemplo, repositorios de resúmenes–. Es por ello que el modelo no presta atención a factores como la frecuencia de los términos dentro del documento –es binario, sólo tiene en cuenta la presencia o no del término– y la longitud del mismo. Por lo tanto, si queremos trabajar con otro tipo de colecciones más gene-

rales, se hace necesario contar con un modelo probabilístico más potente que sí tenga en cuenta esos factores<sup>5</sup>. Esta necesidad fue la que dió lugar al BM25 [22, 21], uno de los modelos probabilísticos de referencia y, hasta la aparición de los modelos DFR –que veremos en la Sección 6–, uno de los mejores.

También llamado a menudo Okapi BM25 o simplemente Okapi en referencia al sistema de RI para el que fue desarrollado [23], el BM25 es un modelo probabilístico de recuperación perteneciente a la familia de modelos Poisson-2 (2-Poisson models) [10]. Estos modelos asumen que las apariciones de un término en un documento tienen una naturaleza aleatoria, de tal forma que un documento es visto como una secuencia aleatoria de términos. Dicha distribución puede aproximarse mediante una distribución de Poisson, pero además asume que dicha distribución es diferente en aquellos documentos que tratan sobre el tema de ese término –llamados documentos élite–, y aquéllos que no tratan sobre el tema del término –llamados no-élite–, por lo que han de considerarse dos distribuciones de Poisson diferentes, de ahí la denominación Poisson-2. En su trabajo original [10], Harter empleaba el modelo únicamente para seleccionar términos de indexación, pero no les asociaba peso o medida de relevancia alguno. Serían trabajos posteriores, como el de Robertson [18], los que lo introdujesen.

No entraremos a detallar en este apartado los planteamientos teóricos detrás del modelo BM25<sup>6</sup>, sino que nos limitaremos a esbozar los sucesivos pasos mediante los cuales llegamos a la expresión final del modelo [8, 13]. Para ello partiremos inicialmente de la expresión de la Ecuación 20.

En primer lugar, nos centraremos en cómo tener en cuenta la frecuencia del término en el documento o term frequency ( $tf_{ij}$ ), es decir, el número de veces que un término  $i$  aparece en un documento  $d_j$ . Debido a que la aplicación estricta de las distribuciones de Poisson daría lugar a expresiones excesivamente complejas, Robertson optó por aproximar dichas funciones por otras de comportamiento y forma similar, pero más simples y prácticas de calcular. De este modo, Robertson introdujo un nuevo factor corrector en el producto, una función de peso del término  $t_i$  en el documento  $d_j$  en base a su frecuencia  $tf_{ij}$ :

$$RSV_{d_j} = \frac{t_i}{Q_{ci}} \times (k_1 + 1) \times \frac{tf_{ij}}{k_1 + tf_{ij}} \quad (26)$$

Como podemos ver, esta función aproximativa contiene una constante de ajuste  $k_1$  cuyo valor controla la forma de la función, permitiéndonos ajustar el comportamiento de la misma: un valor  $k_1=0$  devuelve al sistema su comportamiento binario original respecto a la frecuencia del término –es decir, no se tendría en cuenta  $tf_{ij}$ –, mientras que para valores altos de  $k_1$  la función devolvería valores próximos a  $tf_{ij}$ . Por otra parte, del mismo modo que se ha tenido en cuenta la frecuencia del término en el docu-

<sup>5</sup> Factores que sí son tenidos en cuenta por otros modelos [5, 12, 13, 8], ya que esa información permite mejorar los resultados y aumentar la aplicabilidad del modelo.

<sup>6</sup> Si lo desea, el lector puede referirse a [23, 11, 8].

mento, también se puede tener en cuenta la frecuencia del término en la consulta (tf<sub>iq</sub>) introduciendo en el producto un factor análogo al anterior –al igual que en el caso anterior–, existe una constante de ajuste (k<sub>3</sub>). De este modo se obtiene:

$$RSV_{d_j, q} = c_i \times \frac{(k_1 + 1) \times tf_{ij} \times (k_3 + 1) \times tf_{iq}}{k_1 + tf_{ij} \times k_3 + tf_{iq}} \quad (27)$$

t<sub>i</sub> Q t<sub>i</sub> D<sub>j</sub>

La siguiente modificación propuesta por Robertson estuvo encaminada a tener en cuenta la longitud del documento. La razón para ello es que un documento muy largo tiene una probabilidad mucho mayor de que haya correspondencias con términos de la consulta, incluso aunque no sea relevante, ya que contiene muchas más palabras que un documento corto, pudiendo producirse más fácilmente correspondencias meramente casuales [25]. Para ello Robertson tuvo en cuenta dos hipótesis respecto a por qué un documento es más largo que otro [19]:

1. Hipótesis del ámbito (scope hypothesis): el documento mayores, otros temas.
2. Hipótesis de la verbosidad (verbosity hypothesis): el documento más largo trata el mismo tema, pero en más detalle o bien, simplemente, con más "palabrería".

De este modo, Robertson introduce en la expresión la longitud dl<sub>j</sub> del documento d<sub>j</sub> actualmente considerado, multiplicando esta longitud por la constante k<sub>1</sub>, ya que asume que la frecuencia de un término en un documento aumenta proporcionalmente a la longitud del mismo. A continuación, normaliza k<sub>1</sub> respecto a la longitud media de los documentos de la colección (dl<sub>avg</sub>) dividiéndola por este valor. La razón para ello es que supone que k<sub>1</sub> ha sido fijada en base a dicha longitud media de los documentos de la colección. Finalmente, introduce un último factor de ajuste b, con valor entre 0 y 1, el cual permite al usuario controlar en qué medida la longitud del documento es tenida en cuenta. De este modo, un valor extremo b=0 "desactivaría" las modificaciones encaminadas a tener en cuenta la longitud, mientras que valores mayores irían introduciendo el factor modificador cada vez en mayor medida hasta aplicarlo totalmente en el caso de b=1. La expresión final resultante es:

$$RSV_{d_j, q} = c_i \times \frac{(k_1 + 1) \times tf_{ij} \times (k_3 + 1) \times tf_{iq}}{K + tf_{ij} \times k_3 + tf_{iq}} \quad (28)$$

t<sub>i</sub> Q t<sub>i</sub> D<sub>j</sub>

donde c<sub>i</sub> es el factor inicial, tal como se define en la Ecuación 20

$K$  se calcula como  $K = k_1 \times ((1 - b) + b \times dl_j / dl_{avg})$

$k_1$ ,  $k_3$  y  $b$  son parámetros constantes de ajuste

$tf_{ij}$  es la frecuencia del término  $t_i$  en el documento  $d_j$

$tf_{iq}$  es la frecuencia del término  $t_i$  en la consulta  $q$

$dl_j$  es la longitud del documento  $d_j$

$dl_{avg}$  es la longitud media de los documentos de la colección

Idealmente, los valores de los parámetros  $k_1$ ,  $k_3$  y  $b$  deberían ser ajustados experimentalmente en base a la colección y al tipo de consultas empleadas, si bien en la práctica suelen emplearse ciertos valores por defecto [20, 8, 13]:  $k_1$  y  $k_3$  entre 1.2 y 2 –normalmente 1.2–, pudiendo aumentar  $k_3$  a valores entre 7 y 1000 (virtualmente infinito) en el caso de consultas largas; y  $b=0.75$ , aunque valores más pequeños de  $b$  a veces reportan mejoras.

## 6. EL PARADIGMA DFR

Al hablar del paradigma DFR [4, 1] –de Divergence From Randomness o divergencia respecto a la aleatoriedad–, y cuyo principal exponente es el sistema Terrier [2], no deberíamos tanto hablar de un modelo de recuperación sino de una metodología para construir modelos de recuperación.

Al igual que en el caso del BM25 –descrito en la Sección 5–, los modelos DFR parten del modelo Poisson-2 definido por Harter [10]. Sin embargo, los modelos DFR guardan importantes diferencias respecto a otros modelos probabilísticos:

Los modelos DFR no están basados en el principio de ordenación por probabilidad –véase Sección 3–, ya que no trabajan en base al concepto de probabilidad de relevancia de un documento, sino en base a los conceptos de contenido informativo (informative content) y ganancia de información (information gain) [4]. De esta forma, los documentos no son devueltos de acuerdo a su probabilidad de relevancia respecto a la consulta, sino respecto a la ganancia de información obtenida al devolver dicho documento –reflejada en un valor RSV–, retomando además el concepto de peso  $w_{ij}$  de un término  $t_i$  en un documento  $d_j$  [5, 12, 13, 8] a la hora de calcular dicha ganancia a nivel de término:

$$RSV_{d_j, q} = w_{ij} \quad (29)$$

$t_i \blacklozenge Q$

Los modelos DFR son modelos no paramétricos, por lo que no es necesario ningún ajuste experimental de parámetros, como en el caso del BM25.

Como ya hemos dicho, se trata de una metodología para construir modelos de recuperación, de tal forma que distintas configuraciones darán lugar a distintos modelos DFR.

La idea sobre la que se basan los modelos DFR es sencilla. Si asumimos que la distribución de los términos en los documentos a lo largo de la colección debería ser aleatoria —de acuerdo con el modelo Poisson-2 [10]—, entonces podemos medir la cantidad de información portada por un término  $t_i$  en un documento  $d_j$  en base a la diferencia entre su distribución real en ese documento y su distribución esperada según el modelo aleatorio. De forma más sencilla, si una palabra aparece en un documento muchas más veces de lo que cabría de esperar, entonces parece lógico suponer que dicho documento trata ese tema.

A la hora de definir un modelo DFR debemos definir sus tres componentes, los cuales tienen una plasmación directa en la expresión de cálculo del peso  $w_{ij}$  de un término  $t_i$  en un documento  $d_j$ :

$$w_{ij} = tf_{iq} \times Inf_1(tf_{n_{ij}}) \times P_{risk}(tf_{n_{ij}}) \tag{30}$$

donde  $tf_{iq}$  es la frecuencia del término  $t_i$  en la consulta  $q$   $Inf_1$  es el contenido informativo del término  $t_i$  en el documento  $d_j$  (ver Sección 6.1)  $P_{risk}$  es una expresión del riesgo asumido al aceptar el término  $t_i$  como descriptor válido del documento  $d_j$  (ver Sección 6.2)  $tf_{n_{ij}}$  es la frecuencia  $tf_{ij}$  del término  $t_i$  en el documento  $d_j$  tras ser normalizada en base a la longitud del documento (ver Sección 6.3)

A continuación, describiremos en mayor detalle esos tres componentes.

### 6.1. COMPONENTE 1: MODELO ALEATORIO

El primero de los componentes de un modelo DFR es el modelo aleatorio (randomness model) según el cual asumimos que están distribuidos los términos, y que vendrá dado por una función de probabilidad  $P_{rob1}$  [4, 1], donde  $P_{rob1}(tf_{ij})$  es la probabilidad de que el término  $t_i$  aparezca  $tf_{ij}$  veces en el documento  $d_j$ . Uno de los casos más sencillos es emplear una distribución binomial:

$$P_{rob1}(tf_{ij}) = \frac{Tf_i!}{tf_{ij}! (Tf_i - tf_{ij})!} p^{tf_{ij}} q^{Tf_i - tf_{ij}} \tag{31}$$

con  $p + q = 1$

donde  $tf_{ij}$  es la frecuencia del término  $t_i$  en el documento  $d_j$   $Tf_i$  es la frecuencia total del término  $t_i$  en la colección  $N$  es el número de documentos en la colección Otra posibilidad, algo más compleja, es emplear una distribución geométrica:

$$P_{rob1}(tf_{ij}) = -\log_2 \left( \frac{1}{Tf_i} \left( 1 + \frac{1}{Tf_i} \right)^{Tf_i - 1} \right)^{tf_{ij}} \tag{32}$$

con  $Tf_i = \sum_{j=1}^N tf_{ij}$

Según la función  $P_{rob1}$  que tomemos, obtendremos un modelo diferente. El lector podrá encontrar en [4, 1] más información al respecto.

Una vez definida  $P_{rob1}$ , ya se puede calcular el contenido informativo (informative content) de un término en un documento ( $Inf_1$ ). Intuitivamente, podemos considerar que en la colección existen dos tipos de palabras [10]. Por una parte, estarían las denominadas palabras "de especialidad" (specialty words), aquéllas de mayor contenido informativo y que se concentran en los documentos élite –por lo tanto más útiles para el proceso de recuperación–, difieren en su distribución de lo esperado según el modelo aleatorio. Por otra parte, estarían las denominadas palabras "de no-especialidad" (nonspecialty words), de escaso contenido informativo –caso de las stopwords–, y para las cuales asumimos una distribución aleatoria a lo largo de la colección. De este modo, si, de acuerdo a nuestro modelo de distribución, un término tiene una alta probabilidad de aparecer en un documento, asumiremos que se trata de una palabra "de no-especialidad", es decir, de escaso contenido informativo. Por el contrario, si un término tiene una probabilidad baja de aparecer en un documento, entonces estaríamos ante una palabra "de especialidad", aquellas palabras que proveen a un documento de su contenido informativo. En base a esto, se define el contenido informativo (informative content) de un término en un documento ( $Inf_1$ ) como:

$$Inf_1 = -\log_2 P_{rob1} \quad (33)$$

## 6.2. COMPONENTE 2: PRIMERA NORMALIZACIÓN

El segundo componente de un modelo DFR es el denominado comúnmente primera normalización (first normalization) [4, 1].

La idea básica detrás de esta normalización es la siguiente. Si un término poco común –"de especialidad"– no aparece en un documento, podemos suponer que su probabilidad de ser informativo, en relación al tema que trata ese documento, es baja o nula. De este modo, si aceptamos dicho término como un descriptor válido de ese documento, estaremos asumiendo un riesgo *risk* muy alto [15], ya que existen indicadores que apuntan a que es poco fiable. Por el contrario, si un término poco común aparece repetidamente en un documento, entonces podemos suponer que su probabilidad de ser informativo, en relación al tema del documento, es muy alta. En consecuencia, si lo tomamos como descriptor, el riesgo asumido en este caso sería muy bajo.

Si denominamos  $P_{rob2}$  a dicha probabilidad de un término  $t_i$  de ser informativo en relación al tema tratado en  $d_j$ , podemos definir la función de riesgo  $Prisk$  asociada a tomar  $t_i$  como término representativo de  $d_j$  como:

$$P_{risk} = 1 - P_{rob2} \quad (34)$$

La normalización a la que hace referencia este componente consiste en multiplicar  $\text{Inf}1$  por  $P_{\text{risk}}$  —véase Ecuación 30—, y así ponderar el contenido informativo inicial  $\text{Inf}1$  de un término en un documento en base al riesgo asumido al tomar dicho término como un descriptor válido de ese documento.

Finalmente, en [4, 1] se describen dos modelos para la función  $P_{\text{risk}}$ , uno basado en la ley de sucesión de Laplace, y que es referido como normalización L:

$$P_{\text{risk}} = \frac{1}{\text{tf}_{ij} + 1} \tag{35}$$

y otro basado en distribuciones binomiales, y que es referido como normalización B:

$$\text{Prisk} = \frac{\text{TFi} + 1}{\text{dfi} \times (\text{tf}_{ij} + 1)} \tag{36}$$

donde  $\text{dfi}$  es el número de documentos de la colección que contienen el término  $t_i$ .

### 6.3. COMPONENTE 3: SEGUNDA NORMALIZACIÓN

El tercer y último componente de un modelo DFR es el denominado segunda normalización (second normalization) [4, 1], y que persigue normalizar la frecuencia  $\text{tf}_{ij}$  del término  $t_i$  en el documento  $d_j$  en base a la longitud del documento y a la longitud media de un documento de la colección. El valor normalizado resultante,  $\text{tf } n_{ij}$ , es el valor empleado finalmente a la hora de calcular el peso, en lugar de la frecuencia  $\text{tf}_{ij}$  inicial —ver Ecuación 30—. A este respecto, se describen dos normalizaciones en [4, 1]:

$$\text{tf } n_{ij} = \text{tf}_{ij} \times d_{\text{avg}} / d_j \tag{37}$$

$$\square \square \text{tf } n_{ij} = \text{tf}_{ij} \times \log_2 \frac{1 + d_{\text{avg}}}{1 + d_j} \tag{38}$$

donde  $d_j$  es la longitud del documento  $d_j$   $d_{\text{avg}}$  es la longitud media de los documentos de la colección.

## 7. CONCLUSIÓN

A lo largo de este trabajo hemos hecho una revisión del estado del arte de la familia de los modelos probabilísticos de recuperación de información. Partiendo de los principios básicos que sustentan estos modelos, hemos descrito diferentes modelos concretos, desde el más básico —el modelo de independencia binaria—, hasta sus últimos desarrollos —los modelos DFR—, pasando por el ya clásico BM25. Hemos optado por

dejar fuera, al considerarlas fuera del ámbito de este trabajo, otras aproximaciones de base probabilística como las redes Bayesianas (Bayesian networks) [8, 7, 5] o los modelos de lenguaje (language modeling) [15, 6, 13] –cuyo mejor exponente es el sistema Lemur [3]–. El lector puede consultar la bibliografía al respecto si tiene interés.

## REFERENCIAS

- [1] Divergence From Randomness (DFR) Framework. <http://ir.dcs.gla.ac.uk/wiki/Terrier/LiveDoc/DFRDescription>.
- [2] TERabyte RetrIEveR: Terrier Information Retrieval Platform. <http://ir.dcs.gla.ac.uk/terrier/>.
- [3] The Lemur Toolkit. <http://www.lemurproject.org>.
- [4] G. Amati and C.J. van Rijsbergen. Probabilistic models of Information Retrieval based on measuring divergence from randomness. *ACM Transactions on Information Systems*, 20(4): 357-389, 2002.
- [5] R. Baeza-Yates and B. Ribeiro-Neto. *Modern Information Retrieval*. Addison Wesley and ACM Press, Harlow, England, 1999.
- [6] W.B. Croft and J. Lafferty, editors. *Language Modeling for Information Retrieval*, volume 13 of *The Information Retrieval Series*. Kluwer Academic Publishers, 2003.
- [7] N. Fuhr. Probabilistic models in information retrieval. *The Computer Journal*, 35(3): 243-255, 1992.
- [8] E. Greengrass. *Information retrieval: A survey*. Technical Report TR-R52-008-001, United States Department of Defense, 2001.
- [9] D. Harman. Relevance feedback revisited. In *Proceedings of the 15th anual international ACM SIGIR conference on research and development in Information Retrieval (SIGIR'92)*, June 21-24, Copenhagen, Denmark, pages 1-10. ACM Press, 1992.
- [10] S.P. Harter. A probabilistic approach to automatic keyword indexing, Parts I & II. *Journal of the American Society for Information Science*, 26(4): 197-206, 280-289, 1975.
- [11] K. Spark Jones, S. Walker, and S.E. Robertson. A probabilistic model of information retrieval: development and comparative experiments, Parts I & II. *Information Processing & Management*, 36(6): 779-808, 809-840, 2000.
- [12] G. Kowalski. *Information Retrieval Systems: Theory and Implementation*. The Kluwer international series on Information Retrieval. Kluwer Academic Publishers, Boston-Dordrecht-London, 1997.
- [13] C.D. Maning, P. Raghavan, and H. Schütze. *An Introduction to Information Retrieval*. Cambridge University Press, Cambridge, England, 2008.
- [14] C.D. Maning and H. Schütze. *Foundations of Statistical Natural Language Processing*. The MIT Press, Cambridge (Massachusetts) and London (England), 1999.

- [15] J.M. Ponte and W.B. Croft. A language modeling approach to information retrieval. In Proceedings of the 21st annual international ACM SIGIR conference on research and development in Information Retrieval (SIGIR'98), August 24-28 1998, Melbourne, Australia, pages 275-281. ACM Press, 1998.
- [16] S.E. Robertson. The probability ranking principle in IR. *Journal of Documentation*, (33):126-148, 1977.
- [17] S.E. Robertson and N.J. Belkin. Ranking in principle. *Journal of Documentation*, 34(2): 93-100, 1978.
- [18] S.E. Robertson and K. Sparck Jones. Relevance weighting of search terms. *Journal of the American Society for Information Sciences*, (27): 129-146, May-June 1976.
- [19] S.E. Robertson and S. Walker. Some simple effective approximations to the 2-poisson model for probabilistic weighted retrieval. In Proceedings of the 17th annual international ACM SIGIR conference on research and development in Information Retrieval (SIGIR'94), pages 232-241. Springer-Verlag New York, Inc., 1994.
- [20] S.E. Robertson and S. Walker. Microsoft Cambridge at TREC-9: Filtering track. In E.M. Voorhees and D.K. Harman, editors, NIST Special Publication 500-249: The Ninth Text REtrieval Conference (TREC 9), pages 361-368, Gaithersburg, MD, USA, 2001. Department of Commerce, National Institute of Standards and Technology.
- [21] S.E. Robertson, S. Walker, M.M. Beaulieu, M. Gatford, and A. Payne. Okapi at TREC-4. In D. K. Harman, editor, NIST Special Publication 500-236: The Fourth Text REtrieval Conference (TREC-4), pages 73-96, Gaithersburg, MD, USA, 1996. Department of Commerce, National Institute of Standards and Technology.
- [22] S.E. Robertson, S. Walker, K. Spark Jones, M.M. Beaulieu, and M. Gatford. Okapi at TREC
- 3. In D. K. Harman, editor, NIST Special Publication 500-225: Overview of the Third Text REtrieval Conference (TREC 3), pages 109-126, Gaithersburg, MD, USA, 1995. Department of Commerce, National Institute of Standards and Technology.
- [23] S. Robertson. TREC: Experiment and Evaluation in Information Retrieval, chapter How Okapi came to TREC, pages 287-299. MIT Press, 2005.
- [24] G. Salton, editor. *The SMART Retrieval System: Experiments in Automatic Document Processing*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1971.
- [25] G. Salton and C. Buckley. Term-weighting approaches in automatic retrieval. *Information Processing & Management*, 24(5): 513-523, 1988.
- [26] C.J. van Rijsbergen. *Information Retrieval*. Butterworths, London, 2<sup>nd</sup> edition, 1979.
- [27] C.J. van Rijsbergen and K. Spark Jones. A test for the separation of relevant and non-relevant documents in experimental retrieval collections. *Journal of Documentation*, 29(3):251-257, 1973.