Kurt Gödel: Ensayos inéditos

Juan José Acero
(Universidad de Granada)

El presente volumen (Madrid: Biblioteca Mondadori, 1994, 240 págs.) ha de ser calurosamente acogido por parte del público interesado de manera específica en la obra del lógico y matemático austríaco Kurt Gödel y, más en general, por la filosofía y la historia de la lógica y de la matemática del presente siglo. Tras haber editado Jesús Mosterín, a principios de la pasada década, la obra que Gödel [G. en lo que sigue] publicó en vida (Kurt Gödel, *Obras completas,* Madrid: Alianza Universidad, 1981) y después de que no hace mucho se tradujera al castellano el libro de Hao Wang sobre este autor (Hao Wang, *Reflexiones sobre Kurt Gödel,* Madrid: Alianza Universidad, 1991), una obra absolutamente imprescindible para penetrar en la personalidad de G. en su relación con otros filósofos y científicos de la época, así como en la significación de sus escritos, José Rodríguez Consuegra edita ahora, bajo el título de *Ensayos inéditos* [*EI,* en lo que sigue], lo más destacado de los escritos inéditos de G. que forman parte del legado que obra en el Institute for Advanced Studies de la Universidad de Princeton.

Precedidos de un breve prólogo de Willard V. Quine, los *EI* constan de dos partes (junto a un capítulo de Agradecimientos y una Introducción, ambos del editor). La primera está formada por un ensayo de José Rodríguez Consuega, titulado «Kurt Gödel y la filosofía de la matemática» y por un video-disco-bibliografía de la obra de G. de publicaciones directa e indirectamente vinculadas a su obra, y de algún material en video y disco sobre este autor. La segunda parte contiene un capítulo en el que el editor informa sobre el origen y contenidos del legado Gödel y sobre los manuscritos a partir de los cuales se ha llevado a cabo la edición de la presente obra. Aquí se nos explica que estos *EI* contienen la denominada conferencia Gibbs («Algunos teoremas básicos sobre los fundamentos de la matemática y sus implicaciones filosóficas»), que fue leída a finales de 1951 en la reunión anual de la Sociedad Matemática Americana, así como dos de las seis versiones de un estudio crítico, titulado «¿Es la matemática sintaxis del lenguaje?», en el cual trabajó G. entre 1953 y 1959, tras invitarle Paul A. Schilpp a colaborar en el volumen sobre la filosofía de Rudolf Carnap de la famosa Biblioteca de Filósofos Vivos. El resto de esta segunda parte está formado por los textos de la citada conferencia, los de las versiones II y VI (que datan supuestamente de 1953-1954 y de 1955-1956, de forma respectiva) del estudio sobre la sintaxis lógica y por un breve capítulo de notas en el que el editor compara los contenidos de las dos versiones más acabadas de ese estudio: la V y la VI. Aun desconociendo las restantes versiones de este ensayo, opino que la elección del editor parece afortunada por el contraste entre el extenso y pormenorizado, pero evidentemente inacabado, análisis de la versión II y la elegante y compacta presentación de la versión final.

En conjunto, el trabajo de edición y presentación de Rodríguez Consuegra merece todo nuestro reconocimiento, dado el estado casi cabalístico de los manuscritos originales de G. la tarea minuciosa de reconstrucción que ha tenido que hacerse para poner a disposición del lector el material finalmente publicado y las facilidades dadas al lector en el estudio introductorio. El resultado final contribuye a iluminar las ideas sobre filosofía de la matemática de una figura que, como G. no sólo contribuyó a la lógica y la matemática mismas con descubrimientos de la mayor importancia, sino que fue también un interlocutor de primera fila en los movimientos de renovación filosófica habidos en la primera mitad de siglo. Si hasta el momento casi el único texto disponible en castellano para acceder a su ideario filosófico era su ensayo de 1944 sobre la filosofía de la matemática de Russell («La lógica matemática de Russell») –a lo que hay que añadir toda la Parte II de la obra de Hao Wang–, con la publicación de estos *EI* las fuentes de información se enriquecen sustancialmente. (Por cierto, que es con el ensayo sobre Russell con el que estos *EI* entroncan de una forma más directa.) Ahora resulta indudable la importancia que G. dio a las cuestiones filosóficas –que le ocuparían de forma prácticamente exclusiva algo más de los treinta últimos años de vida– y la pertinencia de sus propios hallazgos metamatemáticos (de 1931) para evaluar las ideas dominantes en la filosofía de la lógica y de la matemática. A este respecto, el análisis que hace G. de la tesis de que la matemática puede reducirse a sintaxis del lenguaje –tesis que sustanció Carnap en *Die Logische Syntax der Sprache* (1938, en la edición completa)– es la más profunda que conozco. El carácter provisional de «¿Es la matemática sintaxis del lenguaje?» (II) llega a ser del todo evidente, pero la profundidad de la mirada de G. compensa sobradamente sus oscuridades y las cuestiones que dejó por resolver. Además, los *EI* revelan cuán profunda fue la discrepancia mantuvo con las filosofías positivista y finitista y cuán grande fue su recelo a hacerlas públicas mientras no dispusiera de argumentos positivos o de críticas incontestables. También de la personalidad obsesiva de G. ofrecen estos *EI* una prueba palpable.

En lo concerniente al contenido de estos ensayos inéditos y conociendo la obra publicada de G. podía uno esperar encontrarse con declaraciones de principio como la de que «*existen* objetos y hechos matemáticos que son exactamente tan objetivos (esto es, independientes de nuestras convenciones o construcciones) como los objetos y hechos físicos o psicológicos, aunque, desde luego, sean objetos de naturaleza completamente diferente» (192). Pero, a mi juicio, lo realmente digno de ser destacado de estos *EI* estriba, mejor que en las tesis realistas propiamente dichas –de las que hay abundantes muestras: cfr. pp. 156, 165, 169, 173, 192–, en las líneas argumentativas que les prestan su apoyo y en las que G. aduce para socavar concepciones alternativas (como la finitista, la constructivista y muy especialmente la sintacticista). En conjunto, dos de esas líneas argumentativas sobresalen por encima de las restantes: una, la de la 'inagotabilidad de la matemática'; la otra, la de la incomunicación de los ámbitos de la matemática y de la ciencia empírica.

Que la matemática es inagotable lo avala la existencia de proposiciones matemáticas indecidibles. Ello, dice G., «parece implicar que los objetos y hechos matemáticos, o al menos *algo* en ellos, existen objetiva e independientemente de nuestros actos mentales y decisiones» (156). A esos hechos y objetos tenemos acceso por una suerte de intuición que demuestra ser irremplazable. Es esta intuición la que, a juicio de G., hace que nos apercibamos de la consistencia de la aritmética, a pesar de que no pueda ser demostrada como no sea mediante axiomas que la presupongan. Es más, esa misma intuición es la última autoridad a la hora de justificar la aplicación de la matemática clásica en el ámbito de la ciencia empírica. Para acreditar semejante aplicación –apunta G.–, hay que contar previamente con el resultado de que la aritmética es consistente. Pero se dispone de esta premisa bien cuando se ha demostrado esa consistencia bien si se tiene un respaldo empírico (inductivo) de ella. Lo primero está excluido por el consiguiente teorema de G. Lo segundo, por el hecho de que la vía de la inducción empírica no le reconocería a las verdades matemáticas el género de validez que les es propio: la validez *a priori*. Este esquema argumentativo aparece reiteradamente en estos *EI* –cfr. pp. 195 y s.; 198 y 200 y s.; 204; 232 y 236– para combatir la filosofía de la matemática del positivismo y del empirismo lógicos y, en particular, la doctrina de que las verdades matemáticas descansan en convenciones sintácticas acerca del uso de ciertos signos (como propugnaron Hahn, Schlick o Carnap). Inexorablemente, siempre que una u otra variante de esta doctrina es analizada, G. señala que la aplicación del sistema de convenciones (o de reglas sintácticas) elegido y/o su justificación presupone su consistencia, tras lo cual infiere que ningún sistema de convenciones lingüísticas puede hacer las veces de la intuición matemática y hacer justicia a la inagotabilidad de este ámbito de la realidad. Como la única alternativa que deja libre este vínculo entre la aplicabilidad empírica de un sistema de proposiciones y el requisito de su consistencia es que la validez objetiva del sistema la confieran los hechos físicos (o psíquicos), G. puede concluir que el proyecto positivista de conciliar una epistemología empirista para la ciencia natural con el reconocimiento de la validez *a priori* de la lógica y la matemática es irrealizable.

El argumento de los dominios incomunicados ocupa un lugar central en el rechazo de la doctrina de que las verdades matemáticas carecen de contenido. G. entiende que el fundamento de esa doctrina reside en el siguiente argumento: «... si se dividen los hechos empíricos en dos partes A y B, tales que B no implique nada en A, puede construirse un lenguaje en el que las proposiciones que expresen B carezcan de contenido» (164). Según yo lo entiendo, el diagnóstico de la incorrección del argumento es la tesis de que puede admitirse el carácter analítico de las verdades matemáticas (y lógicas) –las que describen B– y el carácter sintético de las verdades de la ciencia empírica –las que describen A– sin que ello conduzca a la conclusión de que las primeras están vacías de contenido. Como dice G., quienes opinan de esa forma asimilan contenido *objetivo* a contenido *empírico* (o *fáctico*), pero esta asimilación es errónea. No hay duda de que estos *EI* contienen muy poco material sobre la teoría gödeliana del contenido objetivo, pero a la vista de los pasajes disponibles –cf. pp. 165 y ss., 177 y s., 197, 203, 223 y s., 226, 234 y s., 237 y s.– G. parece identificar el contenido objetivo de una proposición (verdadera) con el hecho que describe; y parece entender que es un hecho la posesión de una propiedad por un objeto o el que dos o más objetos guarden una determinada relación. A eso añade que los objetos matemáticos son de naturaleza conceptual, aunque no en sentido psicológico. Por lo tanto, las verdades matemáticas son analíticas en un sentido preciso, a saber: en que deben su estatuto a los conceptos de los que hablan, y no a cómo es el mundo físico en este o en aquel respecto. En definitiva, tanto las proposiciones matemáticas como las de la ciencia natural tienen contenido objetivo, pero describen dos realidades completamente separadas. Es esta incomunicabilidad recíproca la que parece –pero sólo lo parece– avalar la siguiente maniobra: Si dos dominios, A y B, son mutuamente independientes y se atribuye contenido a las proposiciones que tratan de los hechos de A, entonces se puede declarar vacías de contenido (es decir, tautológicas) a las proposiciones que tratan de B. (Véase pp. 164 y s., 203, 225, 233 y s.) Pero que las proposiciones de B sean tautológicas, apunta G., no responde a la realidad del caso, puesto que B puede contener sus propios objetos y sus propios hechos, y no ser ni los unos ni los otros creaciones nuestras. Su exclusión obedecería simplemente a una decisión carente se fundamento. Esto es a juicio de G. lo que ocurre con la realidad matemática.

Finalmente, un aspecto destacado de esta edición de los *EI* de G. lo constituye el estudio introductorio de Rodríguez Consuegra. Los tres capítulos de que consta tratan, respectivamente, de la relación entre los hallazgos metamatemáticos y el realismo platónico de G., según aparece en sus escritos inéditos, del carácter analítico de las verdades matemáticas y de la analogía que G. percibía y explotaba entre la matemática y la lógica, de una parte, y la ciencia empírica, en particular la ciencia física, de otra. Los tres capítulos constituyen una útil guía para el lector, sistemática y bien concebida en cuanto sus criterios, pues no sólo proporcionan lo esencial de las principales alternativas a los puntos de vista de G. –tanto de las principales entre las que le antecedieron (de Frege, Russell, Hilbert, Wittgenstein, Tarski y Carnap) como también alguna de las posteriores (Quine o Dummett)–, sino que además contiene información bien elaborada sobre sus doctrinas ya publicadas y acerca de las principales novedades de los inéditos. Entre otros diagnósticos de interés, la afinidad entre muchas ideas de G. y las de Frege y Russell es muy oportunadamente señalada en estas páginas. Mi único desacuerdo con esta parte de los *EI* rsulta de la actitud pro-quineana que se hace visible en algunos juicios de Rodríguez Consuegra, sobre todo en aquellos en los que desea mostrar que hay vías que permiten obviar las radicales ideas de G. (En su prólogo, Quine escribe que la filosofía de la matemática de G. «está reñida con las posiciones de la mayor parte de los filósofos contemporáneos que se ocupan de la lógica y la matemática».) A este respecto, señalaré dos cuestiones sobre las que me parece necesario que los estudios futuros de estos *EI* arrojen más luz.

En primer lugar, es perceptible que Rodríguez Consuegra da por válidos los argumentos de Quine a propósito de la distinción analítico/sintético y que esa validez es entendida en detrimento de la posición del propio G. (véase p. 78, líneas finales). Así, no sólo sucede que los argumentos de Quine derivan de premisas que están lejos de haber sido unánimemente respaldadas –por ejemplo, que el significado sea una propiedad de la *conducta*–, sino que yo no aprecio en los *EI* indicios claros de que G. deba verse en la tesitura de aceptar el gambito, posibilidad apuntada por el editor, de que los conceptos de una teoría matemática vengan definidos por los axiomas de esa misma teoría (como se apunta en pp. 78 y 82). A mi juicio, los sin duda escasos fragmentos de G. sobre el tema (cf. *supra*) apuntan más bien en la dirección de una teoría denotacional del contenido conceptual. (La proximidad de G. a Russell podría encontrar aquí una manifestación más.) Pero una teoría así, sin entrar en sus méritos intrínsecos, por el solo hecho de asignar contenido a los términos primitivos de las proposiciones matemáticas, abre la posibilidad de que haya proposiciones que sean verdaderas exclusivamente en virtud del contenido de sus constituyentes.

En segundo lugar, Rodríguez Consuegra defiende que G. vio que entre matemática y ciencia natural existía una analogía profunda; y añade que, en su opinión, esta analogía «contiene implicaciones holistas» (83). En la medida en que esto supone (siguiendo a Duhem, Carnap y Quine) que sólo hay una diferencia de grado entre el abandono de un axioma matemático y el de una ley física, el holismo atribuido a G. me parece problemático. Es cierto que G. reconoce la analogía mencionada, pero no lo es menos que también insiste en su diferencia: en la diferencia entre la particularidad de los objetos físicos y la generalidad de las entidades conceptuales (p. 204), entre la intuición directa de los axiomas matemáticos y la observación de los hechos de la naturaleza, entre la verdad fáctica y la verdad conceptual (pp. 206 y s.), entre la validez *a priori* de la matemática y la validez *a posteriori* de la ciencia empírica (p. 196). Precisamente, el ir más allá de la analogía y asimilar los axiomas matemáticos a las leyes de la naturaleza, viendo éstos «como parte de la teoría física que sólo resulta bien definida después de que ellos hayan sido dados» (206), es, a juicio de G., el error de la concepción sintacticista de la lógica. Sin embargo, tras haber señalado todo esto, existe un argumento pro-holista en el sentido señalado por el editor. En diversos lugares de estos *EI* G. afirma que, en el caso de que los axiomas de una teoría matemática se siguieran de un sistema de convenciones sintácticas, sería preciso probar que de dicha teoría no se sigue proposición empírica ninguna. Ello no sólo permitiría justificar la naturaleza *a priori* de la verdad matemática, sino demostrar su consistencia –pues de tal sistema no se seguiría al menos una cierta proposición–. La duda que resta es si con este argumento G. se limita a levantar un obstáculo a la teoría carnapiana de la verdad matemática, dada la integración que esta teoría hace de ciencia formal y ciencia empírica en un único bloque; o bien si entiende, además, que semejante integración la satisface su propia concepción de la verdad matemática. En este segundo caso, la tesis de Rodríguez Consuegra tendría un asidero sólido.