Wittgenstein: lógica, matemáticas y convención

Anastasio ALEMÁN
(Universidad Autónoma de Madrid)

1. Hay un problema en torno a la interpretación del segundo Wittgenstein sobre la naturaleza de la lógica y la matemática. Digo que entorno a la interpretación porque lo que no está en discusión es que éste mantuviera la tesis de que la lógica y la matemática son convencionales. Lo dijo así en diferentes ocasiones. El problema por tanto no está en si con el término 'convencionalismo' estamos describiendo o no la posición de Wittgenstein, sino en qué sentido cabe interpretar este término de modo que ajuste a lo que éste quería indicar con él.

Que ahí hay un problema quedó patente en el artículo de Dummett (WPM) sobre la filosofía de la matemática de Wittgenstein. Dummett llega a la conclusión de que hay que optar entre un convencionalismo modificado e inconsistente o un convencionalismo radical 'extremadamente difícil de tragar' (p. 173). Tendremos ocasión más adelante de clarificar los detalles constitutivos de estas dos interpretaciones.

Por otra parte, Baker y Hacker en *Grammar, Rules and Necessity,* uno de los más lúcidos y detallados análisis hechos hasta la fecha de la filosofía de W., aun reconociendo las dificultades envueltas en el convencionalismo modificado y de rechazar, acertadamente, como ajeno a W. el convencionalismo radical, no logran sin embargo, bosquejar una interpretación positiva de la posición de W. que quede a salvo del dilema de Dummett, y sus indicaciones tienen el carácter de meros apuntes sobre lo que *no es,* o no puede ser, el convencionalismo de W.

Ante esta situación, lo que nos proponemos hacer aquí es, primero, presentar con la mayor fidelidad posible en qué consiste el convencionalismo de

Revista de Filosofía, 3.ª época, vol. VIII (1995), núm. 14, págs. 57-75. Servicio de Publicaciones. Universidad Complutense. Madrid, 1995

W. respecto a la lógica y la matemática, y esto nos dará la ocasión de responder a una objección de S. Haack que afecta al núcleo de la posición de W. En segundo lugar analizaremos el dilema de Dummett mostrando que su objección al denominado 'convencionalismo modificado' puede ser eliminada si atendemos suficientemente a la conexión entre una regla y sus instancias, y que el denominado 'convencionalismo radical' [full-blood conventionalism] no se corresponde con la posición de W.

2. La primera tesis que nos conduce al centro de la concepción wittgenstetiana de la lógica y de la matemática puede formularse brevemente así: las proposiciones matemáticas son realmente reglas (gramaticales) para el uso de cierto tipo de signos; las ecuaciones matemáticas son reglas de substitución o intercambio entre las expresiones que aparecen entre el signo de identidad. Que en lógica nos las habemos ante todo con reglas (de inferencia) es algo que quedó fuera de discusión a partir del desarrollo de los denominados 'sistemas de deducción natural'. No es a primera vista tan claro que los cálculos matemáticos sean realmente sistemas de reglas, ya que en ellos aparecen, además de las reglas de inferencia lógicas, axiomas específicos de la teoría matemática en cuestión. Sin embargo, Wittgenstein viene a mantener que pese a esta inicial diferencia, los axiomas matemáticos o, en general, las proposiciones matemáticas se usan en todos los aspectos relevantes del mismo modo que las reglas lógicas, v. g., como reglas gramaticales.

De la multitud de lugares en los que W. expresa esa opinión los siguientes textos resultan suficientemente representativos:

> «Tomarla [$1\times0=0$] como una proposición primitiva es precisamente decidir tratarla como una regla» (LFM, p. 138).
>
> «El enunciado matemático '$5^2=25$' nos da una regla que, en enunciados empíricos, nos permite poner '5^2' en lugar de '25'» (*op. cit.*, p. 82).
>
> «Considerar, por ejemplo, "Ecuaciones de la forma $a\ x^2+b\ x + c = 0$ tiene dos raíces". O "El número de números reales es mayor que el número de números racionales" [...] No parecen reglas sino como proposiciones de experiencia. Pero intentaré mostrar que estos enunciados son reglas del mismo modo en el que lo es "2+2=4"» (*op. cit.*, p. 48).
>
> «La proposición matemática tiene la dignidad de una regla. Esto es tanto más así cuando se dice que la matemática es lógica: sus movimientos son desde reglas de nuestro lenguaje a otras reglas de nuestro lenguaje. Y esto le proporciona su peculiar solidez, su posición aparte e inexpugnable» (BGM, I, 16).

Pero en la tesis de que los enunciados matemáticos son reglas parece haber una primera dificultad, pues, *prima facie*, la forma gramatical de tales enunciados no es la de reglas, sino la de oraciones declarativas a las que podemos considerar verdaderas o falsas, mientras que no parece que pueda decirse de una regla que sea lo uno o lo otro. Así decimos espontáneamente que '2+2=4' es verdadero, o que '2+3=6' es falso, mientras que no solemos decir, por ejemplo, que sea verdadera, o falsa, la regla expresada por 'Debes levantarte antes de las 9 h.'.

Sin embargo, el hecho de que los enunciados matemáticos aparezcan formulados en oraciones con forma gramatical declarativa no constituye una razón suficiente para rechazar la tesis de que tales enunciados expresan realmente reglas. La razón de esto procede de lo que constituye ya un tópico en la filosofía del lenguaje contemporánea, a saber, que la forma gramatical (superficial) de una oración no implica por sí sola el tipo de contenido (o lo que se ha dado en llamar más precisamente 'fuerza ilocutiva') expresada por la oración cuando se usa en un determinado contexto. En este sentido se ha indicado que una oración con forma gramatical declarativa como 'Me gustaría tomar un zumo de naranja' dirigida al camarero en el contexto apropiado, expresa o funciona, realmente, como una *petición* de que se nos traiga tal tipo de zumo, y no como un simple informe acerca de nuestras preferencias de bebida. Análogamente ocurre con la oración declarativa 'Aquí se ficha antes de las 9 h.' que en determinado contexto puede funcionar como expresando una orden al oyente; y, finalmente, como ejemplo paradigmático de cómo podemos formular reglas mediante oraciones con forma gramatical declarativa, tenemos el caso de las reglas del ajedrez que se formulan usualmente mediante oraciones del tipo 'El alfil se mueve en diagonal' o 'El rey sólo puede desplazarse una casilla'. La clave de todo este asunto se encuentra en la distinción señalada por W. entre gramática superficial y gramática profunda (IF, 664). Puede ocurrir que una oración parezca, por su forma gramatical (superficial) expresar una *descripción* de cómo son las cosas y que, sin embargo, la usemos o empleemos (y esto es lo que constituiría su gramática profunda) como una instrucción o regla de qué hacer con determinadas cosas. Así, por ejemplo, la oración declarativa 'El alfil se mueve en diagonal' puede ser usada para formular la regla de acuerdo con la cual debe ser desplazada la pieza correspondiente en el juego de ajedrez.

Una vez que hemos reparado suficientemente en lo que acabamos de exponer, la tesis de W. viene a parar en esto: los enunciados matemáticos, pese a poseer la forma gramatical de oraciones declarativas, lo que expresan realmente son reglas, y son realmente reglas *porque se usan como reglas.*

3. Mas dicho todo esto una pregunta puede asaltarnos de inmediato: ¿cuál es la definición de 'regla' que nos justifique decir que los enunciados matemáticos son realmente reglas?

W. parece pensar que no hay propiedades comunes a todo lo que llamamos 'reglas' (como tampoco parece haberlas para todo lo que llamamos 'juegos') de modo que pudiéramos construir una definición general de 'regla' apelando a tales propiedades (PG, pp. 116-118). Si esto es así entonces el uso del término 'regla' estará basado en similaridades y analogías, v. g., en lo que W. suele denominar 'parecidos de familia'.

Mas como es obvio, del hecho de que no dispongamos de una definición de un término no se sigue que ese término sea inutilizable o que su uso quede injustificado; pues como es bien sabido, el programa de definir todos los términos resulta lógicamente irrealizable: las definiciones acabarían siendo circulares, o bien tendríamos que acabar en términos primitivos o no definidos.

Pero esté W. en lo cierto o no en su idea de que no parece haber características comunes a todo lo que llamamos 'reglas', de modo que sirvieran de base para una definición general de 'regla', lo cierto es que no necesitamos apelar a una tal definición para justificar la tesis de que los enunciados matemáticos son reglas, pues aún disponemos de otro camino alternativo.

Formulado brevemente el argumento sería el siguiente: Nadie dudaría que el ajedrez aparece constituido y delimitado por un conjunto de reglas que suelen formularse mediante oraciones con forma gramatical declarativa. Así que si logramos mostrar que los enunciados matemáticos se comportan en los aspectos relevantes, como los enunciados que no vacilamos en considerar que expresan reglas, entonces habremos encontrado el modo de justificar la tesis de W. El argumento, pues, es una ligera variante del argumento denominado del «caso paradigmático»: tomamos las oraciones con forma gramatical declarativa del tipo 'El alfil se desplaza ortogonalmente' como caso paradigmático de oraciones que, pese a lo que pueda sugerir su forma gramatical, expresan realmente reglas. A continuación mostramos que las oraciones matemáticas son de ese tipo.

4. El primer paso del argumento, a saber, que una oración declarativa como 'El alfil se desplaza en diagonal' se usa para expresar una regla, puede parecer suficientemente obvio, pero conviene que veamos más de cerca porque esto es así. La oración (1) «El alfil se desplaza en diagonal» puede considerarse como una paráfrasis abreviada de la oración más larga (2) «El término "alfil" es una abreviatura de "pieza que sólo puede ser desplazada en diagonal"», (2) expresa una regla definicional que permite el intercambio entre dos expresiones en cualquier descripción que use cualquiera de esas dos expresiones; y su equivalencia con (1) resulta de la imposibilidad de aceptar (1) y rechazar (2) o viceversa, pues no parece que pueda aceptarse una formulación y rechazarse la otra sin que ello implique un cambio de significado en alguna de las expresiones envueltas.

Es decir, si (2) no expresase una regla del ajedrez, entonces (1) sería falso o sin sentido y si (1) fuese falso o sin sentido entonces (2) no podría expresar una de las reglas del juego.

Que esto es así se ve más claramente aún si atendemos a la regla expresada por (3) «El término "pica" es una abreviatura para "pieza que sólo puede ser desplazada tres casillas en diagonal y otras tres en diagonal a la derecha"». Puesto que (3) no expresa una regla del ajedrez la oración de la que es una abreviatura habría que declararla falsa, o sin sentido, en el contexto de la descripción de las reglas del ajedrez.

La razón que hay tras todo esto es que la *naturaleza* de las distintas piezas del juego queda delimitada y agotada por las reglas que rigen el uso (desplazamiento) de las piezas junto a otras reglas que especifican qué posiciones cuentan como jaque, etc. Resulta obvio que el material, la forma y el color específicos de las piezas no desempeña ningún papel, salvo el requisito mínimo general de posibilitar su manejo de acuerdo con las reglas (por ejemplo, si las piezas estuvieran hechas de un material que se desintegrara con rapidez no se podría jugar con tales piezas. Lo mismo ocurriría si no pudiéramos distinguir unas piezas de otras por su forma o color). Estos requisitos formarían parte no del juego como tal, sino de los presupuestos para llevarlo a cabo, pues con el mismo tipo de piezas y tablero (es decir, con los mismos presupuestos físicos) podríamos idear juegos diferentes definidos por diferentes conjuntos de reglas. Ese es el sentido en el que decimos que las reglas son *constitutivas* de la *naturaleza* o *esencia* de las piezas. La dama o reina no es nada más que lo que las reglas la hacen ser, su esencia o naturaleza queda delimitada y agotada por las reglas del juego. 'No hay algo más' en el sentido de que, si lo hubiera, no desempeñaría ningún papel en el juego.

5. Pues bien, lo importante de todo este asunto es que aunque la matemática aparece formulada en oraciones con forma gramatical declarativa, por ejemplo, el enunciado aritmético (1) «2+2=4», o el enunciado geométrico (2) «La suma de los ángulos de un triángulo es de 180°», estos enunciados pueden considerarse como abreviaturas de las oraciones más largas (1') «La expresión "2+2" puede ser intercambiada con la expresión "4"»; y (2') «La expresión "triángulo" puede ser intercambiada por "figura plana cuyos ángulos suman 180°"»; y en esta última formulación aparece más explícito su papel como reglas de intercambio de expresiones. Sin duda, las oraciones abreviadas y sus paráfrasis más largas son diferentes, pero el punto crucial aquí es que su *uso* resulta *equivalente* en el siguiente sentido: Si la regla expresada mediante la oración (1') es una de las reglas del sistema, entonces la oración (1) es verdadera en el sistema, y si no hay tal regla, entonces (1) sería falso, o sin sentido, en el sistema. Llegamos así a una situación estrictamente similar a la que arribamos en el caso de las reglas del ajedrez.

Quien no aceptara esa equivalencia tendría que probar que aun siendo intercambiables las expresiones '2+2' y '4', es falso '2+2=4', o bien, que aun siendo verdadero '2+2=4', no serían intercambiables, sin embargo, las expresiones '2+2' y '4'. Mas fuera cual fuera su argumentación algo resulta claro de antemano: al rechazar la equivalencia está atribuyendo un significado diferente a las expresiones involucradas; así si mantiene la verdad de '2+2=4' pero rechaza, por ejemplo, la intercambiabilidad de '2+2' por '4' en la ecuación '7+5×(2+2)=27' diríamos que está usando los signos correspondientes de modo diferente al que tienen en aritmética.

Observese que hemos dicho 'diferente' y no hemos dicho 'incorrecto', pues W. subrayó una y otra vez que un uso diferente de los signos aritméticos (o, en general, de cualquier signo) no implica por sí sólo que estemos haciendo algo incorrecto. La razón para no hablar de 'incorrección' resulta patente cuando atendemos al caso de la negación del enunciado «La suma de los ángulos de un triángulo es 180°», pues la negación de este enunciado resulta verdadero en otro sistema diferente al de la geometría euclídea, v. g., en la geometría riemaniana, y obviamente, no diríamos desde el punto de vista de esta última geometría que el enunciado es incorrecto, aunque desde luego continuaríamos diciendo que ha cambiado el significado de 'triangulo'; si bien continúa habiendo la suficiente analogía entre uno y otro uso que aconseja continuar empleando la misma palabra [1].

El resultado de todo eso es que así como la naturaleza de las piezas del ajedrez queda delimitada y 'agotada' por las reglas del juego, el significado de las expresiones matemáticas queda análogamente determinado por las reglas de uso de tales expresiones. Son, pues, las reglas las que fijan y constituyen sin residuo el significado de las expresiones matemáticas. Esta es la tesis central de la filosofía de la matemática de W. de la que, en cierto modo, derivan todas las demás.

6. Sin embargo, la tesis general de que el significado de los signos matemáticos o lógicos queda determinado por las reglas de uso [2] del sistema al que pertenecen, ha sido criticada por S. Haak (LD), atribuyéndosela, no a W., sino a Quine, quien sin duda representa el más conocido defensor actual de la tesis en cuestión.

La crítica de Haack se centra en el caso del significado de las conectivas lógicas, pero el alcance se su crítica resulta fácilmente transponible al caso de los enunciados matemáticos, pues, en los aspectos relevantes, la tesis que suscriben Wittgenstein y Quine pretende ser válida para uno y otro caso. Haack la presenta así:

> Considérese el siguiente caso: un lógico divergente, *D*, niega que la *fbf* «$(p \vee q) \rightarrow (\sim p \rightarrow q)$» sea lógicamente verdadera. El lógico clásico, C, considera esta fbf como un teorema. Sin embargo, se descubre que D quiere decir con «$\vee$» lo que C con «$\wedge$». Se sigue que cuando D niega que «$(p \vee q) \rightarrow (\sim p \rightarrow q)$» es lógicamente verdadera, lo que niega no es lo que C afirma cuando C afirma que «$(p \vee q) \rightarrow (\sim p \rightarrow q)$» es lógicamente verdadera. Pero no resulta de esto que no hay un desacuerdo real entre C y D, porque C también piensa que «$(p \vee q) \rightarrow (\sim p \rightarrow q)$» es lógicamente verdadera, de modo que cuando D niega que «$(p \vee q) \rightarrow (\sim p \rightarrow q)$» es lógicamente verdadera, lo que niega es, después de todo, algo que C acepta (LD, p. 23).

---

[1] Esa situación parece reflejarse en el hecho de que cuando se está hablando en un mismo contexto de la geometría euclidiana y de la riemaniana se recurre al expediente de escribir 'triángulo$_E$' y 'triángulo$_R$' a fin de evitar ambigüedades.

[2] Aquí 'reglas de uso' ha de entenderse como abarcando a los axiomas y reglas de inferencia del sistema.

Aunque el objetivo de Haack aquí es criticar la idea de que la diferencia de significado entre conectivas de diferentes sistemas impide una genuina rivalidad entre estos sistemas, en la cita mencionada aparece negada la tesis que defendemos, pues Haack mantiene en la cita que

(i) se descubre que D *quiere decir* con «$\vee$» lo que C con «$\wedge$».

(ii) C acepta y D niega que «$(p\wedge q)\rightarrow(\sim p\rightarrow q)$» es lógicamente verdadero y mantener que es posible que haya un caso en el que valgan simultáneamente (i) e (ii) es negar la tesis Wittgenstein-Quine (bajo el supuesto, claro está de que no hay discrepancia respecto a los restantes signos). Pues mantener (i) e (ii) conjuntamente equivale a mantener que es *posible* que D signifique con «$\vee$» (o con cualquier signo) *lo mismo* que C con «$\wedge$» y, sin embargo, que hay un enunciado, en el que aparece «$\wedge$», que C acepta y D rechaza, aun cuando pusiéramos «$\vee$» en lugar de $\wedge$», y esta posibilidad es precisamente la que se niega en la tesis Wittgenstein-Quine.

Ahora bien, ¿es posible tal caso? Aceptar (i) implica aceptar que para cualquier enunciado que C acepte y en el que aparezca «$\wedge$» hay otro enunciado que D acepta y en el que aparece «$\vee$» en el lugar de «$\wedge$» (y viceversa), pues de no ser así no sé qué podría significar la expresión "D quiere decir con «$\vee$» lo que C con «$\wedge$». Mas como C acepta que «$(p\wedge q)\rightarrow(\sim p\rightarrow q)$» es lógicamente verdadero, D debe aceptar también como lógicamente verdadera su traducción, que resulta de poner «$\vee$» en el lugar de «$\wedge$» en el enunciado aceptado por C; pero el resultado de la substitución es el enunciado «$(p\vee q)\rightarrow(\sim p\rightarrow q)$» que se nos dice en la cita de Haack que también es rechazado por D. Así que si Haack piensa que esta situación es posible después de todo, ha de mantener que D y C pueden significar lo mismo mediante «$\vee$» y «$\wedge$» respectivamente, aunque la regla de traducción de «$\vee$» por «$\wedge$» fracase. Y si eso es posible entonces también debería serlo que D y C convinieran en usar un nuevo signo, digamos «Δ», que represente esa identidad de significado entre «$\vee$» e «$\wedge$»; pero entonces aún habrá enunciados que C aceptará como lógicamente verdaderos, v. g., «$(p\Delta q)\rightarrow(\sim p\rightarrow q)$» y que D rechazará; y esta posición es simplemente ininteligible, pues ¿qué contaría entonces como una diferencia de significado?

La crítica de Haack fracasa, pues, en su objetivo de minar lo que hemos dado en llamar 'la tesis Wittgenstein-Quine': el significado de los signos lógicos o matemáticos queda determinado por las reglas de uso de tales signos. Usar un mismo signo de acuerdo con reglas diferentes equivale a atribuir significados diferentes al signo. Esto es lo que está a la base de la explícita afirmación de Quine de que «No hay *esencia* residual de la conjunción y de la disyunción añadida a los sonidos, notaciones y leyes, en conformidad con las cuales una persona *usa* aquellos sonidos y notaciones» (P. L., p. 81. Sin subrayar en el original).

7. Hemos visto hasta aquí la naturaleza y alcance de las dos tesis centrales en la filosofía de la matemática de Wittgenstein. Según la primera los

enunciados lógicos y matemáticos tienen el carácter de reglas de uso de los signos correspondientes. Según la segunda tesis tales reglas determinan, definen o constituyen, el significado de los signos lógicos y matemáticos. Mas junto a estas dos importantes tesis cabe señalar una tercera tesis no menos importante, a saber, que la lógica y la matemática son convencionales; o más precisamente, que los enunciados de estas dos disciplinas funcionan como reglas de naturaleza convencional.

No puede haber discusión en torno a si W. mantuvo o no una tesis semejante, pues en repetidas ocasiones fue completamente explícito al respecto. He aquí algunos textos que muestran lo que venimos diciendo:

> «Supongamos que llamamos a "2+2=4" la expresión de una convención. Esto es engañoso, aunque la ecuación pudo haber sido originariamente el resultado de una. La situación con respecto a ella es comparable a la situación supuesta en la teoría del contrato social. Sabemos que no hubo realmente tal contrato, pero es como si tal contrato se hubiera hecho. Similarmente para "2+2=4": es como si una convención hubiera sido hecha» (AWL, p. 156-7).
>
> «Tomemos "20+15=35". Decimos que esto es acerca de números. Ahora bien, ¿es acerca de los símbolos, de las marcas? Esto es absurdo. No puede llamársele un enunciado o proposición acerca de ellos; si hemos de decir que es tal y tal acerca de ellos, podemos decir que es una regla o convención acerca de ellos» (FML, p. 112).
>
> «Los axiomas de la geometría tienen el carácter de estipulaciones concernientes al lenguaje en el que queremos describir objetos espaciales. Son reglas de la sintaxis. Las reglas de la sintaxis no son acerca de nada, son establecidas por nosotros.
>
> *Sólo podemos estipular algo que nosotros mismos hacemos.*
>
> Sólo podemos estipular reglas de acuerdo con las cuales nos proponemos hablar. No podemos estipular estados de cosas» (WWK, p. 62).
>
> «Lo que llamamos "inferencia lógica" es una transformación de la expresión. Por ejemplo, la conversión de una medida en otra [...] pero ¿cuál es la realidad con la que "correcto" acuerda aquí? Presumiblemente una *convención,* o un *uso,* y quizás, nuestras necesidades prácticas» (BGM, I, 9).

Como hemos dicho antes, el problema en torno al convencionalismo de W. no radica en torno a la cuestión de si W. mantuvo, o no, una posición en torno a la naturaleza de la lógica y de la matemática que pueda ser descrita así, pues los textos citados dejan poco lugar a la duda sobre este punto. El problema consiste más bien en, primero, interpretar adecuadamente lo que W. quería indicar hablando de convención y sus razones para hacerlo así, y, segundo, evaluar en qué medida su posición logra eludir críticas como las que formuló M. Dummett.

8. Por lo que respecta al primer aspecto del problema comencemos por

recordar que los enunciados matemáticos y lógicos funcionan como reglas. Ahora bien, para W. las reglas pueden ser convencionales o no convencionales [3]. Del primer tipo son aquellas que no pueden ser justificadas por su acuerdo o correspondencia con la realidad, esto es, el resultado de seguir la regla no puede ser justificado apelando a su correspondencia con una realidad identificada de modo independiente de la regla. En este caso estarían, paradigmáticamente, las reglas del ajedrez, pues parece claro que no tiene sentido alguno pretender justificar la corrección de las reglas indicando algún tipo de realidad a la que describen. Si cierto tipo de desplazamiento de las piezas no está en conformidad con las reglas, entonces, sencillamente, tales desplazamientos no forman parte del juego. Este es el sentido en el que se dice que las reglas del ajedrez son reglas *constitutivas*; pues constituyen, crean o definen, el propio juego.

Por el contrario, reglas no convencionales son aquellas que sí pueden ser justificadas apelando a una realidad identificable de modo independiente de la propia regla. Ejemplos paradigmáticos de ellas son, para W., las reglas de la cocina. Efectivamente, cualquier receta o conjunto de reglas para cocinar un determinado menú puede ser evaluado mediante un test determinado, o definido, de modo independiente de las reglas propuestas. Por ejemplo, el acto de saborear el menú cocinado de acuerdo con las reglas puede constituir (y habitualmente constituye) el test de evaluación de las reglas que forman la receta. Este es el sentido en el que las reglas de la cocina no son arbitrarias; éste es también el sentido en el que podemos considerar arbitrarias o convencionales a las reglas del ajedrez, pues no hay un test de justificación o corrección de las reglas identificable independientemente de las propias reglas.

Teniendo en cuenta que ésa es la noción de convención que está empleando W., el problema en torno a si las reglas lógicas y matemáticas son o no convencionales puede ser reformulado mediante la cuestión: ¿Son las reglas lógicas y matemáticas justificables como las reglas del ajedrez o como las reglas de la cocina?

La respuesta de W. se inclina por el primer elemento del dilema.

La razón de ello es que las reglas lógicas y matemáticas, al igual que las reglas del ajedrez, son reglas constitutivas. No es que sean correctas en virtud del significado de los signos empleados en su formulación, sino que son constitutivas, o determinantes, de tales significados, y así los significados no pueden oficiar de test independiente de la corrección de las reglas:

> «Las reglas son arbitrarias en el sentido de que no son responsables ante alguna clase de realidad –no son similares a leyes naturales; ni son

[3] Una explicación más detallada de la distinción entre reglas convencionales y no convencionales puede encontrarse en mi artículo «La noción de convención en Wittgenstein».

> responsables ante algún significado que la palabra tenga previamente. Si alguien dice que las reglas de la negación no son arbitrarias porque la negación no puede ser tal que $\sim\sim p=\sim p$, todo lo que puede significar es que la última regla no correspondería a la palabra española "negación". La objeción de que las reglas no son arbitrarias procede del sentimiento de que ellas son responsables ante los significados. ¿Pero cómo es definido el significado de "negación" si no es por las reglas? $\sim\sim p=p$ no se sigue del significado de "no", sino que lo constituye. Similarmente $[p\wedge(p\rightarrow q)]\rightarrow q$, no depende de los significados de "y" e "implica"; constituye su significado» (AWL, p. 4).

Desde este punto de vista los diferentes sistemas lógicos no son más que conjuntos diferentes de reglas que constituyen o determinan diferentes significados, para, a veces, signos lógicos tipográficamente idénticos. Sus reglas son convencionales en el sentido de no poder ser justificadas apelando al significado de los signos, pues éste no puede ser identificado independientemente de las reglas. Si dos sistemas lógicos proponen reglas diferentes para el uso del signo «$\wedge$» la única controversia con sentido respecto a su significado es si éste corresponde, o no, a, por ejemplo, el uso de 'y' en el lenguaje natural. Pero éste es un problema externo a los propios cálculos; se trata de un problema de aplicación del cálculo al lenguaje natural o, más comúnmente, a ciertas partes de él. Mas un cálculo sin aplicación no es un cálculo incorrecto (¡qué sería sino de los cálculos con, por ejemplo, 10^{10} valores de 'verdad' o de las lógicas modales con operadores iterados sin fin!) y algo análogo podría decirse de la matemática de los cardinales transfinitos.

Por lo que respecta a la imposibilidad de usar el significado de los signos como test independiente de la evaluación o justificación de las reglas, los enunciados aritméticos y geométricos están en el mismo caso que los enunciados lógicos mencionados en la cita de W. Así discrepar de la regla de intercambio entre los miembros de una ecuación matemática como '5+2=7' o del intercambio entre la descripción de algo como 'triángulo' y como 'figura plana cuyos ángulos suman 180°' entraña atribuir un significado diferente a los signos envueltos, y ello por la sencilla razón de que tales reglas son las constitutivas de sus respectivos significados. Todo eso es lo que hay tras la afirmación de W. de que los enunciados lógicos y matemáticos funcionan realmente como reglas gramaticales.

9. Otro posible dominio en el que encontrar un test independiente para la justificación de los cálculos lógicos y matemáticos que ha sido invocado en ocasiones por algunos filósofos [4] lo constituye la observación empírica, o la experiencia, en toda su amplitud. Si los cálculos lógicos y matemáticos fueran contrastables empíricamente y dispusiéramos de algún medio de identificar

---

[4] Quine y Putnam serían los representantes actuales más conocidos de tal posición, aunque matizada a través de ese cajón de sastre llamado 'holismo'.

fenómenos empíricos, o hechos, de modo independiente de nuestros cálculos, entonces podríamos usar ese dominio de experiencia para evaluar el grado de adecuación o 'ajuste' entre los cálculos y los fenómenos; y, en este caso, dispondríamos de ese test independiente que mostraría que la lógica y la matemática no es convencional.

Pero para W. tal perspectiva sólo puede surgir como consecuencia de una falta de atención sobre *cómo usamos* de hecho los enunciados que consideramos lógicos o matemáticos. Pues lo peculiar de tales enunciados es que no resultan nunca verificados ni falsados (sea total o parcialmente) por la experiencia, y esto por la razón fundamental de que no funcionan como descripciones de ella [5].

La lógica y la matemática no describen nada; sólo sirven para transformar unas descripciones en otras de acuerdo con las reglas propias de cada cálculo concreto. Así cuando el lógico clásico indica que cualquier proposición sólo puede tener uno de los dos valores de verdad (verdadero o falso) y el lógico polivalente nos dice que una proposición puede tener tres o más valores de verdad, no parece que estén describiendo las propiedades veritativas de las proposiciones; pues si así fuera, entonces tendría que haber algún medio –sea empírico o de cualquier otra naturaleza– que nos permitiera decidir qué descripción es la correcta; y, simplemente, no disponemos de ningún medio tal. Y no hay tal medio por la sencilla razón de que los enunciados lógicos no funcionan como descripciones de nada. Su función es otra, a saber, la de mostrar la equivalencia, o la implicación, de unas descripciones con otras. Pero tales equivalencias e implicaciones serán siempre relativas al sistema lógico empleado. Así, para el lógico clásico, una descripción representada por 'p' será siempre equivalente con una representada mediante «~~p», pero, obviamente, tal equivalencia no es aceptada por el lógico intuicionista. ¿Hay algún aspecto de la experiencia, u observación, que uno ve pero el otro no acierta a ver?, la pregunta misma es absurda, pues tales equivalencias son decididas previamente a cualquier descripción: para el partidario de emplear la lógica clásica por ejemplo, quien no acepte la equivalencia entre la descripción representada por 'p' y la

---

[5] No deja de resultar hasta cierto punto llamativo que Popper, quien siempre ha aparecido como uno de los mayores críticos de la filosofía de Wittgenstein, coincida con la tesis fundamental de éste de que los enunciados lógicos y matemáticos no funcionan como descripciones de la realidad. Así nos dice que, en un sentido,

> «el enunciado "2 manzanas+2 manzanas=4 manzanas" es considerado irrefutable y lógicamente verdadero. Pero no describe ningún hecho relativo a manzanas, como no lo describe el enunciado "Todas las manzanas son manzanas". Al igual que este último enunciado, es una perogrullada lógica; y la única diferencia reside en que se basa, no en la definición de los signos "todas" y "son", sino en determinadas definiciones de los signos "2", "4", "+", "=". (Estas definiciones pueden ser explícitas o implícitas). En este caso, podemos decir que la aplicación no es real, sino sólo aparente; que no describimos ninguna realidad, sino que afirmamos solamente que determinada manera de describir la realidad es equivalente a otra manera determinada» (1946, p. 211).

Un desarrollo más detallado de este punto se encuentra en mi artículo «*El* realismo en matemáticas», de próxima aparición en *Mathesis*.

descripción representada por «~~p», o no está describiendo, o si lo hace, le está atribuyendo un significado diferente al signo «~» (o al singo 'p' en sus dos ocurrencias). Es éste el sentido en el que la lógica, siendo previa a cualquier descripción de la experiencia, forma parte de nuestro modo de descripción o representación (Darstellungsweise, BGM, III, 33) de ella.

En análoga situación se encuentran los enunciados matemáticos frente a la experiencia. Cuando empleamos el enunciado aritmético «$9^2=81$» para decir, por ejemplo, que puesto que hay un cuadrado de 9 cajas a lo ancho y 9 a lo largo, sin huecos, hay un total de 81 cajas, lo hacemos de modo que si contáramos las cajas una a una y obtuviéramos como resultado 80 cajas, lo que diríamos es que, o nos hemos equivocado al contar, o que una de las cajas había desaparecido (aunque fuéramos incapaces de imaginar cómo pudo haber ocurrido tal cosa). De igual modo procedemos ante el enunciado geométrico «La suma de los ángulos de un triángulo es de 180°»: si la medida de sus ángulos arrojara un resultado diferente lo que diríamos es que, o no se trata propiamente de un triángulo (euclídeo), o que hemos cometido algún error en la medición de sus ángulos. Lejos, pues, de intentar comprobar la verdad o falsedad del enunciado mediante la observación, usamos el enunciado como «medida» de lo que cabe observar. La matemática, indica W., no nos enseña hechos [Tatsachen], sino que crea las formas [Formen] de lo que llamamos 'hechos' (BGM, VII, 18).

10. La tesis de que los enunciados lógicos y matemáticos funcionan como reglas constitutivas del significado de los signos contenidos en ellos permite también dar cuenta de la característica de necesidad atribuida tradicionalmente a tales enunciados. Así suele decirse que el enunciado «7+5=12» es necesario porque su negación es imposible, y similarmente decimos que «p∨~p» es necesario porque su negación es una contradicción. W. desde luego no aprecia nada incorrecto en ese modo hablar y su objetivo se limita aquí a intentar hacer explícito lo que pueda haber tras tales adscripciones de necesidad. A este fin introduce la distinción entre *necesidad en un sistema* y *necesidad de todo el sistema* (LFM, p. 241). Como ejemplos paradigmáticos del primer tipo de necesidad podríamos citar la necesidad del enunciado «p∨~p» en lógica clásica (pero no en lógica intuicionista) o el postulado de las paralelas en geometría euclídea (pero no en geometría riemaniana). En el sentido interno la necesidad de un enunciado consiste en seguirse de las reglas del sistema (y de los axiomas, si los hay). Mas el punto crucial aquí es que la necesidad del enunciado es debida a las reglas del sitema y no a la inversa; «p∨~p» es hecho necesario por las reglas de inferencia de la lógica clásica, pero no así por las reglas de la lógica intuicionista; '7+5=12' es necesario en nuestro sistema aritmético ordinario pero no en un sistema en el que únicamente pudiera contarse uno, dos, tres, cuatro, cinco, muchos. La necesidad (en el sentido interno) del enunciado procede en definitiva de nuestro usar el enunciado como regla constitutiva del significado de los signos envueltos: ¿Inferimos 'Pa' desde «ΛxPx» porque es necesario que de «ΛxPx» se infiere

'Pa'? No; es más bien al contrario: simplemente inferimos 'Pa' de «$\wedge xPx$» y decimos que «si no se sigue eso, entonces no eran *todos*» (BMG, I, 12). Vemos así que, en rigor, el término 'necesario' no añade nada al mero seguirse. Ese es el sentido en el que W. dice que el término funciona como pleonasmo (LFM, p. 242) y que la inexorabilidad [Unerbittlichkeit] de la lógica procede de *nuestra* inexorabilidad al emplearla (BMG, I, 118). Por ello aceptar la negación de cualquier enunciado necesario entraña un cambio en el significado del enunciado; y hacer esto, advierte una y otra vez W., no supone hacer algo incorrecto sino, simplemente, hacer algo diferente (resulte, o no, útil).

Teniendo en cuenta esto último no es difícil imaginar la posición de W. respecto a la noción de necesidad, no en el sentido de necesidad interna que acabamos de ver, sino en el sentido de necesidad atribuida al sistema como en todo. En mi opinión, el punto crucial aquí es que al hablar de la necesidad de un sistema lógico o matemático como un todo no estamos propiamente hablando ni de necesidad lógica ni de necesidad matemática, sino de otra cosa, cualquiera que ésta sea. Esto no lo dice así W. en ningún sitio (al menos que yo sepa) pero me parece que se desprende de su concepción de los enunciados lógicos y matemáticos como constitutivos del significado de los signos, junto a sus consideraciones generales en torno a la noción de forma de vida.

Efectivamente, el problema con esta noción externa, digámoslo así, de necesidad, radica en determinar qué se puede querer decir con su adscripción a un sistema. Decir que el sistema como un todo es necesario para representar adecuadamente la naturaleza de los 'objetos' lógicos o matemáticos no servirá por las razones indicadas anteriormente: la naturaleza de tales objetos queda determinada por las propias reglas del sistema; no parece haber vía de acceso a la identificación de aquéllos salvo a través de las propias reglas del sistema, y la apelación a una intuición intelectual directa como método de acceso se enfrenta a conocidas objeciones que la convierten en inservible [6]. De ahí que W. sólo apunte como posible sentido de la atribución de necesidad a un sistema como un todo, a través de la atribución de tal necesidad a cada una de sus reglas, que la adopción de las reglas del sistema sea un asunto de vida o muerte (LFM, p. 241); y parece claro que, en este sentido, los cálculos lógicos o matemáticos no serían necesarios, como muestran suficientemente las diferentes formas de vida humana, pasadas o presentes, en las que tales cálculos, simplemente, no están disponibles [7].

---

[6] Una crítica a la noción de intuición como medio de acceso a entidades abstractas se encuentra en mi artículo «El debate Carnap-Quine en torno a la naturaleza de la lógica».

[7] Otro posible modo de concebir la necesidad de los cálculos lógicos o matemáticos sería en el sentido de considerarlos *indispensables* para las ciencias que, como la Física, predicen con éxito la ocurrencia de fenómenos en la naturaleza. Sin embargo, creo haber mostrado en «El realismo en matemáticas» que esto no altera en lo más mínimo la autonomía de la matemática respecto a la experiencia. De ahí que si, en algún sentido, consideramos necesaria a la matemática, esta necesidad no puede fundarse en la experiencia.

11. Después de este recorrido a través de la filosofía de la lógica y de la matemática del segundo Wittgenstein estamos en mejores condiciones para abordar y valorar las observaciones críticas de Dummett sobre el convencionalismo de aquél.

Dummett distingue entre dos tipos de convencionalismo: el convencionalismo modificado y el convencionalismo radical [full-blooded] (WPM, p. 170). El primero se lo adjudica a los positivistas lógicos, el segundo a Wittgenstein; y tanto uno como otro se enfrentan con objecciones insuperables según Dummett. Intentaré mostrar, sin embargo, que es un error considerar a W. un convencionalista radical en el sentido que Dummett lo entiende, y que la dificultad que Dummett señala en el convencionalismo modificado no se presenta realmente en la concepción wittgensteniana de la lógica y de la matemática.

Según el convencionalismo radical la necesidad lógica de *cualquier* enunciado es siempre la expresión *directa* de una convención lingüística adoptada específicamente para ese enunciado; no es nunca por tanto la *consecuencia* de haber adoptado previamente ciertas convenciones que envuelven la aceptación del enunciado. Cada enunciado que consideremos convencionalmente verdadero ha de estar asociado a una especie de acto de adopción específico para ese enunciado. Así la adopción o aceptación de un enunciado como convencionalmente verdadero nunca implicaría tener que aceptar otro enunciado como consecuencia del primero, porque, en rigor, ya no hay enunciados que sean consecuencias de otros, sino actos mutuamente independientes de adopción de enunciados como convencionalmente verdaderos.

Pero cualquiera que sean las virtudes o defectos de ese tipo de convencionalismo una cosa es clara: Wittgenstein no mantuvo esa posición. Quienquiera que sostuviera un convencionalismo de ese tipo nunca podría haber mantenido que «Una proposición matemática sólo puede ser o una estipulación [Festsetzung] o un resultado calculado desde estipulaciones de acuerdo con un método definido. Y eso tiene que valer para "9 es divisible por 3" o "9 no es divisible por 3"» (PB, p. 249). Dicho de otro modo: los enunciados matemáticos son estipulaciones (convenciones) o consecuencias de las estipulaciones. Así '444×4=1776' no es el resultado directo de una convención sino una consecuencia de las reglas de multiplicar en el sistema aritmético ordinario. Análogamente, «$[p\wedge(t\vee s)] \vee\sim[p\wedge(t\vee s)]$» no es tampoco el resultado directo de una convención sino una instancia o consecuencia de la ley de tercio excluido en lógica clásica. Simplemente no hay lugar para adoptar convencionalmente, por ejemplo, las negaciones de los enunciados anteriores y, al propio tiempo, mantenerse dentro del sistema ordinario de la aritmética y del sistema de la lógica clásica respectivamente. Esta es la razón por la que W. no ve dificultad alguna en decir que '25×25=625' si sigue *necesariamente* de 'tal y tal' (FML, p. 241), o en decir que si alguien obtuviese un resultado diferente de la multiplicación entonces habría una incorrección en su cálculo o que *no había seguido correctamente las reglas de multiplicar* (BGM, VII, 27) (¡al menos desde el punto de vista de la aritmética ordinaria!). No parece haber modo de conciliar estas afirmaciones con el convencionalismo radical que Dummett atribuye a Wittgenstein.

12. El error en la interpretación de Dummett posiblemente tenga un origen en ciertos textos del propio W. que tomados aisladamente *parecen* sugerir tal interpretación. El siguiente texto resulta bastante representativo de lo que sugiero:

> Supongamos que se tienen ciertos principios de lógica, y por medio de ellos puede deducirse una cierta nueva ley. ¿Qué significa decir que esta ley está *basada* en aquellos principios? Está basada en ellos *si* realmente la adoptamos *porque* se sigue de ellos así. La cadena de razonamiento puede ser nuestra razón para adoptarla. Pero puede *no* serlo. Podría ser que en ese punto quisiéramos usar nuestras leyes de un modo diferente –hacer algo que es una excepción (esto es, que tiene el aspecto de una excepción).
>
> No puede decirse que razonamos erróneamente si, por ejemplo, en algún punto no aceptamos la conclusión. Precisamente podemos decir 'Esta es nuestra lógica: en este caso *no* se acepta la conclusión' (LFM, pp. 236-7).

A la vista de este texto no parece irrazonable argüir que si las leyes lógicas son convencionales y en cada paso de una cadena de razonamiento podemos hacer un uso diferente del que veníamos haciendo de esas leyes, entonces nos encontramos justamente con la posición bautizada como «convencionalismo radical»: cada paso del razonamiento requiere un nuevo acto de convención que lo sancione.

Pero en esa argumentación subyacen algunas confusiones; pues una cosa es que *podamos* introducir nuevas convenciones o reglas en cada paso de la cadena de un razonamiento y otra que *tengamos* que hacerlo así; y obviamente lo primero no implica lo segundo. Efectivamente, según W. en el uso de un cálculo siempre tenemos la opción de introducir nuevas reglas (en la forma, quizás, de excepciones a las viejas reglas), pero el punto crucial aquí es que si hacemos tal cosa entonces estamos realmente produciendo un nuevo cálculo *diferente* al que veníamos usando. Así si cambiamos las leyes de la multiplicación (por ejemplo, en el dominio de los números cardinales transfinitos) entonces «Hemos producido una nueva parcela de matemáticas» (*op. cit.*, p. 237), que podrá resultar más complicada o no, más útil o no, pero en todo caso *diferente* a la anterior. Por ello, advierte W. que «De hecho no hacemos esto porque [habitualmente] no tenemos la más mínima razón para hacer tal excepción. Nos trastornaría de todas las maneras posibles» (*op. cit.*, p. 237). En este sentido la situación es análoga a la que podría suscitarse en torno a las reglas convencionales del ajedrez: podemos usar de modo diferente las viejas instrucciones, pero esto sería equivalente a la formulación de nuevas reglas y esto, a su vez, daría lugar a un juego diferente (más o menos interesante). Pero en todo caso queda en pie el hecho de que si jugamos de acuerdo con las reglas estándar del ajedrez entonces no se requiere ningún nuevo acto de convención en cada ocasión de uso de las reglas. Así al hacer un uso diferente de las reglas de un sistema estamos en rigor, alumbrando un nuevo sistema, pues, como vimos anteriormente, la naturaleza del sistema queda determinada, o constituida, por sus reglas, y éstas sólo son identificables a través de su uso, v. g., de las acciones con las que se hayan entretejidas.

13. La otra variante del convencionalismo considerada por Dummett y nominada mediante la expresión «convencionalismo modificado», consiste esencialmente en la tesis de que «aunque toda necesidad deriva de las convenciones lingüísticas que hemos adoptado, la derivación no es siempre directa. Algunos enunciados necesarios son sencillamente registros de convenciones que hemos establecido; otros son *consecuencias* más o menos remotas de las convenciones» (WPM, p. 169). Aquí, en agudo contraste con el convencionalismo radical, no todo enunciado considerado convencionalmente verdadero requiere un acto específico de convención [8] asociado a él a modo de sanción. Algunos adquieren tal carácter convencional a través de la vía indirecta de su derivación de las convenciones iniciales del sistema. Pero justamente aquí es donde Dummett cree encontrar el punto fatal para la explicación de la necesidad lógica y matemática ofrecida por el convencionalismo modificado:

> deja inexplicado el estatus de la afirmación de que ciertas convenciones tienen ciertas consecuencias. Parece que si adoptamos las convenciones registradas por los axiomas, junto con aquellas registradas por los principios de inferencia, entonces *tenemos* que adherirnos el modo de hablar incorporado en el teorema; y *esta* necesidad tiene que ser una que se nos imponga, una con la que tropezamos. No puede ella misma expresar la adopción de una convención; la explicación no deja lugar a ninguna nueva convención (WPM, p. 170).

Es decir, el carácter convencional atribuido a los axiomas y reglas de inferencia (en un sistema lógico o matemático) deja inexplicada la *necesidad* de los teoremas derivados de aquellos axiomas mediante las reglas de inferencia.

14. La respuesta a esta objeción desde un punto de vista wittgensteniano se encuentra ya implícita en lo que dijimos anteriormente en torno a la noción de necesidad interna a un sistema. En rigor tal noción de necesidad era supérflua, pues el uso de tal noción en enunciados típicos como «ΛxPx»

---

[8] En ocasiones se ha dicho que una noción de convención que no entrañe un acto explícito y deliberado de estipulación carece de valor 'explicativo' (Quine, TC, p. 1-6). Ahora bien nadie diría que haya habido tal tipo de acto respecto al significado, por ejemplo, de la palabra 'mesa', por consiguiente ¿carece de valor explicativo decir que el significado de esta palabra es convencional en el sentido de que ese significado podría ser expresado por cualquier otra palabra? Parece claro que la única respuesta correcta a esta pregunta ha de ser: no.

se sigue necesariamente de «~∃x~Px» no añade nada al mero decir que «∧xPx» se sigue de «~∃x~Px» en tal o cual sistema (por ejemplo, en lógica clásica, pero no así en lógica intuicionista). Por ello consideraba W. un pleonasmo el añadir 'necesariamente' (LFM, p. 242). Y si esto es así entonces no puede haber un problema en la explicación de una noción prescindible.

En mi opinión, la razón de que Dummett vea aquí un problema con la noción de necesidad procede de no advertir la naturaleza de la relación entre una regla (y/o axiomas) y sus instancias (o teoremas). Podemos decir que esa relación es 'interna' en el sentido de que la propia regla no es identificable independientemente de sus instancias. Así, por ejemplo, la regla de eliminación del generalizador en lógica clásica no sería la que es si el paso de «∧x(Px∨~Qxa)» a «Pa∨Qaa» no fuera una instancia de aplicación de esta regla. Y la regla que rige el desplazamiento del alfil en ajedrez no sería la que es si los desplazamientos concretos de esa pieza en las partidas de ajedrez no fueran los que son. Es éste el sentido en el que la regla no es identificable independientemente de sus instancias. Propiamente hablando, ni siquiera podría decirse en rigor que tenemos tres cosas: la regla, sus instancias y la relación de necesidad (o de cualquier otra índole) entre ellas. No tenemos de una parte la regla y de otra parte la necesidad con la que se vincula a sus instancias. Podríamos decir que son las instancias las que contribuyen y agotan la identidad de la regla en el preciso sentido de que si las instancias fueran otras, entonces la regla sería otra. Ciertamente esto permite reintroducir el término «necesario» para aludir a esa relación interna entre las reglas y sus instancias, pero entendido así no puede servir de base para negar el carácter convencional de las reglas lógicas y matemáticas, pues de lo contrario cabría argüir que puesto que la relación entre la regla que rige el desplazamiento del alfil en ajedrez y las instancias de tal regla es interna, o necesaria, las reglas del ajedrez no pueden ser convencionales.

Es por eso que la explicación de la potencial infinitud de los teoremas obtenidos por substitución (o por cualquier otra regla) a partir de un axioma lógico o matemático no plantea mayor problema a un convencionalista que la de explicar la potencial infinitud de instancias de una regla del ajedrez. Si la potencial infinitud de instancias de una regla del ajedrez no afecta al carácter convencional de ésta (y afirmar lo contrario conduciría al absurdo de decir que las reglas del ajedrez no son convencionales) entonces tampoco la potencial infinitud de los teoremas lógicos o matemáticos puede constituir un argumento contra el carácter convencional de los sistemas de reglas lógicos o matemáticos.

Comprobamos de este modo que el convencionalismo radical que Dummett atribuye a Wittgenstein no se corresponde con la posición mantenida por éste, que el convencionalismo modificado que Dummett no le atribuye se adecua, sin embargo, a su posición y que, finalmente, esta última forma de convencionalismo se encuentra a salvo de las objeciones [9] formuladas por Dummett.

Referencias bibliográficas

Alemán, A., «El debate Carnap-Quine en torno a la naturaleza de la lógica», *Arbor,* CXLVI, núm. 576, 1993.

—, «La noción de convención en Wittgenstein», *Revista de Filosofía,* vol. VII, núm. 12, 1994.

—, «El realismo en matemáticas». Mathesis (en prensa).

Baker, G. P., y Hacker, P. M. S., *Wittgenstein. Rules, Grammar and Necessity,* Blackwel, 1985 (1992).

Dummett, M. [WPM], «Wittgenstein's Philosophy of Mathematics», incluido en *Truth and other enigmas,* Duckwortk, 1978 (por donde cito).

Haack, S. [LD], *Deviant Logic.* Cambridge U.P., 1974 (*Lógica divergente.* Paraninfo, 1980; por donde cito).

Popper, K., «Why are the Calculi of Logic and Arithmetic Applicable to Reality?», 1946; incluida en *Conjetures and Refutations.* Routledge and K. Paul, 1974; por donde cito (*Conjeturas y Refutaciones,* Paídos).

Putnam, H., *Realism and Reason,* Cambridge U.P., 1983.

Quine, W. V. [TC], «Truth by Convention», 1936; incluido en *The Ways of Paradox and other essays,* Harvard U.P., 1966 (por donde cito).

— [PL], *Philosophy of Logic,* Prentice-Hall, 1970 (*Filosofía de la Lógica,* Alianza).

Wittgenstein, L [WWK], *Ludwig Wittgenstein und der Wiener Kreis,* Blackwell, 1967 (notas taquigráficas tomadas por F. Waisman).

[9] Otra objeción, en este caso formulada por H. Putnam (p. 117 ss.), señala que el convencionalismo no puede dar cuenta del requisito de consistencia que ha de cumplir cualquier conjunto de axiomas y reglas. Aunque por razones de espacio no podemos entrar aquí en un análisis detallado de todas las ramificaciones de este problema, baste señalar aquí que, como indicó Quine el abordar al problema, el requisito de consistencia en las convenciones «no es nada más que un caso especial de conformidad con el uso [usage]» (TC, p. 97). Es decir, que si estipulamos como verdadero a 'p' y a '~p', entonces le estamos atribuyendo el signo '~' un significado diferente al de la negación ordinaria. Se aprecia con claridad que la indicación de Quine en ese temprano artículo (1936) coincide plenamente con la posición central de Wittgenstein; aunque este último parece mantener, en ocasiones una posición más drástica aún, a saber, que un cálculo inconsistente no es propiamente hablando un cálculo (BGM, III, 80).

Así el requisito de consistencia de las convenciones del cálculo no parece que sea más esencial que el requisito, por ejemplo, de que algunos de los signos del cálculo representan oraciones (declarativas o imperativas, etc.) si es que ha de contar como cálculo o, al menos, como cálculo lógico.

En cualquier caso estas últimas consideraciones conducen al problema de qué condiciones ha de cumplir un sistema de reglas (y/o axiomas) para ser considerado un cálculo (o un cálculo *lógico,* o *matemático*); y parece claro que la precisión en la demarcación sólo podrá lograrse al precio de una nueva estipulación respecto al alcance en la aplicación de la palabra 'cálculo' o de la expresión 'cálculo lógico'.

— [AWL], *Wittgenstein's Lectures, Cambridge 1932-35*; ed. por A. Ambrose, Blackwell, 1979.
— [LFM], *Wittgenstein's Lectures on the Foundations of Mathematics, Cambridge 1939*; ed. por C. Diamond. University of Chicago Press, 1975.
— [PB], *Philosophische Bemerkungen*, Blackwell, 1964.
— [PG], *Philosophische Grammatik*, Blackwell, 1969.
— [BGM], *Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik*, Suhrkamp, 1989.
— [IF], *Philosophische Untersuchungen*. (*Investigaciones filosóficas*, Crítica, 1988; edición alemán-español, por donde cito).