

La matemática y el ámbito conceptual

JAVIER de LORENZO
(Universidad de Valladolid)

1. A mediados del s. XIX se produce, en el hacer matemático, una inflexión. De la creencia en la certeza absoluta, en la no arbitrariedad de la Matemática, se pretende la búsqueda de un fundamento para la misma. Kant había escindido la Matemática de la Lógica de tal modo que la primera tenía unos modos propios de razonamiento, ajenos a la Lógica: las proposiciones de esta última eran analíticas a priori mientras que las proposiciones aritméticas, por ejemplo, eran sintéticas a priori. Ello implicaba la no reducción del hacer matemático a la Lógica. Reflejaba, de esta manera, el sentir de los matemáticos de manejar objetos, fenómenos, en un sentido semejante a como lo hacían los físicos respecto a la naturaleza. Sin embargo, el desarrollo del Análisis, la aparición de geometrías no-euclídeas, entre otros, conducían al hacer matemático a una posición en que lo deductivo iba cobrando un papel cada vez más importante. No bastaba tener fe en los productos de la razón, había que demostrarlos. Y, en esta línea, la Aritmética va a tomar el papel relevante de fundamentar los restantes haceres, papel que había correspondido, hasta ese momento, a la Geometría. Un paso más, y la pregunta se hará sobre qué soporta la Teoría de números. Aun admitiendo la certeza y la no arbitrariedad del hacer matemático, se hará problema el de los últimos fundamentos del mismo.

Y esa búsqueda de fundamentación va a conllevar un proceso reduccionista: en el interior de la Matemática —teoría de conjuntos o cantorismo, formalismo hilbertiano...—, en el exterior de la misma —teoría del reflejo, abstracción inductivista, formalismo lingüístico sintáctico, logicismo con su intuición de estructuras y objetos pertenecientes a un mundo eidético real...—.

A partir del s. XIX se hace problemático el fundamento de lo que, hasta ese momento, se estimaba como una certeza, una seguridad. Seguridad que, por otro lado, la Matemática transmite y soporta a otras disciplinas, a otros haceres bien como apoyatura lingüística mediante el empleo de fórmulas, bien como arquetipo incluso de lenguaje donde no hay opiniones o pareceres sino mera presencia demostrativa de lo verdadero —y me re-

fiero, entre otros, a Spinoza— porque adoptando el estilo *more geometrico* se desea no disputar o convencer mediante el ropaje literario sino mostrar la verdad con un método ante el cual únicamente cabe el asentimiento, y ello por el total de las gentes.

2. Cabe observar, sin embargo, que la búsqueda de fundamento último no es propia de sólo el hacer matemático, sino mostración, en este hacer particular, de algo más profundo y existencial humano. Es la manifestación del deseo de lo que puede calificarse como principio minimal de estabilidad.

La búsqueda de la verdad, de la seguridad es inherente al espíritu humano en cualesquiera circunstancias, independiente a épocas y lugares. Algo que se refleja en el principio de identidad de Fichte, en la razón absoluta de Hegel, en la utopía marxiana..., en la plasmación de Burbujas o Ambitos como la Simbólica donde lo religioso, lo místico, lo mágico, puede proporcionar, en algún momento, dicho fundamento absoluto. Es lo que refleja la fe del científico en elementos como la simplicidad y la simetría considerándolas inherentes a la naturaleza y, como tales, reflejables en las leyes de la misma, y que le ha conducido a buscar conceptos mínimos pero unificadores que den cuenta de la realidad —y es el éxito de la Física al partir de la idea de que las leyes físicas son invariantes bajo rotaciones del espacio, por ejemplo—, así como a la incesante búsqueda, en estos años, de una teoría unificada de fuerzas como pretensión de una explicación 'definitiva' de las leyes físicas...

Lo que se tiene, en el fondo, es que el hombre, mera naturaleza, se ha forjado como hombre mediante la construcción de una naturaleza transformada, mediante la elaboración de un ámbito enfrentado a aquello que ha estimado siempre como irregularidades, como caos; enfrentado como naturaleza a la naturaleza que le entorna. Frente al caos, frente al paso del tiempo, ha construido la forma como elemento compensatorio, como elemento que le posibilita evitar los desajustes entre los elementos no homogéneos de la naturaleza. Forma frente a caos, frente a irregularidad, frente a temporalidad. De ahí la importancia de la Geometría euclídea como creación de un espacio homogéneo, isotropo, ilimitado, atemporal... en lo estrictamente conceptual, geometría acusada de modo permanente de estatismo; de ahí la importancia de lo arquitectónico manifestado en la construcción del monumento cuya permanencia se convierte en el elemento aglutinador morfológico de lo urbano, seña de identidad para quien vive, para quien pasa realmente un instante, en su entorno.

Búsqueda de absoluto frente a un medio que manifiesta, en su concreción diaria, todo lo contrario. Con una permanente contradicción, alienadora: ese absoluto es, siempre, una utopía porque no sólo lo que entorna

al hombre es irregular, temporal, inseguro, sino que es el propio hombre el que se muestra, constitutivamente, como una radical inseguridad temporal. Es el hombre el que sufre, enferma, se transforma fisiológicamente, vivencialmente, muere. Y busca un asidero en todo lo contrario. Y en esa búsqueda plasma lo que no es, plasma lo absoluto. Absoluto como ideal que ha de establecerse como ideal, como meta a superar para evitar esa radical inseguridad intrínseca, para no caer en el caos o dispersión de una naturaleza siempre cambiante y amenazadora, y a la que, por ese ideal, hay que dominar y transformar. Ideal cambiante, a su vez, según momentos y épocas pero, en cada caso, entrañando el logro de una estabilidad, que a su vez es tensión para dicho logro, bien del individuo, bien de la sociedad, bien de la subespecie en la que ese individuo se encuentra.

3. En esa búsqueda de utopías estables, la razón conceptual, constitutiva, creadora, ha construido uno de los recursos humanos para la consecución de una Burbuja o Ambito conceptual donde refugiarse y, a la vez, transformar el caos mediante la elaboración de unas formas estables, con la ilusión de su validez para todo tiempo y lugar. Razón instrumental, ciertamente, pero razón constructora de formas. Razón que, sin embargo, y es contradicción inherente, requiere a su vez de un fundamento, de una seguridad frente al proceso, frente al caos y al azar.

En esa creación de formas estables, desde el ámbito de lo conceptual, el hombre ha creado el Ambito de la Matemática. Ambito que muestra, desde mi punto de vista, desde una mirada al interior, diversos rasgos según sean los planos con los cuales se enfoque y que, a su vez, entrañan distintas cuestiones problemáticas.

4.1. *Intrínseco*. Como creación conceptual, el matemático elabora unos constructos en planos diferentes que suponen, cada uno, un salto conceptual respecto a los restantes y unos niveles de abstracción distintos:

- Como objetos individuales: Así, el triángulo con sus propiedades intrínsecas; la curva que si viene dada por una expresión analítica en forma explícita entraña el estudio de sus variaciones y su representación geométrica; la estructura algebraica de grupo; una ecuación diferencial... En este caso, se los maneja como individuos, como objetos que poseen, o no, unas determinadas propiedades.

- Como estructuras: Los objetos, cuando se los enfoca no en su individuación concreta sino como formando parte de una colección o agregado, responden a unas estructuras determinadas, en las cuales se coordinan y a las que dan contenido; en ellas pierden su particularidad concreta y son

meros elementos de un nivel conceptual superior que es el que, como nuevo objeto, constituye, ahora, el constructo a estudio. Estructuras que pueden ser las estructuras madre o combinaciones de las mismas...

El estudio de estos constructos, en sus niveles propios, da paso a teorías que también se escinden en distintos planos. Y así puede estudiarse la Teoría de grupos —y la estructura de grupo aparece como objeto en sus relaciones con otros grupos, por ejemplo—, o la Teoría de grupos abelianos, o el Cálculo diferencial o integral de una variable real, o la Geometría diferencial, o la Geometría euclídea... O esta última enfocada desde lo sintético o bien considerada como la manifestación de unas transformaciones que dejan invariantes unos grupos algebraicos determinados. O bien una teoría de 'teorías' por decirlo así, como el Álgebra universal.

En un momento un constructo puede presentarse como elemento individual —y puede estudiarse como tal en cuanto a sus componentes que lo articulan como dicho objeto— o bien puede enfocarse como miembro de una estructura. Análogo con las teorías, que pueden enfocarse como teorías en sí o como formando los elementos de otra teoría. Por unos ejemplos:

- Un número real puede establecerse como la clase de equivalencia de todas las sucesiones de números racionales equivalentes entre sí módulo una sucesión racional nula, o bien puede estimarse como un algo absoluto, elemento de un determinado conjunto real;

- Un subconjunto de los números reales puede estimarse como un intervalo cerrado con unas propiedades intrínsecas, que pueden culminar con la establecida en el teorema de Bolzano-Weierstrass, o bien puede considerarse como miembro de una familia de cerrados que se estructura como una topología, o bien cabe aceptar dicho cerrado instrumentalmente como dominio para el estudio de una función de variable real;

- Los números naturales pueden estudiarse en sí —y ello en distintos niveles: planteamiento de una conjetura como la de Golbach, resolución de ecuaciones diofánticas, divisibilidad...—, o como subestructura de los números reales y, en este caso, con propiedades 'analíticas' y no aritméticas, o como subconjunto 'amorfo' incluido en el conjunto de los reales con lo que aparece el problema de la cardinalidad y las cuestiones relacionadas con los cardinales transfinitos, o algebraicamente y aparecen como un semianillo euclídeo abeliano bien ordenado...

Como objeto en sí, como miembro de. Dos enfoques que, por supuesto, plantean en cada caso cuestiones diferentes y obligan a métodos de tratamiento también diferentes ya que en un nivel pueden relacionarse unos con otros y tratar las propiedades que reflejan tales relaciones de modo axiomático y a otro nivel como apoyatura para otros conceptos, y a un tercer nivel como problema intrínseco e, incluso, mero juego. En cada nivel, los objetos matemáticos creados por el matemático muestran una realidad absoluta, pero su configuración intrínseca varía según el nivel en el que se

manejan y el mismo objeto puede mostrar distintos aspectos, distintas 'realidades'.

Es lo que Skolem, desde otro enfoque, puso de manifiesto al indicar que términos como 'finito', 'infinito'... sólo tienen sentido definido en el interior de una determinada teoría axiomática y no son, por decirlo así, conceptos con una definición absoluta, pudiendo ser un conjunto finito en una teoría axiomatizada e infinito en otra; dependerá del nivel en el que ese conjunto, como objeto, sea adoptado.

5. La escisión en distintos niveles de los objetos matemáticos impide que el hacer total de la matemática pueda formalizarse en un lenguaje único asociado a una determinada lógica. El reduccionismo, en cualquiera de sus versiones, falla precisamente por no reconocer y aceptar la existencia de estos diferentes niveles y querer formar un cuerpo de complejidad única con todo el hacer matemático que se muestra, por la existencia de estos niveles, con una complejidad y estructuración diferentes de la pretendida por los reduccionistas. Y es complejidad que podría ponerse en analogía a la de un cuerpo enfocado biológicamente...

En el hacer matemático, por ejemplo, aun cuando los intentos de formalizar la Matemática en una Lógica de primer orden se han visto abocados al fracaso, el reduccionismo insiste al sostener que puede aceptarse una Lógica de orden dos para dicha formalización, una lógica donde los cuantificadores actúen sobre conjuntos o clases —para expresar las propiedades topológicas, por ejemplo—. Una Lógica de segundo orden que carece globalmente de las propiedades de la de primero: Completitud —respecto a una axiomática canónica— y Compacidad —teorema de Löwenheim-Skolem-Tarski—. El reduccionismo admite que estas notas caracterizan, precisamente, a la Lógica de orden uno.

Al hacer esta afirmación, el reduccionismo no ve lo que yo en ella afirmo: al dar esas dos notas como características de la Lógica de orden uno se ha dado un salto conceptual y se está enfocando dicha lógica como objeto individual y no como teoría o sistema más o menos ordenado de proposiciones; inversión epistemológica por la cual esa lógica, como totalidad, como sistema cerrado, se ha convertido en objeto individual que puede caracterizarse por unas propiedades, que se encuentran ausentes de las restantes lógicas enfocadas ahora, igualmente, como objetos únicos, individuales. Pero si se da esta inversión epistemológica, este salto conceptual, y de nivel, y la lógica se convierte en objeto con unas notas características en relación con otros objetos individuales, es imposible que dicho objeto fundamente otro objeto perteneciente a un nivel distinto; más aún, es imposible que fundamente el propio tratamiento en el cual se lo está manejando como objeto. Podrá utilizarse para un estudio determinado, pero

ello no implica que sea el fundamento de aquello para lo cual se utiliza.

Con el último párrafo he indicado, igualmente, la existencia de un proceso por el cual la razón matemática se manifiesta como elaboradora de objetos, formas y estructuras. Y lo en ella producido da un conocimiento que no es estrictamente formal o tautológico. Conocimiento que se estratifica en distintos niveles según el contenido del mismo. Insisto, existe un contenido en sí del hacer matemático, contenido que es expresión de un cierto tipo de racionalidad, diferente a la racionalidad nomológica o a la simbólica.

6. 2. *Extrínseco*. Y es el terreno, siempre discutido, de la relación que tiene el hacer matemático con otros haceres. Lo primero que se me presenta es que la Matemática puede enfocarse en dos campos diferenciados: simbólico — racional.

a. *Simbólico*. Desde este enfoque, los elementos matemáticos que se consideran son números y figuras que, mediante la ley de correspondencia simbólica, se enlazan con los elementos cósmicos de forma que se cargan de simbolismo y se hacen, en su interioridad, símbolos. Así, el cubo representará la materia, la Tierra, mientras la esfera constituirá la manifestación de lo celeste... Se hablará de lo par o impar, de las direcciones... Un Norte-Sur como la verticalidad o axis-mundi y una horizontalidad Este-Oeste como oposición de luz y tinieblas... Un número como el 9, representación de la perfección con su raíz, el 3, símbolo de la divinidad...

Matemática simbólica que condicionará la armonía celeste, la organización social de ciertos pueblos, los módulos arquitectónicos, pictóricos y musicales, la estructuración de algunas obras literarias..., incluso la búsqueda de unas relaciones de carácter nomológico en la ciencia física con la aparición de algunos números como esencia de dichas relaciones. La Matemática como un hacer simbólico que tendría en los *Elementos* de Euclides una de sus máximas elaboraciones si tal obra se interpreta, como quería Proclo, en el sentido de plasmar las intuiciones platónicas y ser el mero reflejo de la construcción de los cuerpos platónicos —construcción que cierra precisamente la obra de los *Elementos*—, cuerpos como elementos con los que el Demiurgo compuso el universo.

Ciertamente este enfoque del hacer matemático ha condicionado el pensamiento humano y ha permitido la elaboración de gran parte de su cultura. Pertenece, sin embargo, a lo que califico con el término de Burbuja o Ambito simbólico, no conceptual. Burbuja simbólica que, pese a la elección realizada por una rama de la especie humana a partir del Renacimiento, y pese a los intentos de su desaparición por parte de todo tipo de positivismo, permanece en esa especie, en los individuos que la compo-

nen, e incluso condiciona, de modo indirecto, la adopción del segundo enfoque, ya racional, del hacer matemático.

b. *Instrumental*. El segundo enfoque pretende la supresión de cualquier elemento simbólico del hacer matemático. Este se mostrará como un hacer demostrativo, ajeno aparentemente a la naturaleza. Y desde esta posición se pretenderá su aplicación, a través de otras ciencias, a la naturaleza, de la que no forma parte intrínseca. En tal aplicación se muestra como un hacer instrumental básicamente para la cuantificación, para la metrización.

En este punto suele cometerse un error de base. De hecho, puede adoptarse una fórmula, un algoritmo para un uso inmediato; pero ello no es aplicar la Matemática o emplearla como sólo instrumento. Cuando se suman dos limones con dos limones, se obtienen cuatro limones, pero la fórmula de la suma de naturales no siempre es correcta: basta sumar dos gotas de un líquido con dos gotas del mismo líquido para no obtener cuatro gotas. En la aplicación de una fórmula hay que hacer, previas, unas suposiciones, en general implícitas, que es donde clava su raíz, precisamente, la aplicación de la Matemática.

Si se pasa de fórmulas aritméticas o procesos simples de medida — como el que requiere medir esta mesa en la que me encuentro— a teorías completas —como el Cálculo diferencial o integral, el de Probabilidades...— se observa que muy pocas disciplinas pueden hacer uso de tales instrumentos. Cuando Carlos Marx pretende obtener las leyes económicas en su formulación matemática no hace más que poner de relieve el fracaso de tal aplicación directa. Cuando en Química se ha intentado la expresión matemática de la interacción entre dos moléculas algo complejas lo que se ha obtenido es la manifestación de que esa interacción no admite una formulación matemática precisa... Y una cosa es el empleo de recetas matemáticas —como se viene haciendo en Economía, Sociología, Biología, Etología...— y otra es obtener una auténtica matematización de las disciplinas en cuestión. Y creo que la equivocación se centra en pensar que la Matemática se aplica, por modo único, en lo cuantificable y siempre a posteriori de la disciplina que la emplea, y de aquí que se adopte como criterio científico, casi por modo exclusivo, la cuantificación y se llegue a sostener que sólo los conceptos cuantitativos son los conceptos auténticamente científicos.

El hacer matemático es algo más que lo estrictamente cuantificable o lo estrictamente operacional. No es sólo la plasmación de un cierto tipo de universo racional que exige su propia configuración signíca. El hacer matemático sólo será aplicable allí donde se muestre como un hacer constitutivo, y no meramente regulativo, para una determinada concepción científica. Quiero decir, el hacer matemático es creador de los marcos de validez, de los espacios conceptuales en los que puede establecerse una

determinada ciencia 'empírica'. Y de tal manera que condicionará lo que en ella hay que observar y, consecuentemente, lo que hay que medir o cuantificar. *No como algo extrínsecamente añadido sino como algo condicionado por esa constitución que, por serlo, entraña los principios reguladores, siempre posteriores.*

Adoptar la Matemática como marco constitutivo de la Ciencia empírica no es algo inocuo como pretende el 'objetivismo' científico; supone la admisión de una serie de consecuencias esenciales para esa ciencia.

Cuando la especie humana creó el espacio antiperceptivo de la Geometría euclídea y ese espacio se adoptó como *el* espacio real, el de la naturaleza, obligó a escindir las cualidades de los cuerpos en dos categorías: primarias y secundarias. Sólo las primarias se podían convertir en objetos científicos porque eran la manifestación tanto de la forma geometrizable como de las relaciones y proporciones que pudieran establecerse entre esas formas. Sólo en un espacio antiperceptivo como el euclídeo, con sus notas de homogeneidad, isotropía, ilimitación —es decir, en un espacio uniforme—, podía constituirse una disciplina como la Física, la 'ciencia nueva'. En este espacio la materia sólo podrá estar en reposo o en movimiento y, por su uniformidad, la cantidad de energía o de movimiento total habrán de ser constantes, verificándose la ley de inercia. Por tal uniformidad, las leyes de la naturaleza tendrán que ser invariantes por desplazamientos o rotaciones y, a la vez, se tendrá un principio de relatividad como el de Galileo...

De modo análogo, sólo cuando se crearon otras geometrías, como las diferenciales sobre superficies o las denominadas no-euclídeas, se tuvo la posibilidad de transformar la idea de geometría —y, consecuentemente, de espacio— para convertirla en la manifestación de la Teoría de grupos. Y desde este enfoque, son los grupos de transformación los que permiten tratar de la invariancia de las traslaciones o rotaciones o simetrías espaciales, con lo cual las propiedades de homogeneidad, isotropía e ilimitación se establecen mediante la invariancia de las traslaciones o giros respecto a grupos algebraicos determinados. Y con ello se pasa a considerar que las leyes de la naturaleza han de ser invariantes por desplazamiento en el tiempo o por cambios de orientación en el espacio; así, han de ser invariantes la cantidad de movimiento por traslación espacial, la energía por traslación temporal, el momento angular por rotación espacial... Principios de invariancia que se ligan a simetrías y éstas se estudian a través de la Teoría de grupos. Y se pasa al establecimiento de teorías como la de la relatividad o las cuánticas. Cambio de enfoque por el que se posibilita la búsqueda de partículas elementales, por ejemplo, al aceptar que las mismas han de constituir un grupo que deja invariante una determinada cualidad espacial...

Con todo ello estoy indicando que el marco constitutivo matemático es el que condiciona automáticamente las leyes físicas que se adoptan tan-

to en sus principios básicos como en sus derivados. Lo que estoy afirmando es que la Matemática condiciona la creación de teorías físicas y de tal manera que no es algo exterior de lo que se tomen unas fórmulas, una herramienta parcial e inocua, sino que es su base constitutiva. Es el hacer matemático el que da el marco imprescindible sin el cual esa teoría científica carece de toda posibilidad de construcción. Marco que no puede enfocarse como fundamento único y último, sino como aquel que posibilita unas reglas de juego y que, por lo indicado, pueden ir variando. Marco al que, una vez creado, hay que agregar otra serie de características, de reglas de juego como la creencia —también constitutiva del hacer físico— en la invariancia cosmológica de las leyes de la naturaleza, o la invariancia que regula los aparatos de instrumentalización experimental...

7. Y aún más, un hecho que no he visto suficientemente discutido: el que la Matemática no sólo condiciona, como elemento constitutivo, la creación de una disciplina científica como la Física, sino que condiciona lo propio perceptivo del hombre. Y ello porque obliga a crear como fenómenos hechos anteriormente no existentes, fenómenos que pasan a ser hechos a partir de la creación del nuevo marco conceptual. Al aceptar que la naturaleza estaba escrita en lenguaje matemático, Galileo obligaba a la constitución de un tipo nuevo de física: en ella lo observable no podía ser ya la cualidad sensorial como el olor, el sabor, el tono, la textura... que mostraban cada uno una infinidad de matices, sino que lo nuevo observable tenía que ser lo geométrico, la forma, la posición y, con ellos, el reposo y el movimiento... Cualidades matematizables —no sólo cuantificables, que aparecen propiedades relacionales y topológicas—. Con ello, el espacio geométrico-físico 'creaba' sus propios fenómenos, sus propios observables y condicionaba, a su vez, nuevos modos de percepción. Lo que había que observar de un cuerpo era su masa —o peso en Galileo—, aceleración, posición... Se obligaba a percibir lo no directamente perceptible y, a la vez, a no percibir lo directamente perceptible. Un mismo experimento cobraba un sentido nuevo desde la 'ciencia nueva', muy diferente al que pudiera tener desde otra Burbuja. Se obligaba, así, a una ampliación de la Burbuja o *Ámbito* perceptivo condicionada, siempre, al marco constitutivo en el cual se manejaba.

Quiero decir, la Matemática como marco constitutivo para el hacer físico, ciertamente; pero también condicionadora de un cambio en lo perceptivo humano. Porque, como elemento constitutivo, provoca una inflexión en lo que denominar 'realidad', y se propicia la aparición de nuevos niveles tanto conceptuales como sensoriales, totalmente distintos a los característicos tanto de la Burbuja perceptiva como de las Simbólica y Tecnológica.

8. Y unas observaciones: haber confundido el papel constitutivo de la Matemática en la Ciencia nueva con el éxito que la acompañó, con los resultados de ese éxito, es lo que ha entrañado la equivocación en cuanto a la instrumentalización del hacer matemático respecto a otras disciplinas. Debo advertir que, aun siendo el marco constitutivo no es la única creencia que se superpone en la creación de la ciencia nueva. Y también insistir en la existencia de distintos niveles que la Matemática puede mostrar en su hacer una vez que ha dado el marco previo; esos niveles vienen condicionados por los principios regulativos que habrá que ir adoptando en cada caso. Y es lo que justifica el que pueda aplicarse una fórmula simple en unos casos, una expresión lingüística estrictamente matemática, un algoritmo, una teoría completa... en otros.

Adoptar un cuadro constitutivo como la Matemática para la creación de la Ciencia nueva no implica adoptar el punto de vista ontológico de que el espacio material tenga 3 ó 4 dimensiones, que en él las acciones entre los cuerpos se hagan a distancia mediante un fluido o mediante líneas de fuerza... Un Galileo, un Minkowski, por ejemplo, sostendrían que el espacio real es el matemático; un Euler, un Mach sostendrían que uno es el espacio perceptivo, con sus tres dimensiones, y otro es el espacio conceptual, científico, con posiblemente un número de dimensiones mayor. Pero este es otro tipo de problemática enlazada, ciertamente, con lo aquí expuesto.

Quizá por no tener en cuenta estas observaciones, estos matices, se ha intentado la instrumentalización matemática en disciplinas a un nivel que no era el adecuado como en el caso de la Biología cuando se la ha pretendido enfocar, en analogía con la Física, desde un espacio constitutivo euclídeo, mientras que parecía más adecuado enfocarlo desde un marco constitutivo dinámico donde las cuestiones centrales son la estabilidad, nudos, puntos de bifurcación...

Desde el marco euclídeo uno de los instrumentales básicos viene dado, en un nivel operatorio, por la integración de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales, con su carga de determinismo asociada, mientras que los sistemas dinámicos exigen, desde ese mismo enfoque instrumental operatorio, el manejo de sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales, de ecuaciones diferenciales con argumento desviado, por ejemplo. Y no se trata de que estos últimos sistemas de ecuaciones diferenciales sean más complejos en cuanto a su integración práctica porque, de hecho, Poincaré demostró que el sistema de ecuaciones diferenciales lineales caracterizador, en la Mecánica clásica, del problema de los n cuerpos —en particular, el problema de la estabilidad del sistema solar— no era integrable. De lo que se trata es del punto de partida metodológico, del enfoque del propio problema donde el éxito obtenido en la creación de la Física ha conducido a tomar su marco constitutivo como el único posible para la elabo-

ración de otras disciplinas, cuando en el interior del hacer matemático existen muchas otras posibilidades para su distinta instrumentalización.

Y todo esto no implica la afirmación de que esa Matemática sea el único instrumento del que dispone la razón conceptual, el único hacer propio del Ambito o Burbuja conceptual.