EDICIONES
COMPLUTENSE

Revista de Filosofía
ISSN: 0034-8244 • e-ISSN: 1988-284X

ARTÍCULOS

Matemáticas y dialéctica en la República de Platón

Luis Fernando Echeverri Delgado
Universidad de Antioquia, Colombia

Edwin de Jesús Zarrazola Rivera
Universidad de Antioquia, Colombia

Víctor Hugo Chica Pérez
Universidad de Antioquia, Colombia

https://dx.doi.org/10.5209/resf.97615 Recibido: 21/08/2024 • Aceptado: 12/12/2024 • Publicado en línea: 11/06/2025

Resumen: En este artículo examinamos los métodos matemático y dialéctico como están presentados por Platón en la República, en particular en los libros VI y VII de esta obra. Mostraremos que ambas disciplinas comportan cada una dos movimientos, que llamaremos ascendentes y descendentes en cada caso. Se tratará de mostrar que los dos movimientos del método matemático, motivaron en Platón los dos movimientos del método dialéctico. Veremos así mismo que uno de los dos movimientos del método matemático fue estudiado de manera novedosa por Platón y que ha sido un método poco valorado y estudiado desde la antigüedad hasta nuestros días.
Palabras claves: método axiomático-deductivo; dialéctica, análisis y síntesis.

EN Mathematics and Dialectic in Plato's Republic

Abstract: In this paper we study the mathematical and dialectic methods as presented by Plato in the Republic, particularly in books VI and VII. We are going to proof that both disciplines (mathematics and dialectic) contain two movements each one. We call those movements ascendant and descendant for each discipline. We will try to show that the movements of the mathematical method encouraged Plato to formulate the movements of dialectic method. Moreover, we are going to show that one of the mathematical methods proposed by Plato was not only a novel method but it has been poorly studied from the ancient to modern times.
Keywords: axiomatic-deductive method; dialectic, analysis and synthesis.

Cómo citar: Echeverri Delgado, L.F.; Zarrazola Rivera, E.J.; Chica Pérez, V.H. “Matemáticas y dialéctica en la República de Platón”, *Revista de Filosofía*, avance en línea, https://dx.doi.org/10.5209/resf.97615

1. Introducción

Uno de los métodos con que trabajan los matemáticos es la demostración ἀπόδειξις (apodeixis). Una tradición historiográfica que viene del siglo XIX considera a los antiguos griegos, y en particular a Tales de Mileto (624-548 A.C.), el padre de la demostración. Aunque esta postura ha sido cuestionada recientemente[1], para nuestro objetivo, es justo esta noción griega la que estará en el horizonte de nuestra reflexión. Dicha noción griega inicial fue perfilándose progresivamente, pasando de la clara exhibición de propiedades de una figura geométrica (Tales), al estilo aritmético (Pitagórico) de ver los números enteros como figuras (triangulares, cuadrados, pentagonales, etc.) con las cuales mostrar claras relaciones satisfechas por estos números, hasta llegar en el siglo III A.C. al tratado matemático de Euclides, Elementos στιοχεῖα (stoicheia), donde la noción griega de demostración matemática queda plenamente configurada. Platón ha mostrado en muchos pasajes de sus diálogos que tenía muy clara y en muy alta estima esta noción, aunque también ha expresado que ésta era solo una de dos direcciones posibles del quehacer propio del matemático (geómetra para Platón).

La República es uno de los pocos diálogos platónicos (quizás el único) donde Platón plantea una elaborada relación entre los métodos del geómetra (matemático para nosotros) y los métodos del amante del saber (el filósofo) al cual Platón le prescribe el necesario estudio de las matemáticas si pretende que le sea revelado el poder dialéctico διαλέγεσθαι δυνάμις (dialegesthai dynamis) poder que tiene la capacidad de empujar «poco a poco al ojo del alma, cuando está sumergido realmente en el fango de la ignorancia, y lo eleva a las alturas, utilizando como asistentes y auxiliares para esta conversión a las artes que hemos descrito. [La geometría y afines]» (Rep. 533d).

En este artículo mostraremos que, para Platón en la República, tanto el método dialéctico como el método matemático comportan cada uno dos movimientos. En el caso del primero un movimiento ascendente y otro descendente y en el caso del segundo dos movimientos que han sido llamados análisis y síntesis. Trataremos de probar que los dos movimientos del método matemático inspiraron a Platón la introducción de los dos movimientos del método dialéctico. Para lograr esto mostraremos en primer lugar cual era la noción de demostración que tenía Platón, la cual constituye uno de los dos movimientos que considera el filósofo como parte del método matemático. Por otro lado, aclararemos en qué consiste el otro movimiento propio del método matemático, sus orígenes, y lo poco estudiada y valorada que ha sido esta componente del pensamiento matemático.

Finalmente examinaremos los dos movimientos que según Platón componen el método dialéctico, mostraremos cómo están representados y cómo pudieron haber sido motivamos en Platón a partir de los dos movimientos que el filósofo reconoce en la actividad del geómetra. Para concluir mostraremos cuáles son los alcances respecto del saber de cada uno de estos métodos.

2. La noción de demostración

En torno a la noción de demostración, y a pesar de la controversia surgida en el último siglo donde se ha discutido la continuidad histórica de dicha noción, consideramos adecuado partir de las palabras de Nicolás Bourbaki, seudónimo de un grupo de matemáticos franceses quienes en el siglo XX publicaron uno de los tratados de matemáticas más completos de todos los tiempos: Los Elementos de Matemáticas (título que hace honores a la gran obra de Euclides). Dice Bourbaki:

> Desde los griegos, quien dice matemáticas dice demostración; algunos incluso dudan de que existan, fuera de las matemáticas, demostraciones del sentido preciso y riguroso que esta palabra recibió de los griegos, sentido que pretendemos darle aquí. Tenemos derecho a decir que este significado no ha cambiado, porque lo que fue una demostración para Euclides, lo sigue siendo para nosotros; y, en momentos en que la idea amenazaba con perderse y donde, por tanto, las matemáticas se encontraban en peligro, fue entre los griegos donde encontramos sus modelos.[2]

En efecto, desde la antigüedad clásica griega, particularmente desde Euclides, la noción de demostración ἀπόδειξις (apodeixis), tal como la han usado la gran mayoría de los matemáticos en su quehacer científico, es esencialmente una secuencia de proposiciones en las que cada una, o bien es una afirmación que se acepta como cierta (axioma) o bien se deduce necesariamente de las anteriores por reglas de inferencia[3].

Se ha mostrado en otro trabajo[4] que existen buenas razones para sostener que la concepción de los objetos y del método matemático ἀπόδεικτικου (apodeiktikou), que tenían tanto Platón como Aristóteles, era

1 Chemla, Karine Ed. (2012).
2 Bourbaki (1970), pg 2.
3 Bourbaki (1970). Ibidem.
4 Chica V., Echeverri, L.F., y Zarrazola, E. (2017). “Objetos matemáticos sensibles y objetos matemáticos inteligibles”. Estudios de Filosofía, 55, 187-205.

muy próxima a las presentadas en la obra de Euclides, Elementos. No obstante, ambos filósofos reconocieron que cuando un geómetra presenta una demostración de un resultado, antes de presentarlo, éste tuvo que haber visto de antemano que lo que se proponía probar era cierto en todos los casos posibles. Para ilustrarlo comencemos viendo un ejemplo tomado de Aristóteles en su Metafísica (1051a24):

> Por otra parte, también los teoremas geométricos se descubren al realizarse en acto. Los encuentran, en efecto, al realizar las divisiones correspondientes. Y si las divisiones estuvieran ya realizadas, [los teoremas] serían obvios, pero están contenidos solamente en potencia. ¿Por qué los ángulos del triángulo equivalen a dos rectos? Porque los ángulos alrededor de un punto son iguales a dos rectos. Y, ciertamente, si se traza la paralela a uno de los lados, para quien lo contemple será inmediatamente evidente.

Veamos gráficamente lo que dice Aristóteles:

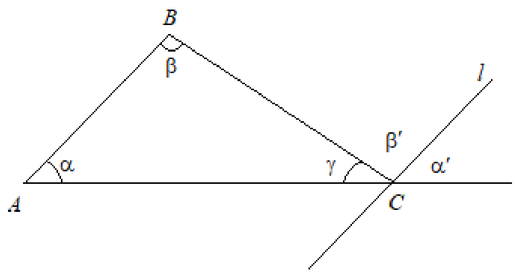

Figura 1: Elaboración propia

Dado un triángulo rectángulo *ABC*, notamos que:

1. Los ángulos en *C* a lo largo de la semirrecta *AC* son iguales a dos rectos.
2. La recta paralela a *AB*, denotada por *l*, y que pasa por el punto *C*, existe.
3. Por propiedades entre paralelas: $\alpha=\alpha'$ y $\beta=\beta'$
4. Por tanto, los ángulos α,β,γ hacen dos rectos.

De este ejemplo podemos concluir el cómo y el porqué del proceder del verdadero geómetra: en efecto, éste, al contemplar una figura dada (el triángulo *ABC*) se enfrenta a una de dos posibles tareas: demostrar por vez primera, para sí mismo, la verdad de la proposición, o bien, exponerla como tal, para los demás. Aristóteles aquí expone como podría ser lo primero[5].

Así pues, lo que hace el geómetra es darse cuenta de que los ángulos en torno a un punto son iguales a dos rectos (afirmación # 1) Intuyendo éste elemento[6] anterior como latente en la figura dada, luego, hace explícita esta proposición cierta (en la geometría) para su triángulo, construyendo en su base la recta paralela al segmento *AB* del triángulo (afirmación # 2), y, finalmente usa esta última proposición, que también es un elemento, y la anterior o anteriores, produciéndose así el convencimiento racional de la verdad de la proposición.

Ahora, si se trata de lo segundo, entonces debe mostrar cuales son los elementos necesarios para componer la prueba y enunciarlos como proposiciones ciertas para todos los casos, y luego componer su demostración en una forma totalmente discursiva: una deducción que parte desde principios indemostrables. A propósito de estos principios indemostrables, Aristóteles los propone como inevitables puntos de partida de las demostraciones, so pena de un retroceso al infinito[7].

Con todo lo anterior buscamos mostrar con mayor claridad lo que se entendía al interior del pensamiento matemático griego por método matemático. Ahora bien, para continuar, consideramos oportuno citar a Cornford quien en su célebre artículo de 1932 dice:

> El ‘teorema’ es el fruto de la contemplación θεωρεν (theorein), que penetra por medio de la intuición en las propiedades latentes ‘contenidas en’ la esencia. La demostración ἀπόδειξις (apoideixis) es la exhibición de estas propiedades en tanto que pertenecen a la esencia, en la forma de afirmaciones explicitas dispuestas en orden lógico, deductivo, o silogístico[8].

---

[5] Confróntese con la demostración que da Euclides en “*Elementos*” I.32: “En todo triángulo, si se prolonga uno de los lados, el ángulo externo es igual a los dos ángulos internos y opuestos, y los tres ángulos internos del triángulo son iguales a dos rectos”

[6] La noción de *elemento* la precisa Aristóteles en Met 998a25: ‘‘y de las proposiciones geométricas διαγραμμάτων (diagramaton) llamamos elementos a aquellas [proposiciones] cuyas demostraciones están en las demostraciones de las otras, de todas o de la mayoría”, y en Met 1014a25: “se llama elemento, lo primero, inmanente y específicamente indivisible en otra especie, de lo que algo está compuesto” y, más adelante, “las demostraciones primeras e implícitas en más demostraciones, se llaman elementos de las demostraciones στοιχεα τῶν ἀποιδείξεων (stoikheia ton apodeixon)*”.* El título de los “*Elementos*” de Euclides conserva este significado.

[7] Véase Met 1006a27, Anal. Post. 71b26-29; 72b18-22 y en 84a30 donde dice: “si esto es cierto debe haber puntos de partida ἀρχαί (arkhai) de las demostraciones, y no puede haber ἀπόδειξις (apoideixis) de todo”.

[8] Cornford 1932, pg 49

A la luz del pensamiento matemático moderno, cabe destacar dos cuestiones que enuncia Cornford para el pensamiento matemático griego en el pasaje citado:

- El teorema, o sea el resultado que se afirma como verdadero al interior de una teoría matemática (aritmética, geometría), es algo para lo cual, en rigor, se desconoce el proceso por el cual el matemático que lo demostró, llegó a él.
- La demostración es algo que ha sido definido con perfecta claridad por la moderna lógica matemática (bivalente) y que los antiguos griegos, aunque lo tenían claro, nunca definieron: una demostración (en una teoría) es una secuencia ordenada de proposiciones verdaderas, en la cual, cada proposición o es un axioma (de la teoría) o se deduce de las anteriores por las reglas de inferencia y donde la última de las proposiciones de la secuencia es la conclusión[9.]

Hasta ahora todo parece indicar que en la actividad del matemático en general y del geómetra en particular, se dan dos direcciones, siendo una de ellas necesariamente anterior a la otra. Ciertamente, el procedimiento deductivo viene después de la fase del hallazgo del hecho, además es claro que las investigaciones, así sean meramente ejercicios de redescubrimiento, deben preceder a las demostraciones[10]. Ahora bien, es justamente esta diferenciación de direcciones lo que nos introduce en la primera cuestión sobre el pensamiento matemático de Platón: el examen del método del matemático.

Platón en Rep 510a-c expone el famoso símil de la línea como trasfondo sobre el cual enmarcará, entre otras cosas, su consideración del método con el que trabaja el matemático[11]:

> – Toma ahora una línea dividida en dos partes desiguales; divide nuevamente cada sección según la misma proporción, la del género de lo que se ve ὁρατόν (oraton) y otra la del género de lo que se intelige νοητόν (noeton), y tendrás distinta oscuridad y claridad relativas; así tenemos primeramente en el género de lo que se ve, una sección de imágenes. Llamo 'imágenes' εἰκόνας (eikonas) en primer lugar a las sombras σκινάς (skinas), luego a los reflejos en el agua y en todas las cosas que, por su constitución, son densas, lisas y brillantes, y a todo lo de esta índole. ¿Te das cuenta Glaucón?
> – Me doy cuenta.
> – Pon ahora la otra sección de la que ésta ofrece imágenes, a la que corresponden los animales que viven en nuestro derredor, así como todo lo que crece, y también el género íntegro de cosas fabricadas por el hombre.
> – Pongámoslo
> – ¿Estás dispuesto a declarar que la línea ha quedado dividida, en cuanto a su verdad y no verdad ἀληθεία τε καὶ μή (aletheia te kai me), de modo tal que lo opinable δοξαστὸν (doxaton) es a lo cognoscible γνωστόν (gnoston) como la copia es a aquello de lo que es copiado?
> – Estoy muy dispuesto.
> – Ahora examina si no hay que dividir también la sección de lo inteligible νοητοῦ (noetoü).
> – ¿De qué modo?
> – De éste. Por un lado, en la primera parte de ella, el alma ψύχή (psikhe), sirviéndose de las cosas antes imitadas como si fueran imágenes εἰκὸνας (eikonas), se ve forzada a indagar a partir de supuestos ὑπόθησεις (hipotheseis), marchando no hasta un principio ἀρχή (arkhe) sino hacia una conclusión τελειτήν (teleiten). Por otro lado, en la segunda parte, avanza hasta un principio no supuesto ἀνυπὸθηστος ἀρχή (anipothestos arkhe), partiendo de un supuesto ὑπόθησις (hiphoteseis) y sin recurrir a imágenes εἰκὸνας (eikonas), a diferencia del otro caso, efectuando el camino con ideas mismas αὐτος εἴδεσι (autois eidesi) y por medio de ideas εἰδη (eide).

En Rep 511e Platón finaliza el símil poniéndole nombre a cada una de las subsecciones de la línea:

> Y ahora aplica a estas cuatro subsecciones estas cuatro afecciones que se generan en el alma παθέματα ἐν τε ψυχή (pathemata en te phikhe); *noésis* a la suprema, *diánoia* a la segunda; a la tercera asigna *pístis* y a la cuarta *eikasía*; y ordénalas proporcionalmente ἀνὰ λόγον (ana logon), considerando que cuanto más participen de la verdad ἀληθείας μετέχειν (aletheia metexein), tanto más participan de la claridad[12].

Así pues, la línea, sus dos secciones y sus cuatro subsecciones pueden interpretarse esquemáticamente así:

νοετόν (noeton)	ὁρατόν (oraton)

νόησις (noesis)	διάνοια (dianoia)	πίστις (pistis)	εἰκασία (eikasia)

Ciertas interpretaciones del símil de la línea[13] tienden a considerar a las dos secciones y a las cuatro subsecciones de esta como pobladas por distintas clases de seres. Esto se debe principalmente a que

---

9 Cf Mendelson 1987, pg 20.
10 Platón probablemente notó que toda certeza obtenida por deducción presupone una certeza obtenida sin deducción.
11 Se ofrece el pasaje completo por considerarse central en todo lo que sigue.
12 La edición de *República* de Gredos traduce *noesis* por inteligencia, *dianoia* por pensamiento discursivo; *pistis* por creencia; y *eikasia* por conjetura.
13 Por ejemplo, la de Ross 1986 pg 69.

mientras Platón delimita bien los objetos de las divisiones de lo visible, no hace lo mismo para las divisiones de lo inteligible. Platón no dice por ninguna parte que, por ejemplo, a la sección llamada *dianoia* correspondan, como quiere Ross[14], los *objetos* de las matemáticas. Lo único que Platón dice a este respecto es que en esa primera sección de lo inteligible "el alma ψύχή (psikhe) se ve forzada a servirse de supuestos ὑπόθησεις (hipotheseis), sin avanzar hacia un principio ἀρχή (arkhe), por no poder remontarse más allá de los supuestos"[15], y, dice luego, que tal proceder es el propio de la geometría y de las artes afines (ἀδελφας τέχναις (adelphais tekhnais) –Rep 511b). Recordemos también que en Rep 510b nos decía que el alma, en esta misma sección, se ve forzada a indagar a partir de supuestos, marchando no hacia un principio sino hacia una conclusión. De esto podemos concluir, a lo sumo, que Platón se está refiriendo, no a objetos, sino al estado cognitivo o hábito mental propio de quien sabe geometría y las artes afines. Esto es, él está exponiendo una de las direcciones del método con el cual trabaja el geómetra: aquella que es como un movimiento descendente del alma que va desde unas premisas hacia una conclusión por vía deductiva.

Con esto no se quiere dar a entender que el significado de *dianoia* sea únicamente este: el asociado al estado cognoscitivo del alma del geómetra con exclusión de otros posibles significados o usos que el término pueda tener en el ámbito del pensamiento de Platón. Lo que aquí afirmamos es que el proceder del geómetra que acabamos de describir, es un ejemplo, y quizás el mejor ejemplo, que Platón pudo encontrar para representar lo que él quería dar a entender por hábito mental de los hombres que buscan el saber.

Ahora bien, a propósito del examen del método del matemático, es oportuno plantear las siguientes dos preguntas: ¿En qué consiste este método que parte de supuestos ὑπόθησεις (hipotheseis) y qué son estos supuestos? y ¿Qué nos dice Platón sobre la otra dirección del método que, habíamos dicho, debe darse?

Comencemos por la cuestión de los supuestos ὑπόθησεις (hipotheseis) del matemático. El término *hipótesis* puede tener al menos dos significados distintos al interior de la concepción platónica de las matemáticas: por un lado sirva como ejemplo Menón 87a-b, donde, a propósito de si la virtud es enseñable o no, Sócrates pide permiso para realizar una investigación vía *hipótesis*[16], a la manera del geómetra, quien al preguntarse por ejemplo, si es posible o no inscribir en forma de triángulo un área dada en un círculo dado, responde que no sabe, pero que tiene una hipótesis que puede ser útil[17]:

> Si esta superficie es tal que, al aplicarla sobre esa línea dada del círculo, le faltase una superficie igual a la que se ha aplicado, me parece que se ha de seguir un resultado, y si, por el contrario, es imposible que eso suceda, entonces se ha de seguir otro. Así pues, quiero yo hacer una hipótesis para ver que resulta acerca de la inscripción de esta superficie en el círculo, si es posible o si no lo es.

El pasaje no es fácil, pero como bien lo indica Guthrie (1992, Vol 4, pg 25): "No es necesario comprender el ejemplo para captar el método hipotético que Sócrates expone". Thomas Heath (1965, Vol 1, pg 298) afirma que este pasaje es mucho más difícil que el otro pasaje matemático del Menón donde interviene el esclavo (Menón 82a) y que ha reunido en torno a él una literatura casi comparable a la que se ha escrito a propósito del número nupcial de la República (Rep 546b-d)[18].

Según el mencionado pasaje, investigar vía hipótesis consiste en *intuir* una premisa que debe ser cierta si de ella se sigue la conclusión requerida, premisa que tan solo es un provisional punto de partida, pues está implícito, en la consideración de esta investigación, el acuerdo mutuo entre maestro y alumno para aceptar una hipótesis como útil, aunque no necesariamente como único punto de partida: un teorema se puede empezar a demostrar de muchas maneras distintas.

El otro significado del término *hypotheseis* está claramente expresado en Rep 511a inmediatamente después de la descripción inicial del símil de la línea. Dice allí Platón por boca de Sócrates:

> – Creo que sabes que los que se ocupan de geometría y de cálculo λογιστική (logistike) suponen lo impar y lo par περιττὸν καὶ τὸ ἄρτιον (periton kai to artion), las figuras σχήματα (skhemata) y las tres clases de ángulos γωνιν τριττὰ εἴδη (gonion trita eide) y cosas afines, según lo que investigan en cada caso. Como si las conocieran, las adoptan como supuestos ὑπόθησεις (hipotheseis) y de ahí en adelante no estiman que deban dar cuenta λόγος δίδοναι (logos didonai) de ellas, ni a sí mismos ni a los otros, como si fueran evidentes a cualquiera; antes bien, partiendo de ellas atraviesan el resto de modo consecuente, para concluir en aquello que proponían al examen.

---

14 Ibidem pg 70.

15 Rep 511a.

16 "Y concédeme que investiguemos si la virtud es enseñable, o cómo es, y que lo hagamos a partir de una hipótesis ἐξ ὑπόθέσεως αὐτό σκοπεἰσθαι (ex hipotheseos auto skopeisthai) y digo a partir de una hipótesis, tal como lo hacen frecuentemente los geómetras" (Fed. 86e).

17 Hugh Benson (2015) ha propuesto una nueva interpretación de lo que define como "el método de la hipótesis en Platón", el cual consiste de dos direcciones, pero su aplicación está enfocada a otras disciplinas y no tanto a las matemáticas. De otro lado, cabe resaltar la gran disparidad existente entre los académicos sobre lo que pueden ser las hipótesis en Platón, a saber, las hipótesis son definiciones (Archer-Hind); las hipótesis son proposiciones (Robinson y Annas); las hipótesis son afirmaciones de existencia (Cornford y Hardie); las hipótesis son conceptos (Crombie).

18 La interpretación completa de este pasaje es digna de abordarse en un escrito de problemas matemáticos de la antigüedad clásica griega. Sin embargo, y a pesar de que contamos con una novedosa propuesta de interpretación del pasaje, no la presentaremos en este artículo por su carácter estrictamente matemático.

> – Sí, esto lo sé.
> – Sabes, por consiguiente, que se sirven de figuras visibles ὁρωμένοις εἴδεσι (oromenois eidesi) y hacen discursos acerca de ellas, aunque no pensando en éstas sino en aquellas cosas a las cuales éstas se parecen, discurriendo διαλήγησται (dialegestai) en vista al cuadrado en sí τετραγώνου αὐτο (tetragonou autou) y a la diagonal en sí διαμέτρον αὐτῆς (diametron autes) y no en vista de la que dibujan, y así con lo demás. De las cosas mismas que configuran y dibujan hay sombras e imágenes en el agua, y de estas cosas que dibujan se sirven como imágenes εἰκὸνας (eikonas), buscando divisar aquellas cosas en sí αὐτὰ ἐκενα ἰδεν (auta ekeina idein) que no podrían divisar de otro modo con el pensamiento διάνοια (dianoia).

De este pasaje se ve clara la diferencia de la noción de *hypotheseis* con respecto a la noción expresada en el pasaje del Menón: aquí ya no se da un acuerdo mutuo entre maestro y alumno, sino la proposición de unas nociones mínimas que son consideradas como puntos de partida absolutos, o al menos así lo eran para los matemáticos de la época de Platón, aun cuando el filósofo critique este proceder, pues es notorio que el tono con el cual él se dirige hacia aquellos matemáticos es de reproche.

Por todo lo anterior, se va haciendo claro ahora en qué consiste este método que parte de supuestos: es un procedimiento que podemos llamar descendente, pues a partir de unas *hipótesis* se van haciendo deducciones, que se disponen en orden lógico (silogístico) pero sin dar cuenta de los supuestos ὑπόθησεις (hipotheseis), hasta llegar a la conclusión deseada.

3. La otra dirección del método matemático

Platón reconoce que el alma debe ser capaz de realizar un movimiento, el cual podemos calificar de ascendente, pues es un movimiento que va de la conclusión a las premisas implicadas en ella. Así que no es aventurado afirmar que Platón seguramente notó que toda certeza obtenida por deducción presupone una certeza obtenida sin deducción. Esta certeza, que es como una *"verdad anterior"*, no puede ser deducida o probada a partir de la conclusión, ella debe ser aprehendida (ἅψασθαι (apsasthai)-Rep 511b). Platón en Rep 511b habla de la otra sección de lo inteligible en el símil de la línea, aquella que recibe el nombre de *noesis* y nos dice cómo es la relación entre el correspondiente estado del alma y los supuestos ὑπόθησεις (hipotheseis):

> Comprende entonces la otra sección de lo inteligible, cuando afirmo que en ella la razón misma αὑτὸς ὁ λόγος (autos o logos) aprehende ἅπτεται (aptetai), por medio de la facultad dialéctica διαλέγεσται δυνάμει (dialegestai dinamei), y hace de los supuestos ὑπόθησεις (hipotheseis) no principios ἀρχάς (arkhas) sino realmente supuestos, que son como peldaños y trampolines hasta el principio del todo παντός ἀρχήν (pantos arkhen), que es no supuesto ἀνυποθέτου (anhipothetou), y, tras aferrarse a él, ateniéndose a las cosas que de él dependen, desciende hasta una conclusión τελευτήν (teleiten), sin servirse para nada de lo sensible αἰσθητά (aistheta), sino de ideas εἴδη (eide), a través de ideas y en dirección a ideas hasta concluir en ideas.

Este pasaje nos dice más de lo que esperábamos, por eso iremos por partes. En primer lugar, se hace clara una distinción entre el proceder *dianoetico* y el *noetico*: en el primero las hipótesis son tomadas como principios ἀρχάς (arkhas), en el segundo las hipótesis son tomadas como *hypotheseis* en el sentido etimológico de la palabra, es decir, como un medio para llegar a algo, solo que a ese algo no se llega por vía deductiva, es decir, descendente, sino por un acto de aprehensión. En segundo lugar, se menciona por primera vez en este contexto a una *dynamis*: la dialéctica διαλέγεσται δυνάμει (dialegestai dinamei), que es un medio para que la razón misma αὑτὸς ὁ λόγος (autos o logos) aprehenda ἅψασθαι (apsasthai) ese algo que también es mencionado por primera vez en este contexto: un principio de todo παντός ἀρχήν (pantos arkhen) que es un no supuesto ἀνυποθέτου (anhipothetou). Y, en tercer lugar, se menciona un movimiento del alma del que se dice claramente que *desciende* desde el principio de todo παντός ἀρχήν (pantos arkhen) hacia una conclusión y a través de ideas εἴδη (eide). Estas dos últimas cuestiones las abordaremos luego cuando consideremos el papel de la dialéctica con respecto al *"saber"* matemático, por ahora nos limitaremos a la primera cuestión, esto es, que en estos estados cognitivos representados en el símil de la línea por la sección llamada *noesis*, se da un movimiento que *no es* descendente. Aquí cabe recordar, no sin motivo, aquel pasaje del Menón 87a-b en el cual se daba la solución a un problema *"vía hipótesis"* de una manera en la cual el geómetra debía percibir directamente y sin argumentos discursivos una condición anterior -*hypotheseis*- que debería cumplirse para que la construcción deseada se diera.

Ahora bien, una tradición iniciada por Proclo ha hecho del pasaje de Platón, que venimos comentando, la fuente de la identificación entre este método no descendente y un método que se ha dado en llamar, por el mismo Proclo, *análisis*[19], que es como el que expone Aristóteles en Met 1051a24 y que presentamos anteriormente en la sección "La noción de demostración". Dice además Proclo, que Platón comunicó este método a un matemático llamado Leodamas[20] y que éste lo aplicó llegando a descubrir muchas cosas nuevas en geometría. Tomas Heath, en una afirmación histórica que consideramos discutible, anota que

---

19 Proclo: 211.19
20 Proclo: Idem.

el análisis en el sentido de la reducción de un teorema por demostrar o un problema por resolver, hasta sus *elementos* mínimos, como lo hace Aristóteles en el ejemplo que vimos, era un procedimiento frecuentemente utilizado en las primeras investigaciones matemáticas anteriores a Platón y que, por lo tanto, es difícil saber en qué consistía el presunto descubrimiento de Platón del cual habla Proclo.

De otro lado, dice Heath, que el lenguaje de Proclo sugiere que lo que él [Proclo] tenía en mente era el método filosófico descrito en el pasaje de la *República* 511b, el cual, no se refiere al análisis matemático en absoluto, y que por lo tanto la idea de que Platón descubrió el método del análisis se debe más bien a una incomprensión. Sin embargo, dice Heath:

> El análisis y la síntesis, que se siguen el uno al otro, están relacionados de la misma manera que la progresión ascendente y descendente en el método intelectual del dialéctico. Se ha sugerido, por tanto, que el logro de Platón fue observar la importancia, desde el punto de vista del rigor lógico, de la síntesis confirmatoria que sigue al análisis[21]

Aquí entiende Heath por movimientos ascendente y descendente, propios de lo que él llama *"el método intelectual del dialéctico"*, justamente aquellos dos movimientos que reconocimos en la lectura del pasaje de Rep 511b, el primero de los cuales reconocimos como *"no descendente"* y que podemos llamarlo *"ascendente".* Además, entiende por análisis y síntesis, nombres debidos a Proclo, los dos movimientos que debe realizar el matemático, léase geómetra, para obtener resultados positivos al interior de su disciplina, bien sea en la solución de un problema o en la demostración de un teorema. El análisis sería el movimiento por el cual el geómetra *intuye* la condición o condiciones mínimas que se deben cumplir para que el problema tenga solución, como en Menón 87a-b, o aquel por el cual se reconocen los elementos mínimos para que una proposición sea teorema, como en Met 1051a24; la síntesis sería el movimiento por el cual el geómetra dispone la prueba en orden lógico, deductivo o silogístico partiendo de unas condiciones mínimas, *hipótesis o elementos*, hasta llegar a una conclusión. Así pues, lo que Proclo llama análisis puede ser llamado método ascendente y lo que llama síntesis método descendente.

Sin lugar a dudas Platón no fue el inventor del método llamado *ascendente*, sin embargo, es altamente probable que fuera el primero en reflexionar sobre el proceso de pensamiento involucrado en él, y pudo haber sido el primero en reconocer como distintos los dos movimientos involucrados en la solución de un problema geométrico o en la demostración de un teorema.

Ahora bien, se puede asociar la *noesis* con el movimiento ascendente de la intuición, y la *dianoia* con el movimiento descendente de la razón en la argumentación deductiva. En efecto, puesto que Platón asigna la experiencia intelectual llamada *noesis*, donde se introduce este movimiento que llamamos ascendente, parece justificable afirmar que la intuición usada en este movimiento del pensamiento es uno de los significados de *noesis.* Y por razones similares se puede afirmar que el razonamiento deductivo característico del procedimiento matemático es uno de los significados de *dianoia.* Ciertamente es difícil exhibir un pasaje en la obra de Platón donde *dianoia* y *noesis* tengan los sentidos aquí indicados, con exclusión de sus usos más generales. Pero el hecho de haber reconocido claramente el movimiento del pensamiento geométrico desde las conclusiones y hacia las premisas como un acto ascendente, es algo que apoya fuertemente esta consideración terminológica.

Sin embargo, es necesario aclarar que ni la *intuición* asociada a la *noesis*, ni el razonamiento deductivo asociado a la *dianoia* están limitados a los objetos de las matemáticas, pues ambos movimientos del pensamiento, el ascendente y el descendente, son empleados tanto en el campo de las matemáticas como en el campo de las ideas morales, aunque el procedimiento no sea necesariamente el mismo en ambos[22].

En este momento es oportuno mencionar que esta otra dirección del método matemático que etiquetamos con el término "ascendente", ha sido poco estudiada y explorada por matemáticos profesionales, mas no así por pedagogos, para quienes es un tema de máxima importancia en la enseñanza de las matemáticas básicas[23]. Del lado de las matemáticas intermedias o avanzadas, no se encuentran muchos trabajos dedicados a la exposición y uso de esta dirección del método, y ni qué decir de los programas de enseñanza de las matemáticas a nivel universitario, donde esta otra forma de pensar las matemáticas es muy escaza. La lista de matemáticos que han publicado obras expresamente dedicadas a esta dirección del método matemático a partir del siglo XVIII no es muy grande. En este punto consideramos adecuado mencionar a algunos de los más destacados.

En primer lugar, el matemático suizo Leonard Euler (1707-1783), quien en su voluminosa y amplia obra publicó varios trabajos en los cuales demostraba al lector cómo había razonado para llegar a sus resultados (método ascendente) y luego presentaba una prueba clásica de los mismos (método descendente). En segundo lugar, el matemático húngaro George Polya (1887-1985) quien, inspirado en Euler, publicó al menos cinco obras donde identificaba métodos sistemáticos para resolver problemas matemáticos y

21 Heath: 1965 volumen 1, pg 291.
22 Para esta cuestión véase Crombie 1979, Vol 2, pg 530 y sucesivas.
23 Schoenfield (1987)

fortalecer el descubrimiento y la invención en matemáticas para estudiantes, profesores e investigadores[24]. Recientemente, el matemático norteamericano Harvey Friedman, quien es considerado el fundador del proyecto "Reverse Mathematics", el cual es un programa orientado hacia la Lógica Matemática, que busca ir hacia atrás, desde los teoremas hacia los axiomas. En este proyecto, Friedman es acompañado por otros matemáticos como Steve Simpson, y John Stillwell. Este último en 2018 publicó la obra "Reverse mathematics: proofs from the inside out" en la cual, siguiendo el espíritu del programa, explora el concepto de prueba en la dirección opuesta a la normal: "En lugar de buscar las consecuencias de los axiomas dados, se buscan los axiomas necesarios para probar los teoremas dados"[25].

La afirmación histórica planteada líneas más arriba por Thomas Heath, sobre que Platón no descubrió el método del cual habla Proclo, es discutible pues está apoyada en fuentes muy débiles. Sin embargo, y sin ánimo de entrar a debatir sobre el particular, consideramos como un gran mérito de Platón, que en los albores del pensamiento matemático, hubiera destacado con tanto énfasis esta otra dirección del método matemático, cuando la mayoría de los científicos griegos de la antigüedad, posiblemente desde Tales de Mileto y con seguridad hasta Euclides, sólo consideraban el método axiomático deductivo (descendente) como el único digno de ser presentado y divulgado por los futuros matemáticos a la hora de exponer sus resultados.

4. El método del dialéctico

Ahora, para determinar cuál era el alcance respecto del saber νούς (nous) que tenía para Platón el pensamiento matemático asociado a este método, es necesario contrastar dicho método con aquel otro propuesto por el filósofo y del cual ya hemos dado aquí indicios: el dialéctico. ¿En qué consiste este otro método y cuáles son sus alcances respecto del saber? y ¿cuál es la relación que se da entre matemáticas y dialéctica? Estas son las dos cuestiones que se tratarán a continuación.

Recordemos que el pasaje de Rep 511b se mencionaba por primera vez en el contexto que nos ocupa, a la facultad dialéctica διαλέγεσθαι δυνάμει (dialegesthai dinamei) y se decía de ella que hace de los supuestos ὑπόθησεις (hipotheseis) no principios ἀρχάς (arkhas) sino realmente supuestos, que son como peldaños y trampolines hasta el principio de todo παντός ἀρχήν (pantos arkhen), que es un "no supuesto" ἀνυποθέτου (anhipothetou). Aquí es donde empieza a perfilarse el significado de *dialéctica* en este contexto: para comenzar, es como una *dynamis* que, a diferencia del pensamiento matemático, es capaz de distinguir entre *hipótesis* y *principios*, ἀρχάς (arkhas).

Ahora bien, en el pasaje inmediatamente siguiente Platón confronta directamente las actividades de la dialéctica y de las matemáticas:

> "Comprendo [dice Glaucón a Sócrates], aunque no suficientemente, ya que creo que tienes en mente una tarea enorme: quieres distinguir lo que de lo real e inteligible τοῦ ὄντος τε καὶ νοητοῦ (tou ontos te kai noetou) es estudiado por la ciencia dialéctica διαλέγεσθαι ἐπιστήμης (dealegesthai epistemes), estableciendo que es más claro que lo estudiado por las llamadas artes τεχνῶν (tekhnon), para las cuales los supuestos ὑπόθησεις (hipotheseis) son principios ἀρχάς (arkhas). Y los que los estudian se ven forzados a estudiarlos por medio del pensamiento discursivo διάνοια (dianoia), aunque no por los sentidos αἰσθητά (aistheta). Pero a raíz de no hacer un examen avanzado hacia un principio ἀρχή (arkhe) sino a partir de supuestos ὑπόθησεις (hipotheseis), te parece que no poseen inteligencia νόησις (noesis) acerca de ellos, aunque sean inteligibles junto a un principio. Y creo que llamas pensamiento discursivo διάνοια (dianoia) al estado mental ἕξις (exis) de los geómetras y similares, pero no inteligencia νόησις (noesis); como si el pensamiento discursivo διάνοια (dianoia) fuera algo intermedio μεταξύ (metaxi) entre la opinión δόξα (doxa) y la inteligencia νόησις (noesis)*".*

Esta última afirmación de que la *dianoia* parece ser algo intermedio μεταξύ (metaxi) entre la *doxa* y la *noesis* dio lugar a que un autor como Aristóteles afirmara que los objetos de las matemáticas, los cuales él probablemente consideraba como los objetos propios de la *dianoia*[26], eran intermedios μεταξύ (metaxi) entre los objetos de la *noesis* y de la *doxa*, esto es, entre las *formas o ideas* y los *particulares sensibles*.

Volviendo a la cuestión de la dialéctica, el pasaje es suficientemente claro: la dialéctica es una ciencia ἐπστημή (episteme) que conoce mejor, más claro, a los objetos que son estudiados por las artes matemáticas (λογιοτική, (logistike) γεωμετρική (geometrike), etc.), pues estas artes asumen, descuidadamente, lo que tan solo son supuestos como si fueran principios, y por lo tanto no se preocupan de remontarse por encima de ellos para explicarlos a partir de algo anterior, antes bien, los asumen como evidentes para todo el mundo. En suma, no hacen, a diferencia de la dialéctica, un examen de ellos que avance hacia un principio

24 Polya (1944, 1954)

25 Stillwell, J (2018).

26 El hecho de que las alegorías del sol, de la línea y de la caverna, sean presentadas una inmediatamente después de la otra, así como el que las tres contengan una comparación del ámbito visible con el ámbito inteligible, hacen que se las considere a todas bajo el mismo enfoque, e inducen a considerar el símil de la línea como referido primordialmente a objetos o entidades metafísicas, en lugar de referida a formas del conocimiento.

no hipotético ἀνυπόθητος ἀρχήν (anhipothetus arkhen)[27]: tarea necesaria que, por lo tanto, corresponde a la dialéctica.

Recordemos que nuestro propósito es determinar en qué consiste el método dialéctico y establecer cuál es la relación entre dialéctica y matemáticas. De lo que acabamos de decir, por lo tanto, no se debe concluir que la dialéctica tiene como principal objeto de estudio aquello que es también objeto de estudio de las matemáticas. El sentido de la dialéctica no se agota en el contexto de la *República*, a pesar de que Platón llega a caracterizar con cierta claridad, en este diálogo, al método dialéctico[28].

La mejor caracterización de lo que se entiende por dialéctica, en el contexto que nos ocupa, se encuentra en 531d-535a. No obstante, siendo justos, hay que decir que el intento de Platón al tratar de describir los caminos ascendente y descendente que componen al método dialéctico, carece de detalle y plantea muchos interrogantes. Él mismo advierte en muchas ocasiones que una descripción adecuada de estas descripciones excedería su propia capacidad[29]. Así por ejemplo en 532e, donde Glaucón le pide a Sócrates:

> Dime cual es el modo del poder dialéctico διαλέγεσθαι δυνάμει (dialegesthai dinamei), en qué clases se dividen y cuáles son sus caminos. Pues me parece que se trata de caminos que conducen hacia el punto llegados al cual estaremos, como al fin de la travesía, en reposo.
> – Es que ya no serás capaz de seguirme, mi querido Glaucón. No es que yo deje de mi parte nada de buena voluntad, pero no sería ya una alegoría como antes lo que verías, sino la verdad misma αὐτὸ τὸ ἀληθές (auto to alethes), o al menos lo que me parece ser esta.

Así pues, lo que podemos decir de la dialéctica considerada en sí misma, en este contexto, es más bien poco, pero si colocamos el *saber* del matemático como horizonte sobre el cual se destaca el *saber* del dialéctico, entonces es posible que podamos avanzar un poco más.

A continuación, aclararemos cuales son los alcances respecto del saber de cada método y a su vez cómo están relacionadas estas formas del conocer llamadas matemáticas y dialéctica.

Se puede decir que el método dialéctico comporta dos movimientos llamados uno ascendente y el otro descendente. De forma análoga, el método matemático comporta dos movimientos los cuales han sido llamados, desde Proclo, análisis y síntesis. Consecuentemente, en el símil de la línea a las secciones llamadas *dianoia* (donde se trata con objetos matemáticos) y *noesis* (donde se trata con ideas, las cuales pueden ser también objetos matemáticos) se las puede entender como representando cada una de ellas un estado cognitivo, los cuales a su vez comportan dos movimientos[30]:

I. *dianoia*: en el movimiento ascendente el alma busca las condiciones mínimas, *hipótesis* o *elementos*, para resolver un problema o demostrar un teorema geométrico. En el otro movimiento, el descendente, el alma coloca los pasos para la solución del problema o la demostración del teorema en orden lógico deductivo o silogístico a partir de las *hipótesis* o *elementos* que encontró en el movimiento anterior.

II. *noesis*: en el movimiento ascendente el alma busca un principio único no hipotético. En el movimiento descendente el alma trata de derivar, a partir de este primer principio, todas las ideas, entre las cuales se encuentran también las ideas matemáticas.

Platón en Eutidemo 290b-c31 comparaba la actividad del matemático con la del cazador, pues ambos buscan lo que ya existe, y una vez lo han atrapado no saben que uso hacer de él, de manera que el cazador ha de entregar sus presas al cocinero y por su parte el matemático debe entregar las suyas al dialéctico.

Probablemente para Platón exista una tarea necesaria de complementación para el saber matemático, tarea que claramente no puede ser realizada por el matemático mismo, sino por alguien que, en la escala del saber, está por encima de éste: el dialéctico. ¿En qué consiste esta tarea? En el contexto del Eutidemo solo podemos conjeturarlo: parece tratarse de una tarea de fundamentación, es decir, una labor que le dé

---

27 Sobre este principio no hipotético hay dos buenos trabajos debidos a Baltzly (1996) y Bailey (2006).

28 "– Veamos Glaucón: ¿No es esta la melodía que ejecuta la dialéctica? Aunque sea inteligible νοητὸν (noeton), es imitada por el poder de la vista cuando, como hemos dicho, ensaya mirar primeramente a los seres vivos y luego a los astros, y por fin al sol mismo. Del mismo modo cuando se intenta por la dialéctica llegar a lo que es en sí cada cosa, sin sensación alguna y por medio de la razón λόγος (logos), y sin detenerse antes de captar por la inteligencia misma αὐτῇ νοήσει (aute noesei) lo que es el Bien mismo αὐτὸ ὅ ἔστιν ἀγαθόν (auto o estin agathon) llega al término de lo inteligible como aquel prisionero al término de lo visible.
– Enteramente de acuerdo.
– Y bien. ¿No es esta marcha lo que denominas dialéctica?
– Sin duda" (Rep 532a-b)."

29 Rep 506c-e, 509c, 517b, 533a.

30 Aun cuando Platón al ilustrar en el símil de la línea a la sección llamada *dianoia*, sólo habla de objetos matemáticos, no se puede asegurar categóricamente como hace Ross que las ideas propias de la *dianoia* sean los objetos matemáticos y los de la *noesis* sean las demás Ideas.

31 "-Ninguna de las artes relativa a la caza va más allá de cazar o capturar, y una vez la gente ha capturado lo que era objeto de su caza no sabe qué uso hacer de él. Tanto es así que los cazadores y pescadores entregan sus presas a los cocineros, y a su vez, los geómetras, astrónomos y maestros de cálculo –pues también ellos son cazadores, ya que, en efecto, no producen sus figuras, sino que se limitan a encontrar las que ya existen-, como tampoco saben qué uso hacer de ellas, sino solo cazarlas, entregan lo que han hallado a los dialécticos para que lo utilicen. Por lo menos así proceden quienes, de entre estos últimos, no han perdido por completo la cabeza".

estatus ontológico a los objetos de las matemáticas. En el contexto de *La República* esta tarea consiste en: “hacer de los supuestos ὑπόθησεις (hipótesis) no principios ἀρχάς (arkhas) sino realmente supuestos, que son como peldaños y trampolines hasta el principio de todo παντός ἀρχήν (pantos arkhen) que es un no supuesto ἀνυποθέτου (anhipothetu)” (Rep 511b).

En efecto, el matemático quiere hacer pasar por principios ἀρχάς (arkhas) lo que tan solo son supuestos ὑπόθησεις (hipotheseis), pues quienes se ocupan de geometría y de *logistike* suponen ὑποθήσται (hipothestai) lo par y lo impar, las figuras y las tres clases de ángulos como si se tratara de puntos de partida absolutos, ya que consideran que no debe darse cuenta λόγος δίδοναι (logos didonai), puesto que afirman que son evidentes para todo el mundo.

Es posible que Platón pensara que la tarea de la dialéctica con respecto a las matemáticas consistiera en elevar a estas últimas de su mera condición de arte τεχνή (tekhne) a la condición de ciencia ἐπιστήμη (episteme) mediante el examen de las *hipótesis*, ya que mientras esto no se haga, la geometría y las demás artes que la acompañan -*logistike*, geometría sólida, astronomía matemática y armonía matemática- tan solo:

> nos harán ver lo que es como en sueños, pero es imposible ver con ellas en estado de vigilia; mientras se sirven de supuestos ὑπόθησεις (hipotheseis), dejándolos inamovibles, no pueden dar cuenta λόγος δίδοναι (logos didonai) de ellos. Pues bien, si no conocen el principio ἀρχή (arkhe) y anudan la conclusión y los pasos intermedios a algo que no conocen ¿Qué artificio convertirá semejante encadenamiento en ciencia ἐπιστήμη (episteme)?
> – Ninguno [responde Glaucón].
> – Por consiguiente, el método dialéctico ἡ διαλεκτική μέθοδος (he dialectike methodos) es el único que marcha, cancelando los supuestos τάς ὑποθέσεις ἀναιροσα (tas hipotheseis anairousa), hasta el principio mismo αὐτὴν τὴν ἀρχήν (auten ten arkhen), a fin de consolidarse allí. Y dicho método empuja poco a poco el ojo del alma, cuando está sumergido realmente en el fango de la ignorancia, y lo eleva a las alturas, utilizando como asistentes y auxiliares para esta conversión a las artes τεχνῶν (tekhnon) que antes hemos descrito. A éstas muchas veces las hemos llamado ciencias ἐπιστήμας (epistemas) por costumbre, pero habría que darles un nombre más claro que el de opinión δόξα (doxa), pero más oscuro que el de ciencia ἐπιστήμη (episteme). En lo dicho anteriormente lo hemos diferenciado como pensamiento discursivo διάνοια (dianoia), pero no es cosa de disputar acerca del nombre en materias tales como las que se presentan a examen.

Esta posición radical frente al quehacer matemático podría ser interpretada como una propuesta de fundamentación de las matemáticas. Sin embargo, no existe evidencia y no hay certeza de que Platón esté aquí proponiendo una tal reforma. Lo que aquí afirma Platón es simplemente que es propio de las matemáticas quedarse cortas frente a la dialéctica, la cual efectivamente tiene entre sus tareas el examen de las hipótesis con las que el matemático trabaja.

Esta situación de inferioridad para la labor del matemático se pone en evidencia en Menón 82b-85b, cuando el esclavo, al ser interrogado, al principio produce creencias falsas sobre la solución al problema de la duplicación del área de un cuadrado y luego creencias ciertas, lo cual, evidentemente, no puede ser conocimiento, hasta tanto el esclavo no haya aprehendido la necesidad lógica de la prueba completa. Aunque, ni aun así, pues el esclavo y su guía, Sócrates, han estado reflexionando en última instancia sobre supuestos, por ejemplo, que por dos puntos pasa una única línea recta, esto es, la diagonal del cuadrado, supuesto del cual no se está dando cuenta λόγος δίδοναι (logos didonai)[32]. La comprensión intelectual de una pieza coherente, pero aislada, el razonamiento deductivo es tan solo *dianoia.* El esclavo, y, aún Sócrates, no accederán al conocimiento genuino νούς (nous) hasta que no asciendan a la aprehensión intuitiva del principio indemostrable de la totalidad de su ciencia. Aquí Platón entiende por νούς (nous) la visión perfectamente clara, o la aprehensión inconmovible de la estructura completa de la verdad matemática.

Que las matemáticas en su actual condición más bien parecen soñar con lo que es y que por lo tanto no merecen el nombre de ciencias ἐπιστήμας (epistemas), es algo que sugiere que para Platón las matemáticas eran una disciplina que requería ser fundamentada y la ciencia a realizar tal fundamentación no es otra que la dialéctica, cuyo método “es el único que marcha cancelando los supuestos τάς ὑποθέσεις ἀναιροσα (tas hipotheseis anairousa), hasta el principio mismo a fin de consolidarse allí” (533c-d).

Ahora bien, si podemos decir que este plan, en la mente de Platón, era un proyecto que él había considerado seriamente, entonces, este proyecto de lograr la unidad de las ciencias mediante el método dialéctico de investigación por superación sistemática de las hipótesis hasta llegar a un principio único para toda la deducción matemática, es un proyecto científico extraordinariamente ambicioso. Platón siempre habla de un único principio a la cabeza de la estructura completa, no de una colección de conceptos primitivos. La tarea de la investigación dialéctica es regresar, no solo a la hipótesis genuina de cada rama (aritmética, geometría, etc.), sino al principio único de toda deducción matemática y de este modo *superar*[33] la colección indefinida de suposiciones no probadas que se encuentren en uso. La verdad básica

[32] Como si ocurre, por ejemplo, con las *hypóthesis* de lo par y lo impar, para las cuales Platón en un diálogo posterior –Parménides 143a-144a– intentará dar cuenta (λόγος δίδοναι) de ellas, a partir de la aceptación de la existencia del uno (εἰ ἕν ἐστί).

[33] Para Platón *“superar las hipótesis”* τάς ὑποθέσεις ἀναιροσα (tas hipotheseis anairousa) significa, según nuestra interpretación (confróntese Crombie, op cit, pg 547) que se puede dar cuenta λόγος δίδοναι (logos didonai) de las hipótesis a partir de otras, que a su

única ἀρχή (arkhe) no descansa sobre hipótesis, pero será conocida intuitivamente con perfecta claridad y con certeza inconmovible.

Esta interpretación de la tarea de la dialéctica frente a las matemáticas como una super-disciplina que debe fundamentar a una sub-disciplina a partir de un "primer principio no hipotético", a pesar de ser muy atractiva, adolece de debilidades tan grandes que puede ser insostenible. En primer lugar, aunque sabemos por Proclo que en la época de Platón circulaban unos "Elementos de Geometría", es improbable que tal obra tuviera la estructura de sistema deductivo que sí tenían los "Elementos" de Euclides. Los "Elementos" deben en buena medida a Aristóteles su estructura de definiciones, nociones comunes, postulados y teoremas; de ahí que sea altamente improbable que Platón estuviera proyectando fundamentar una disciplina que aún no había sido estructurada como sistema deductivo. En segundo lugar, todos los pasajes de la República que hablan del "primer principio no hipotético" sugieren que este primer principio es la "Forma del Bien" y no está claro cómo se puede deducir proposiciones matemáticas de un principio ético.

Algunos autores han defendido la tesis según la cual el estudio de las matemáticas propuesto por Platón en la República como exigencia previa al estudio de la dialéctica por los guardianes es una manera de comprender la Forma o Idea del Bien (Burnyeat y Huffman), porque el estudio de las matemáticas es una parte constitutiva del entendimiento ético[34].

Otros autores como Julia Annas consideran que el estudio de las matemáticas propuesto por Platón en la República incentiva a la mente en el razonamiento abstracto no empírico y por tanto Platón está interesado no en producir expertos en estos temas, sino en producir personas acostumbradas al razonamiento a-priori sobre estas materias[35].

Sin entrar a participar en este debate sobre la particular relación entre matemáticas y dialéctica para la formación de los guardianes, lo que podemos concluir es la intención permanente de Platón de presentar a la dialéctica como una disciplina superior a las matemáticas, tanto en esta prescripción de estudios matemáticos previos al estudio de la dialéctica, como en su valoración del quehacer del matemático frente al quehacer del dialéctico.

Como bien dice Julia Annas[36], sabemos que el método filosófico en Platón está en gran deuda con lo que él sabía de geometría. Para Platón la geometría fue el único modelo de ciencia en el cual se puede alcanzar el entendimiento de un sistema completo organizado racionalmente. Por lo anterior, es posible pensar que los métodos ascendente y descendente que Platón reconoció en el pensamiento Matemático inspiraron en él los métodos ascendente y descendente para su dialéctica, métodos estos últimos que no expuso con toda la claridad con la que expuso los primeros. Platón reconoció a los objetos de las matemáticas (números, figuras geométricas, entre otros) como objetos únicos y excepcionalmente exentos de cambio[37]. Los objetos de las matemáticas solo pueden ser aprehendidos por medio del pensamiento y sus propiedades encontradas por el método ascendente y establecidas como universales y necesarias por el método descendente.

Es plausible pensar que Platón vio en el pensamiento matemático el lugar más firme y estable en el que nos podemos apoyar en medio de un mundo de abigarrada multiplicidad y caótico cambio. Quizás esa tierra estable fuese para Platón el Bien supremo al que los amantes de la sabiduría deben aspirar.

5. Referencias bibliográficas

Annas, J. (1981): *An Introduction to Plato's Republic*. Oxford University Press.

Archer-Hind, R. D. (1973): *The Phaedo of Plato*. 2a ed. 1894. Reprint, New York: Arno Press.

Aristóteles (1970): *Metafísica*. Traducción: Valentín García Yebra, Edición trilingüe, Madrid: Gredos.

Aristóteles (1989): *Posterior Analytics*. Cambridge: Harvard University Press Classical Loeb.

Bailey, D. T. J. (2006): *Plato and Aristotle on the Unhypothetical*. Oxford Studies in Ancient Philosophy. Oxford University Press, pg 101-126.

Baltzly, D. C. (1996): *To an Unhypothetical First Principle in Plato's republic*. History of Philosophy Quarterly. Volumen 13(2), pg 149-165.

vez serán luego superadas, que son anteriores y superiores a aquellas. Para la lógica moderna "suprimir" una hipótesis (axioma) es, o bien, demostrar que se deduce de los otros axiomas de la teoría y que por tanto es innecesaria, o bien, mostrar que introduce contradicciones en la teoría, y que por tanto, es incorrecto. Como le ocurrió a Frege cuando introdujo en sus *"Fundamentos de la Aritmética"* el famoso "axioma de separación", el cual, demostró Bertrand Russell en 1902, que introducía contradicciones en la matemática (confróntese Mosterín 1980, pg 7).

34 Burnyeat (2000), pg 6.

35 Annas, J (1981), pg 273.

36 Annas, J (1981), pg 289.

37 Chica, V, et al, (2017)

Benson, H. H. (2015): *Clitophon'n Challenge. Dialectic in Plato's Meno, Phaedo, and Republic*. Oxford University Press.
Bourbaki (1970): Elements of Mathematics. Theory of Sets. (Originally published as Elements de Mathematique. Theory des Ensembles. Paris 1970). Translated into English by Springer Verlag. Berlin. 2004.
Burnyeat, M. F. (2000): *Plato on Why Mathematics is Good for the Soul*. Mathematics and Necessity. Oxford University Press, pg 1-81.
Chemla, Karine, Ed. (2012): The History of Mathematical Proof in Ancient Traditions. Cambridge University Press.
Cherniss, H. (1951): *Plato as Mathematician*. Review of Metaphysics, (4): 395- 425.
Chica, V.; Echeverri, L.; Zarrazola, E. (2017) *Objetos Matemáticos Sensibles y Objetos Matemáticos Inteligibles*. Estudios de Filosofía. Volumen 55(1), pg 187-205.
Cornford, F. M. (1932): *Mathematics and Dialectic in Republic VI-VII*. Mind, vol 41, pg 37-52.
Crombie, I. M. (1962): *An Examination of Plato's Doctrines*. 2 Volúmenes. London: Routledge & Kegan Paul.
Euclides (1969): *The Thirteen Books of the Elements.* Translation into English by Thomas L. Heath, (3 volumes), New York: Dover.
Euclides (1991): *Elementos*, Traducción: María Luisa Puertas, Madrid, Gredos.
Guthrie, W. (1977): *A History of Greek Philosophy*. (Vol. 5). Inglaterra: University of Cambridge.
Hardie, W. F. R. (1936): *A Study in Plato*. Oxford: Clarendon Press.
Heath, T. L. (1965): *A History of Greek Mathematics.* London: Oxford University Press.
Heath, T. L. (1963): *A Manual of Greek Mathematics*. New York: Dover.
Platón (1992): *Diálogos*. Volúmenes I-VI, Madrid: Gredos.
Platón (1994): *Republic, Parmenides, Meno, Phaedo, Philebus.* Cambridge: Harvard University Press.
Polya, G. (1944): *How to solve it*. Princeton University Press
Polya, G. (1954): *Mathematics and Plausible Reasoning*. Princeton University Press.
Proclo (1970): *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*. Princeton: University Press.
Robinson, R. (1953): *Plato's Earlier Dialectic*. 2a edición. Oxford: Clarendon Press.
Ross, D. (1986): *La teoría de las ideas de Platón*. España: Catedra.
Schoenfield, A. (1987): *Polya Problem Solving and Education*. Mathematics Magazine. Volumen 60(5).
Stillwell, J. (2018): *Reverse Mathematics: Proofs on the Inside Out*. Princeton University Press.