

Revista de Filosofía

ISSN: 0034-8244

https://dx.doi.org/10.5209/resf.66900



Análisis de la relación entre el continuo intuitivo y el matemático en Das Kontinuum

Víctor González Rojo1

Recibido: 6 de diciembre de 2019 / Aceptado: 5 de abril de 2020

Resumen. En este artículo pretendo discutir la conclusión a la que llega Weyl en su libro *El continuo* sobre la relación entre el continuo intuitivo y el matemático. Esto me sirve a su vez para analizar más profundamente estas dos nociones, y postular la propiedad de ausencia de espacios vacíos [*Lückenlosigkeit*] como fundamento del continuo intuitivo y, en consecuencia, del matemático. Propongo además una alternativa idealista para el tratamiento del problema del continuo.

Palabras clave: continuo; fenomenología; predicativismo, Lückenlosigkeit; intuición.

[en] Analysis of the relationship between intuitive and mathematical continuum in *Das Kontinuum*

Abstract. In this paper I discuss the conclusion reached by Weyl in his book *The continuum*, dealing with the relation between mathematical and intuitive continuum. This helps me to analyze more deeply these ideas and to suggest the property of gaplessness [*Lückenlosigkeit*] as grounds for the intuitive continuum, and therefore for the mathematical one. Bearing this in mind, I will propose an alternative based on classic idealism to deal with the continuum problem.

Keywords: continuum; phenomenology; predicativism; *Lückenlosigkeit*; intuition.

Sumario: 1. Introducción; 2. Perspectiva matemática; 3. Idea de continuidad en *El continuo*; 3.1 Imposibilidad de la correspondencia entre continuos; 3.2 Conclusiones de Weyl; 4. Crítica a la idea de continuo en *El Continuo*; 4.1. *Lückenlosigkeit* como caracterización del continuo; 4.2. El sujeto ideal como fundamento; 5. Conclusiones; 6. Referencias bibliográficas.

Cómo citar: González Rojo, V. (2021): "Análisis de la relación entre el continuo intuitivo y el matemático en *Das Kontinuum*", en *Revista de Filosofia* 46 (2), 255-270.

_

UNED vgonzalez677@alumno.uned.es

1. Introducción

En el libro *El continuo: Investigaciones críticas sobre los fundamentos del análisis*² [*Das Kontinuum: Kritische Untersuchungen über die Grundlagen der Analysis*] se analizan dos concepciones de continuo: la intuitiva y la matemática. Weyl se propone investigar "las relaciones entre lo dado (intuitivamente) de forma inmediata y los conceptos formales (de la esfera matemática)" (Weyl, 1918, Pref., p. IV) en relación con la idea de continuo.

La concepción *intuitiva* es considerada desde un punto de vista fenomenológico; la *matemática* la desarrolla partiendo de la tesis de que el análisis clásico contiene un círculo vicioso [circulus vitiosus der Analysis], lo cual invalida algunos de sus resultados y obliga a buscar vías más seguras ["sustituir el suelo poco firme por cimientos de solidez más fiable" (Weyl, 1918, Pref., p. I)] para escapar de las dificultades que se presentan al considerar definiciones de conceptos matemáticos fundamentales como el concepto de número real o el de supremo de un conjunto de números reales.

En *El continuo* se critica la concepción Cantor-Dedekind del análisis basada en, por un lado, la perspectiva conjuntista iniciada por Cantor –posteriormente desarrollada por Zermelo– que cristalizará en la teoría axiomática de conjuntos; y por otro, la construcción de los números reales propuesta por Dedekind³.

La solución de Weyl se conoce hoy como "predicativismo dado (o módulo) los números naturales". Posición respecto de los fundamentos de la matemática que admite el conjunto de los naturales como totalidad intuitivamente dada, y que pretende, a partir de ellos, construir los números racionales y los reales.

En cuanto a la idea de continuo intuitivo⁴ desarrollada en el libro, Weyl tiene sobre todo como guía a Husserl⁵. Aunque considera el continuo intuitivo espacio-temporal, se centra fundamentalmente en el tiempo al llevar a cabo su estudio fenomenológico y su relación con el análisis matemático (Weyl, 1918, p. 67).

Nuestra hipótesis de trabajo será entonces la de que Weyl concibe la intuición del continuo temporal como la describe Husserl⁶, a saber: la forma de una corriente de experiencias [*Erlebnisstrom*], donde cada durar [*Dauern*] de la experiencia "se integra en un continuo sin fin de duraciones" (Husserl, 1913, p. 163).

Frente a la concepción que podríamos llamar, fenomenológico-predicativista de Weyl, propondremos la idealista⁷, pues pretendemos mostrar en qué medida es posible cerrar el "abismo" [Kluft] que según el matemático separa a estas dos

Un profundo análisis de *El continuo*, así como de su relación con otras corrientes fundacionales de la matemática, además de posibles formalizaciones, se encuentra en Feferman (1998, pp. 249-283).

Fundamentalemente en *Stetigkeit und irrationale Zahlen*. En esta construcción intervienen elementos conjuntistas, geométricos y aritméticos. Cf. Feferman (2009) p. 180.

Cita los capítulos 81 y 82 de 'Ideen' donde el filósofo trata del problema de la naturaleza del tiempo. Cf. Weyl (1918), p. 70.

Chevalley y Weil escriben –citando a Weyl– cómo el interés despertado por Husserl en el joven Weyl, su transición desde el positivismo ("Mon tranquille positivisme fut ébranlé") a la fenomenología proviene de que la que sería su mujer estudió con el filósofo en Göttingen. Cf. Chevalley, Weil (1957), pp. 157-158.

Sobre cómo Weyl *interpreta* el continuo intuitivo temporal cf. Da Silva (1997), Tieszen (2000), Van Atten, van Dalen, Tieszen (2001).

Fundamentada en Kant, y sobre todo en Schopenhauer. Hay que decir no obstante, que el propio Weyl se interesó por el idealismo, aunque en su caso por el de raíz fichteana, debido a su contacto con Fritz Medicus en la ETH de Zürich. Cf. Sieroka (2010) y (2007).

concepciones de continuo. Para ello fundamentamos nuestra crítica en que no es posible concebir el continuo matemático como independiente del intuitivo en tanto que el paso conceptual viene a estar sustentado en la tesis idealista de que 'no existe sujeto sin objeto' (y asimismo la recíproca). Y que es por tanto en el sujeto, al ser lo inextirpable en la experiencia –al que se refiere al cabo *la durée* bergsoniana (Weyl, 1918, p. 68) entendida como continuidad temporal–, donde se fundamenta la percepción intuitiva de continuidad temporal.

La matemática formula esta idea usando del par conceptual indisociable puntolínea de origen geométrico, cuya aritmetización da cuenta el concepto de número real, el cual, junto con el de número racional y las propiedades de densidad y de ausencia de espacios vacíos [*Lückenlosigkeit*], expresada en el axioma de Cantor-Dedekind⁸, caracterizan al continuo matemático.

En el apartado 2 tratamos el punto de vista matemático que adopta Weyl al iniciar su estudio del continuo. En el 3 discutimos la relación entre el continuo matemático predicativista y el intuitivo considerado fenomenológicamente. En el apartado 4 expondremos nuestra propuesta idealista para explicar la relación entre ambos continuos, y en el 5 concluiremos que la dualidad de la intuición en el análisis de la noción continuo weyliana creeemos que puede ser evitada si se adopta aquella propuesta.

2. Perspectiva matemática

El punto de partida matemático en El continuo es doble:

1) por un lado está la asunción —en parte ya introducida por Poincaré— de que la aritmética tiene como fundamento la intuición de la iteración de procesos. Lo que se puede adscribir a la sucesión de los números naturales, así como la aceptación del principio de inducción como la forma de demostración fundamental.

Es por ello que Weyl introduce en su libro el concepto de 'principio de iteración' [*Iterationsprinzip*] –que se sustancia en el principio de inducción matemática— y el de 'proceso matemático' [*mathematischer Prozess*] –modo en se forman nuevos conceptos a partir de otros ya establecidos (Beisswanger, 1965, p. 137)— como los pilares sobre los que descansa el fundamento y la práctica matemática.

Es interesante notar que Weyl estudia primero la antinomia de Richard en relación con el concepto de cardinal propuesto por Cantor, y la solución dada por Russell a la antinomia que surge en la teoría naif de conjuntos cuando se pretende definir el conjunto de conjuntos que no se contienen a sí mismos. Y es interesante –como decimos– pues finalmente la *solución* weyliana a esta paradoja supone el inicio del desarrollo del predicativismo⁹, y por ende su concepción de la relación entre el

⁸ El axioma afirma la correspondencia biyectiva entre los números reales y los puntos de una línea.

A Poincaré y Russell se les considera precusores del predicativismo. Sucintamente, la idea subyacente original es que las definiciones de objetos matemáticos deben formularse de modo que el objeto a definir no forme parte de la totalidad a la que pudiera referirse. Si fuera así se considera la definición impredicativa. Son predicativas por tanto las que no caen en este "error". En Weyl (1918, p. 23) se da como definición incorrecta la definición clásica de supremo, por caer en lo que se conoce como 'principio del círculo vicioso' si no se consideran los tipos y niveles russellianos (ver más abajo en n. 14 la definición dada en *El continuo*). Weyl escribe: "Sea *M* un conjunto acotado de reales de primer nivel. Para construir su *supremo*, se tiene que formar un conjunto de racionales γ, al cual pertenece un racional *r* si y sólo si *existe* en *M* un real de primer nivel que es mayor que *r*. El conjunto γ tiene las propiedades *a*), *b*) γ *c*) [definidas anteriormente en Weyl (1918, p. 22)], γ es por tanto

continuo matemático y el intuitivo.

2) El segundo punto surge precisamente de lo mencionado anteriormente, lo que le lleva a analizar la lógica ramificada de tipos¹0 y a discutir el círculo vicioso¹¹ que se encuentra (según su tesis) en el núcleo del análisis clásico (Mancosu, 1997, pp. 131-132). Es decir, lo que propone Weyl es una crítica radical al análisis como punto de partida de su propuesta predicativista, de la que se sirve para investigar la relación entre las dos clases de continuo.

El predicativismo enfatiza la diferencia entre el dominio de los naturales y el dominio de los subconjuntos de los naturales ($\wp(N)$) en el sistema de Zermelo-Fraenkel). Sin duda está "bien definido" qué es un conjunto de números naturales, pero no está correctamente definida la *totalidad* de dichos conjuntos. Aquí es donde Weyl pone una objeción de principio a la teoría axiomática de conjuntos, y se ve en la obligación de apartarse de ella. En consecuencia, la lógica clásica no puede aplicarse a dominios como $\wp(N)$, ni análogamente al dominio de los reales entendido al modo clásico. En su lugar hay que proceder a la definición de conjuntos a partir de N y de los métodos lógicos admitidos dentro de las restricciones del predicativismo.

Ahora bien, cabe mencionar que 1) y 2) son disociables¹². Es cierto que si bien están relacionados, se pueden tratar de manera independiente. De modo que se puede criticar la concepción de continuo de Cantor-Dedekind sin comprometerse necesariamente con una visión de las matemáticas como la que Weyl nos presenta en su libro –o en artículos posteriores de la década de los veinte donde su posición ha derivado hacia un intuicionismo de corte brouweriano¹³.

Veamos más detalladamente las ideas de Weyl respecto¹⁴ a las dos nociones de continuo referidas.

3. Idea de continuidad en El continuo

En la sección sexta que lleva por título 'El continuo intuitivo y el matemático' se trata

un número real, *pero de segundo nivel*, pues en su definición »existe« ocurre en connexión con »un real de primer nivel« (i.e., »un conjunto de primer nivel de racionales« o »una propiedad primitiva o derivada de primer nivel«) ". Weyl argumenta que si no se observaran los diferentes niveles se caería en un círculo vicioso. La definición sería impredicativa pues se pretende definir el supremo de un conjunto acotado (superiormente) de reales, a partir de la totalidad de números reales de la que el propio supremo forma ya parte por ser éste también un real. Pero esto es precisamente lo que hace el análisis clásico. Nótese que la crítica tiene dos vertientes: 1) el proceso de construir supone que el objeto no existía previamente; 2) la posibilidad de obtener la totalidad de los reales de forma "tan precisa" como la de los naturales.

Este tipo de lógica fue desarrollada por Russell para evitar la paradoja homónima. Su idea era considerar a las variables clasificadas en tipos, y las funciones proposicionales (predicados, cuyo valor de verdad depende del valor dado a la variable. V. gr., p(x) = 'x es humano') en órdenes dependiendo de la clase de variables que contenga. El orden de una función proposicional se define como el menor natural mayor que el orden de todas sus variables cuantificadas. A su vez, las variables de tipo n, sólo pueden recorrer entidades de orden n. Los individuos u objetos de una teoría son considerados de tipo y orden 0, y así sucesivamente. Cf. Chihara (1973), pp. 19-23.

Weyl recoge la formulación de Russell de este principio de la siguiente forma: "No totality can contain members defined in terms of itself". Cf. Weyl (1918), p. 36.

¹² Para un estudio profundo del tema cf. Hölder (1924).

Sobre cómo Weyl y Brouwer entienden el intuicionismo, y cómo no están de acuerdo en su interpretación cf. Mancosu, (1997), pp. 77-78.

¹⁴ Conviene recordar que en 1918, cuando Weyl escribe El continuo Brouwer empieza a publicar sus ideas maduras.

con profundidad la diferencia entre el continuo experimentado fenoménicamente¹⁵ y el matemático, esto es, se analiza la idea fenomenológica de continuo y el predicativismo.

En el capítulo se hace referencia a la filosofía de Bergson (Weyl, 1918, p. 68) sobre el tiempo y se expone el concepto de *la dureé*, entendido por Weyl como el contrapunto filosófico en el análisis de la idea matemática de continuo dentro del marco del continuo temporal fenoménico.

La sección comienza con una recapitulación de lo que lleva hecho hasta el momento que no es más que, a partir de los principios de definición [Definitionsprizipien] (Weyl los expone en §2 'Los principios de la combinación de juicios' [Die Prinzipien der Urteilskombination]) dados en el capítulo primero (Weyl, 1918, pp. 4-6) comenzando por los números naturales y siguiendo el hilo conductor de la aritmética y el análisis, construir una teoría pura de números [reine Zahlenlehre].

Teniendo en cuenta estas ideas Weyl ha afirmado algo clave: que la propiedad de continuidad de una función es una propiedad *transfinita* (Weyl, 1918, p. 65). Esto significa que responder a la pregunta de si una función definida es continua o no –con ayuda de los principios expuestos en la primera parte del libro– supone tener una *visión total* no sólo de los números naturales, sino de los conjuntos cuatridimensionales de números naturales (es decir, de números reales, tal y como los define Weyl) que surgen de la aplicación de los principios lógicos dados (Weyl, 1918, pp. 4-8, pp. 26-29).

Más adelante propone un ejercicio mental para explicar su afirmación. Si el sistema de principios que ha expuesto se considera "abierto", en el sentido de que sea posible añadir otros, *debe* quedar sin contestar la pregunta de si una función es continua o no. Pues si fuera posible extender de forma consistente los principios lógicos, se podrían considerar más números reales, y por tanto responder a la pregunta de manera distinta dependiendo de cómo fuera hecha esta extensión.

Weyl sigue su análisis considerando un punto de masa en función del tiempo como una función continua en un intervalo real. Después introduce el análisis fenomenológico del tiempo aplicado a la experiencia: 'observar un lápiz sobre una mesa'. Para Weyl se puede afirmar que durante un intervalo de tiempo el lápiz ha estado en la mesa, y que es absurdo imaginar que la extensión de nuestros principios de definición da derecho a pensar que el lápiz ha estado durante momentos *agregados* en Sirio. Con lo cual llega a la conclusión de que las consideraciones *lógicas* sobre principios de definición y su posible extensión no nos acercan a la naturaleza intuitiva del continuo en su relación con el concepto de número real definido.

Weyl deja claro no obstante, que aquélla relación se dejaría tratar si se entiendiera el "ahora" como un punto, y si se pudieran explicitar puntos temporales de forma precisa.

Dados dos puntos temporales distintos, las relaciones 'anterior a' y 'posterior a' se dan siempre. Y asimismo surge de ellas la idea de "segmento temporal", aunque haya que notar –escribe Weyl– que el contenido experiencial es irrelevante a la hora de *medir* este tipo de segmentos, pues lo "experimentado" no es significativo en la medición.

Se pueden entonces definir -si suponemos que la relación de igualdad definida

[&]quot;Para permanecer en el dominio de lo dado inmediatamente [unmittelbar Gegebenen], mantengámonos en el tiempo fenoménico (en contraposición con el objetivo)" (Weyl, 1918, p. 67).

matemáticamente tiene el mismo sentido en la intuición temporal—relaciones binarias entre puntos, y cuaternarias entre segmentos, y por tanto afirmar la existencia del lápiz sobre la mesa durante un determinado tiempo, admitiendo a su vez que es correcta la idea de la 'división' del tiempo en puntos. Con lo cual, para un punto temporal P es posible construir aritméticamente por medio de los principios de definición, dominios de racionales 16 a los cuales pertence λ si y sólo si existe un punto temporal L anterior a P, para el que se cumple que

$$OL = \lambda OE$$
 (1)

con OE un intervalo temporal dado. Es decir, si existe un número real λ (de la forma definida por Weyl (Weyl, 1918, pp. 51 y ss.)) que hace verdadera la ecuación. Además, con ello se afirma asimismo la inversa: que para cada número real existe un punto temporal determinado.

Weyl admite que si se puede establecer esta igualdad, tendría sentido la correspondencia matemático-intuitiva, y por tanto se podría desarrollar ariméticamente una teoría pura del tiempo. Si no fuera así, se podría pensar sin embargo que mediante la modificación y extensión de los principios de definición quizá fuera posible alcanzar esta situación. Pero si no se alcanzara del modo en que acabamos de ver, se debería establecer una teoría del continuo *autónoma*.

Sea como fuere, siempre se tendría que dar respuesta a la ecuación (1) considerando las condiciones mencionadas. Y a preguntas como: ¿vale el principio de cortadura de Dedekind¹⁷ para los puntos temporales? ¿O el principio de convergencia de Cauchy¹⁸? Cuestiones para las que no nos podríamos librar del concepto de conjunto (o sucesión), no importa lo que hiciésemos, y cuyo alcance está además inserto en los principios de definición.

Estos vaivenes de Weyl sobre la "posibilidad" que deja abierta, no son más que la preparación del camino para establecer su tesis sobre la imposibilidad de hacer corresponder los dos continuos.

3.1 Imposibilidad de la correspondencia entre continuos

Weyl mantiene la idea de que todo lo que *deseamos* respecto a la posibilidad de desarrollar una teoría pura del tiempo es un *sinsentido*. Escribe: "[L]a intuición del tiempo permanece frente a estas preguntas deudora de respuesta. Es posible que la categoría de los números naturales pueda establecer el fundamento de una disciplina matemática, pero no el continuo, como se presenta en la intuición. Las condiciones para ello (ver cap. I, § 1) no se cumplen; el concepto de punto en el continuo adolece ya de apoyo en la intuición. Es mérito de la filosofía bergsoniana haber indicado

En El continuo Weyl define los números racionales como dominios cuatridimensionales de números naturales, y los números reales como dominio de racionales que cumplen unas determinadas condiciones. Cf. Weyl (1918), pp. 51 y ss.

Definida como un par ordenado de conjuntos de racionales A < B. Tal que: 1) todo racional está exactamente en uno y sólo uno de los conjuntos A, B; 2) ni A ni B son el conjunto vacío; 3) todo elemento de A es menor que cualquier elemento de B; 4) A no tiene supremo, i.e., para cada p en A, existe un r en A, tal que p < r.

Dada una secuencia de reales: $x_1, x_2...x_m...x_n...$, para cualquier real positivo ε existe un número natural N tal que si m y n son mayores que N, el valor absoluto de la diferencia entre dos reales cualesquiera x_m y x_n es menor que ε .

con insistencia este profundo alejamiento entre mundo conceptual matemático y la continuidad temporal experimentada directamente" (Weyl, 1918, p. 68).

Más adelante inicia con un ejemplo un refinado análisis fenomenológico donde observa la diferencia entre la duración y la posibilidad de que sea representada por puntos de un flujo. [Ablauf]. Weyl se pregunta de dónde procede que el dato de la conciencia no se dé totalmente como un ser (como por ejemplo el ser lógico de los conceptos), sino como un ser-ahora que dura y cambia [als ein fortdauerndes und sich wandelndes Jetzt-sein (Weyl, 1918, 69)].

Si suponemos un *ahora-puntual*, i.e., un contenido experiencial cambiante y que se transforma constantemente, suponemos un flujo temporal en el que se pueden "identificar" puntos del mismo. Cada punto se corresponde con una determinada totalidad experiencial [*Erlebnisganze*]: si la conciencia se fija en ese punto, entonces poseerá la correspondiente totalidad experiencial; sólo eso *es*. Luego la pregunta pertinente reza: ¿De dónde *proviene* la concreta duración de cada experiencia?

Si nos atenemos a la idea de puntos singulares y *aislados entre si* (Weyl, 1918, p. 69, n. 2) del flujo sólo podemos dar una respuesta: que solamente se tiene la experiencia de *ese* punto temporal; a ese punto pertenece sin embargo un más o menos claro *recuerdo*, cuyo objeto intencional es la experiencia que tuve en un punto temporal del pasado (se deja sin explicar el problema de dónde debe proceder la validez de ese recuerdo).

Si se tiene por ejemplo una percepción lumínica de corta duración –prosigue Weyl–, se tiene en el momento A no sólo la experiencia de la percepción, sino al mismo tiempo los recuerdos "de" las experiencias de percepción [Wahrnehmungserlebnisse] de todos los momentos pasados que suceden en esa corta duración; más aún: me acuerdo en A no sólo de la experiencia de la percepción en el corto momento pasado B en el cual tuvo también lugar una percepción, sino de la completa experiencia de ese momento B, y esto contiene, además de la percepción, los recuerdos de todos los momentos anteriores de las experiencias tenidas. Por tanto, la percepción continuada consistiría en los infinitos recuerdos contenidos los unos en los otros y los infinitos sistemas correspondientes con estos recuerdos. Se puede decir por tanto que lo pasado es lo "encajado" [das Eingeschachtelte (Weyl, 1918, p. 69)].

Ahora bien, Weyl afirma que está claro que nuestra experiencia no se corresponde con nada de esto, y que es contradictorio que se dé una tal trabazón de momentos experienciales *puntuales* y encajados los unos en los otros sin fin como una unidad cerrada y completa.

La interpretación de un flujo o proceso temporal que consta de puntos *disociables* es incorrecta: "Se nos escapa precisamente lo que representa la continuidad, el discurrir de punto a punto, aquello que en el presente permanente dura, que permite fluir y discurrir constantemente hacia el pasado que se disuelve" (Weyl, 1918, p. 70).

Para Weyl lo que se tiene en la conciencia es algo que se da al mismo tiempo y que es una unidad: es el ser-ahora y aquello, lo que es, fluye con su posición temporal; y por ello también el ser permanente es algo siempre nuevo, que perdura y cambia. Lo que desaparece puede aparecer, pero no como una experiencia "nueva", sino más bien como contenido de un recuerdo (convincente) que podemos caracterizar como *lo pasado*.

En la imagen objetiva del *transcurrir* de la vida –imagen que nos formamos– se presenta a su vez, frente a ella, lo que ahora *está* ahí como lo pasado a establecer. Luego, "para el tiempo objetivo concebido resulta así que: 1. un sólo punto en sí no

es independiente, es decir, es en sí mismo la pura nada y existe sólo como "punto de paso" (lo que no se comprende matemáticamente de modo natural); 2. que está fundado en la esencia del tiempo, (y no en las posibles inexactitudes de nuestros medios), que un determinado punto temporal no se deje exhibir completamente, que siempre sólo sea posible un fijar aproximado y ninguno exacto. Del mismo modo, esto sucede para cualquier continuo intuitivo dado, en particular también para cada continuo de la extensión espacial" (Weyl, 1918, p. 70).

Weyl afirma, siendo esta su tesis principal, que "el continuo intuitivo y el matemático no se superponen; entre ellos existe un profundo abismo" (Weyl, 1918, p. 71). Ahora bien, existen motivos razonables que nos llevan del uno al otro. Los mismos motivos que hacen que nos interesemos por la investigación del mundo físico escondido "por detrás" ["hinter"], exacto y sin cualidades, "realmente objetivo" [wahrhaft objektiv].

De este modo es como descansa –según Weyl– a partir de la construcción del análisis propuesta en el libro, una *teoría del continuo* que se muestra razonable (más allá de la exactitud de sus conclusiones lógicas) de la misma forma que una teoría física.

El concepto de número real se puede entender como el esquema abstracto del continuo con su infinito encajamiento [unendlichen Ineinander] posible de partes las unas en las otras. De este modo, el concepto de función es el esquema de dependencia de continuos que se "solapan" (del que un caso particular es por ejemplo un punto que se mueve; es decir, el solapamiento de un continuo temporal mediante uno lineal).

Luego la diferencia entre el infinito encajamiento de partes y el de puntos (Weyl, 1918, p. 69) es fundamental para entender el continuo intuitivo. Weyl, adoptando el punto de vista fenomenológico aplicado a una experiencia temporal llega a la conclusión de que al no corresponderse con la 'intuición puntual', su correlato matemático no puede ser el del análisis clásico, ni tampoco el del weyliano.

Esto tiene relevancia epistemológica en la adecuación de la matemática a la física, y Weyl –consciente de ello– lo exhibe explicando que el hecho de que para los conceptos de número real y función continua como son definidos en El continuo sea válida la proposición que afirma que: "Una función continua toma todos los valores intermedios; es decir, si f es una función continua y f(a) < v < f(b), entonces existe un número real c entre a y b (a < c < b), tal que f(c) = v" (Weyl, 1918, p. 62), es una justificación racional de la explicación exacta del movimiento en el mundo de la objetividad física. Así, afirma que "no subyace el exacto punto temporal o espacial en la duración o en la extensión como su último e indivisible elemento, sino que sólo la penetrante razón puede concebir aquellas ideas a través de lo que nos es dado, y sólo en la pura esfera formal cristaliza el correspondiente concepto aritmético-analítico de número real en su total exactitud" (Weyl, 1918, p. 71).

3.2 Conclusiones de Weyl

Weyl profundiza aún en la posibilidad de intentar establecer una teoría del tiempo y el espacio como una ciencia matemático-axiomática independiente, y observa que para ello se deben tener en cuenta al menos tres cosas:

La referencia a un sólo punto no es posible. Los puntos no son individuos, y por tanto no pueden ser caracterizados por sus propiedades. Mientras que el continuo de los números reales consiste en individuos genuinos, el continuo del tiempo o del

espacio es homogéneo. De este modo, puntos y conjuntos de puntos no se dejan nunca determinar absolutamente, sino sólo dependiendo siempre (i.e., como funciones) de un sistema de coordenadas.

La segunda es que el axioma de continuidad [*Stetigkeitsaxiom*] debe ser formulado de forma que cada punto P de una unidad de longitud OE se corresponda con un número real como abcisa, y a la inversa. Sólo en virtud de este axioma tienen todos los juicios relevantes¹⁹ un *claro sentido*, a pesar de las circunstacias mencionadas en el punto anterior.

La tercera es que si establecemos un nuevo fundamento en la teoría pura de números, por el cual, junto con los números naturales tomemos a los reales como categoría fundamental –como hizo respecto a los racionales–, entonces se puede, sobre esta base, construir un edificio teórico que denomina *hiperanálisis*²⁰. El cual no coincide con el análisis que ha construido en secciones anteriores del libro, pues existen en el hiperanálisis, por ejemplo, más conjuntos de números reales que en el análisis. Para éstos sucede que en su definición aparece el cuantificador existencial en conexión con "un número real" (i.e., una variable que se refiere a los números reales). En el hiperanálisis no se cumple por consiguiente, ni el principio de convergencia de Cauchy ni los teoremas sobre funciones continuas en general (sólo se cumplen para aquellas funciones y sucesiones que ya aparecen en el análisis).

Según Weyl, el intento (permanente) de partir de un nivel más alto que el nivel básico de los números naturales se debe contrarrestar siempre, pues sólo el análisis y no el hiperanálisis proporciona una teoría útil²¹ del continuo y de las posibles dependencias entre continuos que se solapan entre sí. Aunque, suponiendo que alguien aceptara el hiperanálisis, se debe tener en cuenta que en virtud del axioma dado en el segundo punto, considerando un sistema de coordenadas subyacente, existiría una correspondencia continua no sólo entre puntos espacio-temporales de un lado y números reales de otro, sino también entre los conjuntos puntos y conjuntos de conjuntos de puntos. Luego entre todos los conjuntos de la teoría del espaciotiempo de un lado y todos los conjuntos del hiperanálisis de otro. O dicho de un modo más exacto, existiría esa correspondencia entre los conjuntos del hiperanálisis y las funciones del sistema de coordenadas en la teoría del espacio o del tiempo (si se trataran como continuos independientes). Es por ello que Weyl advierte que no puede ser reemplazado el mencionado axioma "en la hasta ahora habitual construcción axiomática de la geometría, mediante el (ya en el hiperanálisis no válido) principio de convergencia de Cauchy u otro parecido. Y de esto se obtiene todavía algo más –a causa de la inoperabilidad del hiperanálisis- algo que no se puede de ningún modo abordar, a saber, hacer de la teoría del tiempo y de la geometría ciencias axiomáticas independientes" (Weyl, 1918, p. 73).

Al finalizar el libro escribe que frente a los que le reprochan que ninguno de los

Weyl ha definido el concepto 'juicio relevante' [einschlägiger Urteil] en la sección segunda de la parte primera de El continuo. Concretamente define 'juicio relevante' como el juicio que no posee posiciones vacías y que afirma un estado de cosas [Sachverhalt]. Cf. Weyl (1918), p. 6.

Considerado desde el punto de vista de la teoría de tipos, esto se corresponde con añadir un tipo superior (de forma cumulativa). El predicativismo se mantiene, por razones de simplicidad lógica, en el tipo 1.

[&]quot;Sólo el análisis, no el hiperanálisis proporciona una teoría útil del continuo". Cf. Weyl (1918), p. 72. [Cursivas en el original]. Lo que Weyl entiende por 'útil' [brauchbar] es algo que no explica, pero que sin duda tiene que ver con lo que escribe en el prólogo sobre la fundamentación segura del análisis, hasta el momento no conseguida, y con las complejidades lógicas que implica introducir tipos superiores.

principios lógicos a los que se debe recurrir para definir de forma exacta el concepto de número real se encuentran en la intuición del continuo, él ha aclarado sin embargo que el continuo de la intuición y el del mundo conceptual matemático son tan ajenos entre sí, que la exigencia de coincidencia debe ser tenida por absurda. No obstante, recuerda que aunque sea así se requieren esquemas abstractos proporcionados por la matemática para posibilitar la ciencia exacta de dominios de objetos en los cuales los continuos juegan un papel decisivo.

4. Crítica a la idea de continuo en El Continuo

Llegados a este punto nos proponemos exponer otra alternativa a la hora de tratar la relación entre ambos tipos de continuo. Lo que se pretende no es ajustar dos ideas de continuo con diferente origen (el matemático, desde la perspectiva predicativista; el filosófico, desde la fenomenológica), sino que, considerando un origen único, intentar aclarar el papel de la matemática respecto a esta intuición.

4.1. Lückenlosigkeit como caracterización del continuo

Si observamos la formulación del axioma de continuidad de Dedekind²² vemos que se puede entender como la formalización de la intuición de la propiedad –consustancial al continuo intuido– de no existencia de espacios vacíos [*Lückenlosigkeit*]. Si esta idea no se considerara necesaria, se podría pensar que la representación matemática del continuo podría ser llevada a cabo sólo mediante los números racionales. Pero el hecho de que se den relaciones entre los racionales que "implican"²³ la existencia de irracionales –inconmensurabilidad–, obliga a añadir la noción mencionada a la idea de continuo matemático.

Podemos preguntarnos entonces en qué sentido está esto bien fundamentado. Si bien es cierto que el axioma de continuidad se puede entender como de origen geométrico y por consiguiente se deberían admitir como dados conceptos como el de punto o línea, es decir, dejar a un lado la posible construcción aritmética de los reales, creemos que la diferencia de cardinalidad entre reales y racionales es algo que debe tenerse en cuenta al constatar la inconmesurabilidad, y que es por esta diferencia por la que se hace de nuevo ostensible la idea de no existencia de espacios vacíos, algo que no se consigue si se consideran exclusivamente los racionales. La introducción de Dedekind de los números irracionales proporciona una determinación más precisa del continuo intuitivo al considerar la propiedad de ausencia de espacios vacíos que sobreviene por la *necesidad*²⁴ de recoger la idea de inconmensurabilidad.

La analogía que Weyl desecha trata de contradecir lo que realmente experimentamos en la intuición del tiempo teniendo en cuenta la 'imagen matemática' del continuo

El axioma es así presentado por Dedekind: "Si todos los puntos de la línea se descomponen en dos clases tales que todo punto de la primera clase está a la izquierda de cada punto de la segunda clase, entonces existe un y sólo un punto que produce esta partición de todos los puntos en dos clases, este corte de la recta en dos partes". Cf. Dedekind (2014), p. 93. Este punto se conoce como *cortadura de Dedekind*. Véase la definición 'moderna' en p. 8 n. 27.

No se trata de una necesidad lógica, sino que nos referimos al problema que ya los griegos observaron en sus "experiencias" con los números racionales.

²⁴ Véase n. 44.

formado por puntos. Cuando más bien la idea del *transcurrir* es "atrapada" en el axioma de continuidad, en el cual, el punto, como algo dado, *no* es lo fundamental desde la perspectiva ontológica, sino el *medio matemático* que expresa la no existencia de espacios vacíos (o saltos) en ese transcurrir.

Es interesante mencionar la referencia de Hölder a propósito de cómo algunos filósofos han tratado el problema de continuo, pues sugiere una idea importante que queremos tratar: "Contra el axioma de continuidad de Dedekind, en tanto que a través de él se debiera describir la naturaleza continua de la recta, se han hecho objeciones desde el lado filosófico. Éstas reprueban esencialmente la circunstancia de que se recurre a los puntos de la recta para explicar la continuidad, mientras que según la opinión de aquellos filósofos el concepto de recta continua debiera 'anteceder' a la distinción de puntos de ella o a puntos, posiblemente a especificar, en ella. Después, en § 99, mostraré que la pregunta sobre cuál de los dos conceptos 'antecede' de ningún modo siempre se puede decidir" (Hölder, 1924, p. 87).

Lo que puede parecer "contradictorio", una especie de *hýsteron próteron*, ha de entenderse como una *analogía paradójica*. El biomio punto-recta forman una unidad conceptual no-escindible en el análisis matemático de la continuidad.

Weyl escribe (véase p. 8) que los reales están tan aislados [genau so isoliert] en el continuo como los enteros. Sin embargo, creemos que esta afirmación se debiera especificar algo más pues parece contradecir la propiedad de ausencia de espacios vacíos.

Intuitivamente, tomados dos reales, existen infinitos reales entre ellos, y por tanto están 'separados'. Lo que no significa que, como en los enteros, exista digamos, un "espacio vacío", i.e., *el* sucesor. Esta es precisamente la diferencia entre los enteros y los reales (también los racionales).

Podemos usar la imagen siguiente: dos enteros están *aislados* y entre ellos no existe ningún entero; dos reales están *separados* y entre ellos existen una infinitud de reales. La relación '*estar-aislado/separado*' se fundamenta en la propiedad de densidad, propiedad que también cumplen los racionales²⁵.

4.2. El sujeto ideal como fundamento

Después de tener en cuenta las consideraciones anteriores, la pregunta es cómo fundamentar filosóficamente estás ideas. Creemos que un camino para hacerlo es aceptando la tesis (y sus consecuencias) proveniente del idealismo de que el par sujeto-objeto es indisociable (Schopenhauer, 2005, pp. 1102 y ss.). Desde el punto de vista idealista se puede defender, frente a Weyl, la posición de que la esencia del continuo intuitivo radica en la ausencia de espacios vacíos y que esto tiene como sustrato explicativo la presencia necesaria y *permanente* del sujeto en la experiencia fenoménica que conoce la simultaneidad a través de la cual somos conscientes de la duración "al ser ésta sólo cognoscible en el cambio de aquello que coexiste con lo duradero" (Schopenhauer, 2005, p. 38.) por medio de la interacción de las formas del espacio y el tiempo en el entendimiento.

Esto es *siempre* así porque en último término, en la experiencia más íntima que es la autoconsciencia, nos referimos en todo momento a un sujeto que es *a su vez*

Supuesta la topología usual que es la que más se ajusta a la idea intuitiva de continuo, también desde una perspectiva geométrica.

objeto para sí mismo, y que existe en un espacio y un tiempo determinados. En ese caso existe siempre como punto de partida ontológico *el*-sujeto-que-experimenta-algo. Por lo que no hay 'saltos', pues esto significaría que el sujeto no está presente de ningún modo²⁶ en la experiencia.

Luego la idea de Weyl de que no tenemos experiencia de puntos sin duración es asimismo, y desde nuestro punto de vista, correcta. Sin embargo, habría que distinguir el sujeto-objeto trascendental del *contenido* de la experiencia, i.e., lo representado y por tanto dependiente del tiempo. Desde el punto de vista del sujeto, la intuición del continuo temporal se reduce al hecho de que es consciente de la duración, y que a su vez la no existencia de saltos viene indicada por la presencia permanente del sujeto en la experiencia como última referencia de fenómenos simultáneos que ocurren en el espacio. Ahora bien, creemos que la intuición de la duración temporal se deja tratar matemáticamente sólo si se atiende a la propiedad de ausencia de saltos [*Lückenlosigkeit*] representada por las cortaduras de Dedekind.

La intuición, como es entendida por Weyl (Tieszen, 2000, p. 280), sugiere que el acto de intuición [act of intuition] que ocurre en el tiempo tiene un sucesor. A partir de esto cabe pensar en la potencialidad de los infinitos actos de intuición como base para la fundamentación de los números naturales, pero se deja sin explicar cómo se "intuye" la duración como un continuo²⁷.

La experiencia de duración no proviene sólo del contenido experiencial, sino de la característica ontológica del sujeto: no existir sin objeto (i.e., lo representado bajo el principio de razón suficiente²⁸). Esta idea se aparta de la concepción fenomenológica en el sentido que le da Husserl en §36 de "Vorlesungen zur Phänomenologie des inneren Zeitbewußtseins" – quizá su estudio más profundo del tiempo–, y titulado "El flujo que constituye el tiempo como subjetividad absoluta" [Der zeitkonstituirende Fluß als absolute Subjektivität]. En él describe la relación entre el continuo como flujo y la unidad constituida [konstituierte Einheit] temporalmente, i.e., el objeto temporal [Zeitobjekt]. Creemos que esta idea es un tanto obscura a la hora de captar²⁹ la relación entre el sujeto y la experiencia de duración, pues Husserl identifica el fujo que constituye y la subjetividad absoluta de forma que no queda claro el fundamento de esta identificación. Además, para el idealismo (como lo entiende Schopenhauer), el concepto de 'subjetividad absoluta' no tiene sentido, pues se es sujeto siempre 'relativo' a un objeto. Tampoco existe el tiempo constituido ya que es a priori y el esquema conceptual husserliano 'retención-impresión originalprotención' [Retention-Urimpression-Protention], que para Husserl es la base de

[&]quot;En el primer caso, la propia persona se escinde en el que conoce y lo conocido, en sujeto y objeto, los cuales se presentan aquí, igual que en todas partes, como inseparables e incompatibles. Ahora bien, si mi propia persona, para existir como tal, tiene siempre necesidad de un conocedor, esto será por lo menos igualmente válido para el resto de objetos. Y reivindicar para éstos una existencia independiente del conocimiento y del sujeto de éste era el propósito de la objeción anterior". Cf. Schopenhauer (2005), p. 444.

²⁷ "[W]herever we might slice into the flow of consciousness in time we do not obtain a durationless now point. We do not experience or intuit such a point". Cf. Tieszen (2000), p. 289.

²⁸ El principo tal y como se formula en (Schopenhauer, 1981, p. 5), citando a Wolf, afirma que: 'nada es sin una razón por la que pueda ser, o no ser'. ["Nihil est sine ratione, cur potius sit, quam non sit"].

Husserl escribe: "[L]os predicados de tales [objetos individuales o procesos] no pueden ser adscritos a ellos [los fenómenos que constituyen el tiempo] razonablemente" ["[D]ie Prädikate solcher können ihnen sinnvoll nicht zugeschrieben werden"]. Y más adelante: "Para todo esto nos faltan los nombres" ["Für all das fehlen uns die Namen"]. Cf. Husserl (1928), p. 429.

Para un análisis interesante sobre la adscripción a Husserl de un cierto idealismo en su análisis de la temporalidad cf. Hoerl (2013).

intuición temporal, explica la percepción interna del tiempo pero no la esencia de su continuidad y asimismo de la duración³⁰. Pues no creemos que se trate exclusivamente de catalogar la experiencia temporal, sino de intentar dar una razón de por qué ésta es así.

Volviendo a Weyl, éste asegura que el punto espacio-temporal no puede ser exhibido individualmente sino sólo por medio de un sistema de coordenadas "residuo insoslayable de la aniquilación del yo [*Ich-Vernichtung*]" (Weyl, 1918, p. 72), en un mundo geométrico-físico. Para nosotros sin embargo, no existe tal dependencia del yo (o del sistema de coordenadas como residuo). El punto temporal depende del sujeto en tanto que es su condición necesaria para "percibir" la ausencia de saltos, y no de la objetivación geométrico-física de la experiencia, por tanto se puede fijar³¹ de modo absoluto, ya que depende del sujeto por ser no 'aniquilable', y no del yo³².

Como describimos en el punto 3.1, la posición de Weyl respecto de la imposibilidad de la correspondencia entre el continuo matemático y el intuitivo se fundamenta en que, de existir esta correspondencia deberíamos asignar a cada punto temporal, objeto de una totalidad experiencial [*Erlebnisganze*], un recuerdo de momentos pasados.

Nuestra crítica es que esta asignación que sirve para refutar aquella posible correspondencia es un tanto arbitraria (lo que no significa que desde nuestra posición no estemos de acuerdo con su invalidez, aunque por otros motivos). La duración interpretada como lo hace Weyl –i.e., suponiendo que a cada punto le corresponde

³⁰ Uno de los problemas a los que se enfrenta Husserl es explicar cómo el objeto temporal además de 'permanente' cambia con el tiempo. Römer se pregunta: "¿[C]ómo es posible que tengamos en la consciencia a través del continuo proceso de punto-de-partida ('punto-de-partida' ha de ser entendido como lo que se da en la consciencia como primer momento de un objeto temporal, la impresión original en el tiempo) con siempre nuevas impresiones originales y sucesiones de "desdibujación" (Énfasis no en el original. El concepto de Abschattung en Husserl tiene que ver con lo que no se muestra pero puede ser mostrado, y en el caso del tiempo con lo que se va desvaneciendo o desdibujando) algo como el objeto idéntico hilético?". ["[W]ie ist es möglich, dass wir über diesen kontinuierlichen Prozess von Quellpunkt mit immer neuen Urimpressionen und Abschattungsreihen so etwas wie identische hyletische Objekte bewusst haben können?"]. Cf. Römer (2010), p. 40.

³¹ El modo de "fijarlo" es matemático, pero su origen intuitivo –la ausencia de espacio vacíos– es previo y necesario a este modo.

El 'yo' al que se refiere lo interpretamos –entre otras cosas por su estrecho contacto en esa época con Medicus–
como el yo fichteano que difiere del sujeto del idealismo de Kant y Schopenahuer. Además, aunque en el
pasaje se encuentren evidentes rasgos fenomenológicos creemos que la idea de la "aniquilación del yo" podría
derivarse del concepto de Nicht-Ich fichteano y de sus Grundsätze.

Weyl hace referencia de nuevo en el prólogo de la cuarta edición (en las anteriores no aparece) de 'Raum, Zeit, Materie' a esta "aniquilación de yo" a la que se refería ya en El continuo. Escribe: "Los números nos dan la posibilidad de extraer los puntos temporales del continuo temporal referido a un segmento unidad OE de manera conceptual y por tanto objetiva y completamente exacta. Pero esta objetivación mediante la eliminación del yo y de su vida intuitiva inmediata no es suficiente del todo, el sistema de coordenadas a exhibir permanece sólo a través de un acto individual (y sólo aproximado) como el residuo necesario de esta aniquilación del yo". Cf. Weyl (1921), pp. 7-8.

Antes ha escrito que: "Para poder acercar al tiempo conceptos matemáticos, debemos partir de la posibilidad teórica de colocar en el tiempo con una exactitud arbitraria un ahora puntual, de fijar un punto temporal". Cf. Weyl (1921), p. 6.

El precio a pagar es –en nuestra opinión– caro. El dualismo está servido, y esta divergencia requiere una explicación. Según (Mancosu, 2010, pp. 323 y ss.), en consonancia con Husserl y Fichte, existe primero un acto de voluntad del yo en la postulación de este sistema de coordenadas. Además de que el 'problema de la relatividad' –como lo refiere Mancosu–, i.e., que el mundo objetivo de la física, el de los símbolos de los campos tensoriales de la física relativista, sean construidos vía subjetividad, da una idea del acercamiento de Weyl a algunas ideas fichteanas. Para profundizar sobre influencia de Fichte en Weyl cf. Sieroka (2010), (2007) y Bell (2004).

una totalidad experiencial— sólo puede tener sentido, o como Weyl escribe, sólo puede haber una respuesta ['so kann es nur eine Antwort geben' (Weyl, 1918, p. 69)] si se hace esta asignación.

Sin embargo, desde nuestro punto de vista la totalidad experiencial es pasada por un tamiz intelectual, en el sentido de ser una unidad 'reconstruida' por el entendimiento.

Poder asignar en cualquier circunstancia posible un recuerdo, supondría afirmar la posibilidad de recordar en todo punto temporal (el mismo Weyl está contra esto). Según nuestra tesis, aunque esto tampoco sea posible, no significa que, en vez de una totalidad experiencial asignada a cada punto temporal, no se pueda hablar de que sólo lo experimentado llega a ser experiencia en sentido propio cuando se lo *reconstruye*. En la acción de reconstruir el sujeto es consciente de su presencia permanente. La duración es una experiencia reconstruida por el entendimiento, pero condicionada, pues se ha de suponer un sujeto *a priori* permanente al que referir el "cambio continuo", y que reconstruye activamente por medio de las formas del principio de razón suficiente³³.

Por tanto, considerando nuestra tesis, los puntos temporales pueden ser determinados individualmente. Afirmación que ha de ser entendida como la otra "cara de la moneda", o la formulación matemática de cómo se puede tratar la propiedad de no existencia de espacios vacíos, asumiendo que caracteriza al continuo intuitivo. La caracterización del encajamiento de intervalos temporales supone una experiencia 'indeterminada'³⁴ permanente³⁵. Creemos, por tanto, que la conclusión³⁶ de Weyl no da cuenta de esta otra cara a la que nos referimos.

Luego la continuidad temporal intuida es para nosotros la *objetivación*³⁷ que realiza el sujeto de su presencia en la experiencia como referencia última de estados simultáneos en los cuales la duración es percibida cuando sobreviene una alteración o cambio en el fenómeno u objeto representado.

Si el tiempo fuera objetivo, en el sentido de *independiente* del sujeto, implicaría que existirían 'estados de objetos' presentes en la experiencia para los que el sujeto no tendría referencia objetual (intencional, fenomenológicamente hablando). Esto tendría como consecuencia que el tiempo de la experiencia podría concebirse como con huecos, que serían (para el sujeto) momentos en los que no estaría experimentando nada referido a *un* objeto, como indica acertadamente Weyl en su ejemplo del lápiz en Sirio, lo cual es absurdo, si se considera que el sujeto es a su vez y *siempre* objeto para sí mismo.

5. Conclusiones

Como hemos visto, Weyl se compromete en El continuo con la tesis de que el

³³ Para Schopenhauer existen cuatro raíces del principio: del ser, del devenir, del conocer y del querer. Cf. Schopenhauer (1981).

Para Weyl, debido a esencia del tiempo, un punto temporal sólo puede exhibirse de forma aproximada. Cf. Weyl (1918), p. 70.

A nuestro entender tampoco es correcta la apelación al infinito en la asignación de recuerdos, puesto que la memoria es de capacidad finita, también en el sentido del tiempo vivido. Cf. Weyl (1918), p. 69.

Véase ésta en p. 8 de este artículo.

³⁷ Como correlato del sujeto.

continuo intuitivo y el matemático son de naturaleza distinta.

A esta conclusión llega haciendo suyas ideas fenomenológicas respecto al tiempo y desarrollando su propuesta predicativista. Lo cual supone un dualismo en el tratamiento del problema del continuo.

Nuestro objetivo ha sido sin embargo, a partir de *una* sóla intuición explicar la relación entre el continuo fenoménico y el matemático, i.e., la forma estática de algo que en su esencia no lo es.

Para ello hemos adoptado el punto de vista idealista y derivado la consecuencia de que la percepción del transcurso temporal como un flujo [Ablauf] es un efecto del estátus ontológico del sujeto. Asumiendo la tesis idealista sobre el sujeto fundamentamos la continuidad temporal en la intuición, y derivamos a partir de ésta su caracterización matemática basada en la formulación de Dedekind de la propiedad esencial al continuo de no existencia de espacios vacíos [Lückenlosigkeit], representada por el concepto de cortadura de Dedekind. La inconmensurabilidad se puede entender como la "constatación" de que los racionales no son suficientemente potentes para representar matemáticamente esta idea.

En (Weyl, 1931) se presentan como contrapuestas la concepción de Demócrito y la de Anaxágoras en relación con el problema del infinito. Estas concepciones no se excluyen mutuamente. Como observa, el continuo intuitivo es 'dinámico', y el matemático se *convierte* en 'estático' (Weyl, 1931, p. 11)³⁸. Sin embargo, la matemática necesita de la forma estática de representación para captar la intuitiva, aunque ambas se explican a partir de la idea de ausencia de espacios vacíos.

Según nuestra tesis, el punto es un concepto necesario para entender matemáticamente la propiedad de continuidad y su origen intuitivo. Además, no afirmamos que el lapso de tiempo experimentado sea "atomísticamente separable", sino al revés. Esto es, que la concepción atomista del continuo matemático puede ser derivada de la percepción intuitiva del continuo asumiendo la tesis idealista.

Desde un punto de vista filosófico, según nuestro análisis, no es posible establecer una relación consistente entre ambos continuos si se presenta de forma dualista, pues supone una merma esencial en la adecuada comprensión de –como el propio Weyl escribe– los "esquemas abstractos, proporcionados por la matemática, para posibilitar la ciencia exacta de aquellos dominios de objetos en los cuales los continuos juegan un papel" (Weyl, 1918, p. 83).

6. Referencias bibliográficas

Beisswanger, P. (1965): "Die Phasen in Hermann Weyls Beurteilung der Mathematik", *Mathematisch-Physikalische Semesterberichte*, 12, pp. 132–156.

Bell, J. L. (2004): "Hermann Weyl's Later Philosophical Views: His Divergence from Husserl", en R. Feist (ed.), *Husserl and the Sciences: Selected Perspectives*, Philosophica, 55. University of Otawa.

Cantor, G. (1872): "Über die Ausdehnung eines Satzes aus der Theorie der trigonometrischen Reihen", *Mathematische Annalen*, 5, pp. 123-132.

Chevalley, C., Weil, A. (1957): "Hermann Weyl (1885-1955)", L'Enseignement Mathématique, 3, pp. 157-187.

³⁸ 'Estático' no significa conjuntista necesariamente.

Chihara, C. S. (1973): *Ontology and the vicious-circle principle*, Ithaca, Cornell University Press.

Da Silva, J.J. (1997): "Husserl's penomenology and Weyl's predicativism", *Syntese* (2), vol. 10, pp. 211-296.

Dedekind, R. (2014): ¿Qué son y para qué sirven los números?, J. Ferreirós (Trad.), Madrid, Alianza

Feferman, S. (1998): In the Light of Logic, Oxford University Press, New York, pp. 249–283.

Feferman, S. (2009): "Conceptions of the continuum", *Intellectica*, 51, pp. 169-189.

Hoerl, C. (2103): "Husserl, the absolute flow, and temporal experience", *Philosophy and phenomenological research*, vol. LXXXVI, No. 2, pp. 376-411.

Hölder, O. (1924): Die mathematische Methode, Berlin, Vlg. von Julius Springer.

Husserl, E. (1913): Ideen zu einer reinen Phänomenologie und phänomenologischen

Philosophie: Allgemeine Einführung in die reine Phänomenologie, Jahrbuch für Philos. und phänomen. Forschung, Band I. Halle a.d.S., Max Niemayer Verlag.

Husserl, E. (1928): Vorlesungen zur Phänomenologie des inneren Zeitbewußtseins, M. Heidegger (Hrsg.), Halle a.d.S., Max Niemayer Verlag.

López de Santa María, P. (2015): "Schopenhauer y el idealismo kantiano", Enrahonar, 55.

Mancosu, P. (1997): From Brouwer to Hilbert, New York, Oxford University Press.

Mancosu, P. (2010): The adventure of reason, New York, Oxford University Press.

Römer, I. (2010): *Das Zeitdenken bei Husserl, Heidegger und Ricoeur*, Dordrecht, Springer. Schopenhauer, A. (2005): *El mundo como voluntad y representación*, Trad.: Rafael-José Díaz Fernández v M. Monserrat Armas Concepción, Madrid, Akal.

Schopenhauer, A. (1981): *De la cuadruple raíz del principio de razón suficiente*, Trad. Leopoldo-Eulogio Palacios, Madrid, Gredos.

Sieroka, N. (2007): "Weyl's 'agens theory' of matter and the Zurich Fichte", *Stud. Hist. Phil. Sci.*, 38, 84–107.

Sieroka, N. (2010): Umgebungen, Zürich, Chronos Verlag.

Tieszen, R. (2000): "The philosophical background of Weyl's mathematical constructivism", *Philosophia Mathematica* (3), vol. 8, pp. 274-301.

Van Atten, M., van Dalen, D., Tieszen, R. (2001): "Brouwer and Weyl: The phenomenology and mathematics of the intuitive continuum", *Philosophia Mathematica* (2), vol. 10, pp. 203-226.

Weyl, H. (1918): Das Kontinuum, Leipzig, Veit & Comp.

Weyl, H. (1921): Raum, Zeit, Materie. Berlin, Julius Springer Verlag.

Weyl, H. (1931): Die Stufen des Unendlichen, Jena, Vlg. von G. Fischer.

Weyl, H. (1968): *Gesammelte Abhandlungen*, 4 vols., K. C. Chandrasekharan (Hrsg.), Berlin, Springer.

Weyl, H. (1987): *The continuum. A critical examination of the foundation of Analysis*, Trans. Stepehen Pollard & Thomas Bole, New York, Dover Publications, Inc..