¿Relatividad ontológica o radicalidad ontológica?
La respuesta estructuralista de Shapiro al problema de la identificación y la obstinación por el realismo

(Ontological relativity or ontological intransigence?
Shapiro's structuralist response to the identification problem and the obstinacy with realism)

Mariana CÓRDOBA

Recibido: 12 de septiembre de 2012
Aceptado: 16 de abril de 2013

Resumen

En este trabajo analizaré algunos aspectos filosóficamente relevantes en la disolución del *problema de la identificación de los números naturales* de Benacerraf por parte del estructuralismo de Shapiro. El propósito fundamental consiste en ofrecer tres críticas a la posición de Shapiro –a su concepción sobre el lenguaje, a la caracterización de las estructuras como *ante rem* y a su concepción *dramática* de la ontología de la matemática. Algunas de estas críticas se dirigen también al planteo del problema en Benacerraf.

Palabras clave: identificación de los números naturales, realismo matemático, atomismo lingüístico, relatividad ontológica, estructuralismo *ante rem.*

Abstract

In this paper I will analyze some philosophically relevant aspects involved in the dissolution of Benacerraf's *problem of fixing the identity of natural numbers* by Shapiro's structuralism. My fundamental aim is to present three criticisms to Shapiro's position –to his conception of language, to his characterization of structures as *ante rem*, and to his *dramatic* conception of ontology. Some of these criticisms will also be directed to Benacerraf's identification problem.

Keywords: identification of natural numbers, mathematical realism, linguistic atomism, ontological relativity, *ante rem* structuralism.

1. Introducción

En la filosofía general de la matemática, uno de los problemas fundamentales consiste en la indagación en torno al estatus ontológico de los ítems[1] extralingüísticos que pueblan el universo matemático, es decir, la naturaleza de aquellos ítems sobre los cuales versa el conocimiento de la matemática.

En discusiones relativamente recientes en el ámbito de la filosofía de la ciencia general, ha tenido cierto protagonismo el debate entre realistas y antirrealistas. Si bien los problemas propios del ámbito de la matemática podrían enmarcarse dentro de los problemas generales de la filosofía de la ciencia cuando de argumentos en favor (y en contra) del realismo (y el antirrealismo) se trata, el problema del realismo en matemática ha generado su terreno propio de discusiones. En el presente trabajo me ocuparé del problema del estatus ontológico de los "entes" matemáticos, tal como es formulado por Paul Benacerraf en el año 1965 en su artículo "What numbers could not be?". El autor se pregunta *qué objetos son* los números naturales y anula la pregunta misma por medio del esbozo de una visión estructuralista. Tanto el reconocimiento del problema como la propuesta de disolución constituyen un ataque al realismo ontológico en matemática. Stewart Shapiro, en su libro *Philosophy of Mathematics. Structure and ontology* del año 1997, acepta la disolución del problema de la identificación de los números naturales de Benacerraf y desarrolla una posición estructuralista para toda matemática, pero intenta, a la vez, salvaguardar el realismo ontológico.

Me referiré, entonces, al famoso *problema de la identificación* de los números naturales de Benacerraf y analizaré algunos aspectos que considero filosóficamente interesantes en la disolución de dicho problema por parte del estructuralismo realista de Shapiro.

El propósito fundamental del presente trabajo consiste en ofrecer tres críticas a la posición estructuralista articulada en la propuesta de Shapiro, algunas de cuales se dirigen también al planteo del problema en Benacerraf.

La primera de las críticas al estructuralismo de Shapiro apunta a cuestionar la concepción del lenguaje que considero supuesta en su propuesta. Resulta interesante señalar que esta concepción del lenguaje aparece en el texto mismo de Benacerraf. Argumentaré en favor de la idea de que el atomismo lingüístico asumi-

[1] Utilizo la expresión "ítem" u "objeto" en un sentido general. En este contexto, no deben comprenderse estas nociones como involucrando algún compromiso respecto del estatus de los objetos matemáticos.

do de modo no crítico, combinado con la disolución estructuralista del problema de la identificación que Shapiro pretende compatible con un realismo ontológico, atenta contra el intento de superación de una metafísica ingenua.

En segundo lugar, cuestionaré la opción por el estructuralismo *ante rem* de Shapiro, en la medida en la cual considero que la autonomía de las estructuras y su existencia independiente constituyen aspectos que entran en conflicto con el *dictum* quineano de acuerdo con el cual no es legítimo preguntarse (ni, por lo tanto, pronunciarse) por la realidad de los ítems de una ontología independientemente de algún marco conceptual.

Por último, argumentaré que tanto el problema de la identificación como la disolución del problema por parte de Benacerraf y el estructuralismo de Shapiro se enmarcan en estrategias de "todo o nada". Es decir, sus posiciones parten de una idea *dramática* de la ontología de la matemática. En este sentido, considero que no logran alejarse de la metafísica tradicional ni el estructuralismo *ante rem* que Shapiro defiende, ni la línea del estructuralismo que apenas esboza Benacerraf y que conduce, a mi entender, a un tipo de nominalismo. Retomaré, en este punto de la argumentación, algunas ideas señaladas en las críticas anteriores, de modo que esta tercera crítica, más abarcadora que las anteriores, permitirá bosquejar las conclusiones del presente trabajo.

Estas tres críticas son distinguidas aquí sólo a fines de claridad y orden expositivos, todas ellas remiten a un mismo problema, que he intentado capturar en el título de este trabajo: la obstinación por el realismo responde a supuestos metafísicos radicales.

2. Benacerraf y el *problema de la identificación* de los números naturales

Benacerraf formula, en "What numbers could not be", un problema que representa un desafío para el realismo ontológico en filosofía de la matemática.

La expresión "realismo" no es unívoca en filosofía, ni tampoco lo es en filosofía de la ciencia. Independientemente de que el realismo en filosofía de la ciencia no se identifique con el realismo tradicional en filosofía (y que en las discusiones respecto de la ciencia no se consideren las vinculaciones con las posiciones clásicas –por ejemplo, con el realismo platónico o el realismo aristotélico), ciertos aspectos del realismo y el antirrealismo remiten a aquellas posiciones tradicionales. Esto se hace evidente en filosofía de la matemática. Me referiré a cuestiones relativas al realismo en filosofía general, en la medida en que lo considere necesario, pero me restringiré, particularmente, al realismo científico.

La discusión entre realistas y antirrealistas exige explicitar los compromisos asumidos en ambas posiciones, así como de las diversas tesis realistas que se combinan para conformar variedades de realismo, y de las diversas tesis antirrealistas que resultan, también, en distintos tipos de antirrealismo. A los fines de no extenderme más allá de los límites del presente trabajo, dejaré de lado las variedades de realismo y antirrealismo que se suelen distinguir en filosofía de la ciencia.

Sí considero necesario establecer de modo general en qué consiste el *realismo científico* para comprender en qué consiste el realismo en matemática. Dado que una caracterización exhaustiva me alejaría del objetivo del presente trabajo, sólo me referiré a algunas distinciones dentro de lo que suele considerarse el realismo científico en la medida en que resulten útiles para comprender las posiciones de Benacerraf y el estructuralismo de Shapiro. No existe, en la filosofía de la ciencia, una única posición que pueda ser identificada con un conjunto consistente de tesis como aquellas que sostienen los realistas científicos. Por el contrario, se suelen establecer distinciones entre *tipos* de realismo científico (realismo ontológico, realismo semántico, realismo epistemológico, realismo axiológico, etc.)[2]. En términos generales, el realista científico que asume un realismo *ontológico* se compromete con una realidad independiente de la mente del sujeto *qua* sujeto cognoscente. Este constituye el compromiso mínimo del realismo. Por su parte, los realistas científicos que adoptan un realismo *semántico* se comprometen con la idea de que los enunciados científicos deben ser interpretados literalmente, y tienen valor de verdad.

Destaco estos dos tipos de realismo porque el estructuralismo de Shapiro se compromete con la idea de que aquello que estudia la matemática es independiente de la mente del sujeto que conoce, es decir, hay *algo* objetivo sobre lo que versa la matemática, y se compromete, asimismo, con un realismo respecto de la verdad de los enunciados matemáticos.

Volvamos ahora al problema de la identificación de Benacerraf. El punto de partida para la formulación de este problema es la idea de que todos los campos de la matemática podrían ser reducidos a teoría de conjuntos. En la medida en la cual toda la matemática puede virtualmente modelarse en teoría de conjuntos, Benacerraf analiza, en su artículo, la reducción de la aritmética. La preocupación filosófica que opera como hilo rector en el análisis de esta reducción es la preocupación fundamental de la metafísica tradicional: el problema de Benacerraf nos retrotrae a la indagación clásica, esto es, a la pregunta por *cuál es la naturaleza de los entes básicos del mundo*. Y la pregunta particular que se hace Benacerraf, que emerge de este fondo filosófico tradicional, es la pregunta por *qué son* los números naturales. Si la aritmética se reduce a teoría de conjuntos, habría qué poder responder la pregunta por *qué conjunto particular es un determinado número*. Dada, por ejemplo, la expresión “2”, deberíamos estar en condiciones de determinar qué conjunto particular de objetos contiene aquello a lo que refiere realmente la expresión.

[2] *Cfr*. Kukla, 1998.

Si hay un tipo particular de objetos, los conjuntos, para todos los objetos matemáticos, ¿qué conjunto *es* un determinado número? Los realistas en matemática pretenden que los números naturales sean objetos matemáticos; y si a esta pretensión realista se suma la idea de que todos los objetos matemáticos son conjuntos, entonces cabe preguntar *qué conjuntos son los números naturales*.

El problema que expone Benacerraf es que no hay un único modo de identificar los números naturales con conjuntos; hay varias reducciones de la aritmética. Un modo de reducir la aritmética es el que ofrece la versión de von Neumann, de acuerdo con la cual los números naturales son ordinales finitos:

2 es {Ø, {Ø}}
4 es {Ø, {Ø}, {Ø, {Ø}}, {Ø, {Ø}, {Ø, {Ø}}}},
y por lo tanto
$2 \in 4$

Otro modo de reducir la aritmética a teoría de conjuntos es el que brinda la versión de Zermelo, de acuerdo con la cual:

2 es {{ Ø }}
4 es {{{{ Ø }}}}
y por lo tanto
$2 \notin 4$

Benacerraf afirma que no sólo tenemos estas dos reducciones de la aritmética, sino que además, no hay modo de decidir entre ambas. Cada una satisface los requisitos que debe cumplir una reducción. Si esto es así, si ambas ofrecen identificaciones correctas de los números naturales, entonces no hay respuesta a la pregunta por si 2 realmente es un miembro de 4 o si no lo es. Benacerraf afirma que, efectivamente, cada una de estas dos versiones ofrece una identificación correcta de los números, porque ambas permiten identificar el significado y la referencia de las expresiones de números. De acuerdo con estas dos versiones, algún conjunto particular de objetos contiene aquello a lo que refiere la expresión “2”, pero estos conjuntos, así como las relaciones definidas en cada uno, son diferentes en cada caso. Y si esto es así, pareciera no haber respuesta a la pregunta por *qué son*, realmente, los números naturales, si son los ordinales finitos de von Neumann, los numerales de Zermelo u otros conjuntos.

El realista quisiera que si un número es un conjunto particular, entonces no pudieran existir dos versiones correctas de dicho número. No debería ser posible que dos versiones que determinaran correctamente el significado y la referencia de un número, le asignaran dos conjuntos distintos.

Revista de Filosofía
Vol. 38 Núm. 1 (2013): 7-28

El problema que encuentra Benacerraf es que las versiones de von Neumann y Zermelo, siendo diferentes, satisfacen ambas, empero, las condiciones necesarias y suficientes para la asignación de conjuntos a los números naturales. Afirma:

> En términos fregeanos, cada visión fija el *sentido* de las palabras cuyo análisis ofrece. Cada visión debe también, por lo tanto, fijar la *referencia* de estas expresiones. Sin embargo, como hemos visto, un modo en el cual estas visiones difieren es en los referentes que asignan a los términos analizados. (…) Dada la identificación de los números como algún conjunto particular de conjuntos, las dos visiones acuerdan, en general, en las relaciones definidas en ese conjunto; en ambas tenemos lo que es demostrablemente una progresión recursiva y una función de sucesión que sigue el orden de dicha progresión. Además, las nociones de cardinalidad están definidas en términos de la progresión, asegurando que se convierte en un teorema para cada *n* que un conjunto tiene *n* miembros si y sólo si puede ser puesto en una correspondencia uno a uno con el conjunto de los números menores o iguales a *n*. Finalmente, las operaciones aritméticas ordinarias están definidas para esos 'números'. Ellas difieren en el modo en que la cardinalidad es definida (…) (Benacerraf, 1965, pp. 279-280).

De acuerdo con la posición realista, entonces, o bien ninguna de estas visiones es correcta o bien una y sólo una es correcta, y debería haber razones convincentes para sostener que un número es un conjunto y no otro. La solución realista a este problema consistiría entonces en determinar cuál de estas visiones establece qué conjuntos son los números *realmente*, visión que debe excluir a las restantes candidatas. Sin embargo, sostiene Benacerraf, para decepción del realista, no hay ningún modo vinculado con la referencia de las expresiones de números que obligue a una decisión.

Benacerraf concluye que los números no son conjuntos. Afirmar que los números son conjuntos va mucho más allá de hallar un conjunto de objetos que pueda "hacer el trabajo" de los números: cualquier sistema de objetos, sean o no conjuntos, que formen una progresión recursiva sería adecuado. De modo que la identificación de los números con conjuntos no está garantizada. Hemos visto que no hay modo de garantizar esto en la medida en que no puede determinarse qué conjunto particular es un número, y esto es así porque no hay modo de establecer qué conjunto constituye el referente de un término de número.

Ahora bien, según Benacerraf resulta extraño afirmar que cualquier sistema de objetos –sean o no conjuntos– que formen una progresión recursiva valdría, porque cualquier conjunto recursivo podría ser organizado en una progresión recursiva. A partir de esto, concluye que lo que realmente importa no es ninguna condición que se imponga a los objetos, sino la condición que se imponga a la relación bajo la cual forman una progresión. Que una secuencia cualquiera valdría evidencia que lo que importa no es la individualidad de cada elemento, sino la *estructura* que exhiben esos elementos juntos. Ningún objeto "hace el trabajo" de un número, sino todo el sistema.

Y extendiendo el argumento que permitía concluir que los números *no son conjuntos*, concluye ahora que los números *no son objetos*, dado que no hay razones para identificar un número individual con un objeto particular más que con algún otro.

Según Benacerraf es imposible individualizar los números *independientemente del rol que cumplen en una estructura*. Afirma:

> Los números no son objetos porque estableciendo las propiedades (esto es, las condiciones necesarias y suficientes) de los números, se caracteriza meramente una estructura abstracta –y la distinción descansa sobre el hecho de que los 'elementos' de la estructura no tienen otras propiedades que aquellas que los relacionan con otros 'elementos' de la misma estructura (Benacerraf, 1965, p. 291).

Aquí Benacerraf esboza una posición estructuralista. Veremos en el próximo apartado que este esbozo del estructuralismo disuelve el problema de la identificación y que el estructuralismo que desarrolla Shapiro pretende capitalizar este logro. Ahora bien, la disolución del problema por parte de Benacerraf conduce a abandonar el realismo ontológico, consecuencia que Shapiro intentará evitar.

3. La disolución del problema de identificación. El esbozo del estructuralismo en Benacerraf y el estructuralismo realista de Shapiro. Consideraciones generales

El problema de la imposibilidad de la identificación de los números naturales con conjuntos condujo a Benacerraf a la conclusión de que los números no sólo no son conjuntos, sino que no es posible identificar un número natural con ningún objeto. La aritmética elabora, según el autor, la estructura abstracta que todas las progresiones, en tanto que progresiones, tienen en común, no se ocupa de objetos. Esto muestra, según él, que la pregunta por *qué objetos* sean los números no debe formularse. No hay respuesta a esta pregunta, porque no hay objetos que puedan identificarse con los números. Luego de exponer esta conclusión, que anula la pregunta misma, Benacerraf afirma que los términos o expresiones de números no tienen *referentes*. El error consiste en buscar un referente, es decir, pretender hallar el referente objetivo de las expresiones de números. Volveré sobre la cuestión de la referencia más adelante.

El problema mismo, que representaba un desafío para el realismo respecto de las "entidades" sobre las cuales versa la aritmética, se disuelve de manera tal que la propia disolución continúa constituyendo un desafío para el realismo ontológico. Y es en este punto en el que Shapiro pretende, aceptando el núcleo de la argumentación de Benacerraf, alejarse de su propuesta.

Analizaré en primer lugar algunas tesis fundamentales del estructuralismo en el pensamiento de Benacerraf que son luego desarrolladas por Shapiro. Según Benacerraf, si cabe hablar de la individualidad de un determinado número natural, es necesario afirmar que esta individualidad se deriva únicamente de la relación con otros miembros de la secuencia de la que forma parte dicho número y a partir de las reglas que gobiernan el uso de la secuencia. Esta idea es retomada por el estructuralismo. Tanto Shapiro como Michael Resnik (1997) afirman que los números naturales son lugares o posiciones ("places", "positions") en estructuras ("structures", "patterns"). Y la individualidad de un número natural, si cabe hablar de ella, se determina a partir de las relaciones que mantiene con los otros miembros de la estructura de la que forman parte. En palabras de MacBride,

> (…) los objetos matemáticos son identificados (literalmente) con posiciones dentro de estructuras (…). Por ejemplo, la progresión de los números naturales es, ella misma, una estructura universal, los números individuales son lugares o posiciones dentro de la estructura, sus propiedades y relaciones son determinadas exclusivamente por el rol que juegan allí, y cada propiedad o relación de un número *n* es consecuencia de ser la posición *n* en la estructura de los números naturales. (MacBride, 2004, p. 577).

El núcleo del acuerdo es la idea según la cual la aritmética versa sobre estructuras, y los números naturales son posiciones o lugares en esas estructuras, de modo que no tiene sentido buscar una identificación de un número natural tomado aisladamente, es decir, con independencia de los otros miembros de la estructura. Shapiro concuerda con Benacerraf en considerar que la aritmética es una ciencia que versa sobre estructuras (para Shapiro toda la matemática lo es), y que *lo que sea* un número – Shapiro se refiere a su "esencia"– es la relación que mantiene con los otros números naturales: "El número dos, por ejemplo, no es más ni menos que la segunda posición en la estructura de los números naturales (...) La esencia de 2 es ser el sucesor del sucesor de 0, el predecesor de 3, el primer primo (...)" (Shapiro, 1997, p. 72). De acuerdo con Resnik: "Los objetos de la matemática, esto es, las entidades que denotan nuestras constantes matemáticas y cuantificadores, son ellos mismos (...) posiciones en estructuras. Y como tales, no tienen identidad o aspectos distintivos por fuera de una estructura." (Resnik, 1997, p. 201). Hasta aquí parece no haber diferencias importantes entre las concepciones que estos tres autores tienen acerca de aquellas "cosas" de las que nos habla la aritmética.

Sin embargo, la conclusión de Benacerraf es drástica para el realismo ontológico, porque afirma que los números no son objetos, en ningún sentido. Y de esta afirmación quiere alejarse explícitamente Shapiro. Este afirma que no está garantizado concluir que los números no sean objetos, porque esto depende de *qué sea* ser un *objeto*. Benacerraf y Shapiro acuerdan en que los números naturales no son nada considerados aisladamente, sino que la individualidad de cada número natural depende de las relaciones que guarda con los otros elementos de la estructura a la que pertenece. De manera que ahora la cuestión que es necesario resolver según Shapiro es *si un lugar en una estructura es un objeto o no*. Y esta cuestión se plantea con el explícito propósito de defender el realismo ontológico[3].

Veamos, entonces, qué responde Shapiro a la pregunta por si los lugares en estructuras son o no objetos (en un sentido realista). Los números naturales son lugares en una estructura. Y en matemática las estructuras son previas a sus lugares. Se torna necesario formular dos preguntas ontológicas, una concerniente a las estructuras y otra a los lugares de una estructura. Respecto de las estructuras, Shapiro hace un breve recorrido histórico por las posiciones tradicionales en filosofía respecto del antiguo problema de los universales, dado que la relación entre los lugares y las estructuras es una relación que puede ser modelada de acuerdo con el vínculo que se establece entre un particular y el universal. Recorre el platonismo, el aristotelismo, el conceptualismo y el nominalismo para concluir que respecto de las estructuras, él defiende un realismo *ante rem*, de acuerdo con el cual las estructuras son autónomas ("freestanding"), independientes de los sistemas que constituyen sus instanciaciones. Se aleja de otros tipos de estructuralismo (el eliminativista y el modal) que son realistas respecto de la verdad, pero no respecto de la ontología, porque el realismo que el propio Shapiro pretende defender es un realismo ontológico, además de un realismo semántico.

Ahora bien, cabe preguntar qué significa ser realista ontológico cuando se establece la distinción entre dos preguntas ontológicas. Según lo expuesto hasta aquí, podría pensarse que el realismo ontológico debe comprometerse al menos con estas ideas: hay algo objetivo de lo que se ocupa la aritmética (y la matemática en general); eso objetivo, independiente de la mente del sujeto que conoce, son estructuras. Pero además, Shapiro se muestra incómodo con la conclusión de Benacerraf según la cual los números naturales no son objetos. De modo que cabría esperar que los números naturales, que no son sino posiciones en estructuras, también sean objetos, y que existan con independencia de la mente del sujeto que conoce. De hecho, Shapiro afirma que la aritmética trata los números desde la perspectiva según la cual *las posiciones en estructuras son objetos*[4]. Y distingue esta perspectiva de la perspectiva según la cual *las posiciones en estructuras son meros lugares*[5]. De acuerdo

[3] El compromiso con la tarea de defender el realismo ontológico no constituye un esfuerzo aislado. El estructuralismo de Resnik se propone el mismo objetivo. Afirma el filósofo que su realismo consiste en tres tesis, una de las cuales afirma: "los objetos matemáticos existen independientemente de nosotros y nuestras construcciones." (Resnik, 1997, p. 4). Para un análisis comparado entre el estructuralismo de Shapiro y el estructuralismo propuesto por Resnik, *cfr*. MacBride, 2004.

[4] En lo sucesivo utilizaré la expresión en inglés, "*places-are-objects*".

[5] En lo sucesivo utilizaré la expresión en inglés, "*places-are-offices*".

con la primera de estas perspectivas, los números *son objetos* (idea que un realista, según el autor, debe sostener): "los números son objetos en su propio derecho, concebidos independientemente de cualesquiera objetos que puedan ocupar esas posiciones" (MacBride, 2004, p. 577). La conclusión de Benacerraf (que ponía en cuestión el realismo como una tesis sostenible si uno afirma que los números no son sino lugares en estructuras), afirmaba que los números no son objetos, *en ningún sentido*. Pero Shapiro, que concuerda con la caracterización de los números como lugares en estructuras, rechaza la conclusión de Benacerraf afirmando que hay una perspectiva desde la cual es legítimo afirmar que los números *son* objetos.

Shapiro sostiene que existe una evidente distinción entre concebir los números naturales como objetos "en su propio derecho" –en palabras de MacBride– y concebirlos como meros lugares o posiciones en una estructura. El estructuralismo *ante rem*, de acuerdo con el filósofo, respeta dicha distinción, aunque la considera relativa. La noción de objeto matemático es una noción relativa: aquello que es un objeto "en su propio derecho" desde la perspectiva *places-are-objects*, es un mero lugar en una estructura desde la perspectiva *places-are-offices*.

De acuerdo con la perspectiva *places-are-objects*, los lugares mismos de una estructura son "tratados" como objetos *bona fide*; estos objetos constituyen los referentes de los términos, habiendo restringido el lenguaje a la teoría de la estructura, un lenguaje limitado a los términos de los lugares y relaciones de la estructura en cuestión[6]. Desde la perspectiva *places-are-offices*, las posiciones en estructuras no son objetos, sino que constituyen meros *lugares*, en el sentido de que deben ser "llenadas" con objetos determinados por una ontología dada: "Desde la perspectiva places-are-offices los números naturales son oficinas o roles (el rol 0, el rol 1, el rol 2) esperando a ser llenados con los objetos provenientes de alguna ontología de base." (MacBride, 2004, p. 577). La perspectiva *places are objects* presupone que hay o puede haber otra perspectiva de acuerdo con la cual lo que es considerado un objeto sea considerado un mero lugar (*office*), a ser "llenado" con otra ontología.

He expuesto, hasta aquí, la idea estructuralista exigida por el problema de Benacerraf, de acuerdo con la cual los números naturales son considerados lugares o posiciones en estructuras. Analizaré en los siguientes apartados algunos supuestos involucrados en las posiciones de Shapiro y Benacerraf.

---

[6] La perspectiva "*places-are-objects*" presenta una variedad de problemas filosóficamente relevantes. Entre ellos, destaca el problema de la *identidad* y distinguibilidad de los lugares/posiciones en estructuras, que no trato aquí, porque ha sido tratado en otro trabajo (*cfr*. Narvaja, Córdoba, Lombardi, 2011). Al respecto, ver la discusión entre Shapiro y Keränen en Keränen, 2006 y Shapiro, 2006a y 2006b y en Shapiro 2008.

4. Primera crítica: El atomismo lingüístico supuesto en el estructuralismo *ante rem*

Argumentaré que la concepción del lenguaje latente en la defensa de Shapiro de su estructuralismo *ante rem* es una concepción atomística del lenguaje. El mismo Benacerraf asume esta concepción.

De acuerdo con el enfoque atomístico del lenguaje, el punto de contacto entre la teoría semántica y la evidencia está situado en las asignaciones de valor semántico a los términos, palabras o átomos del lenguaje. El vínculo referencial va desde el mundo hacia el lenguaje y no a la inversa: la relación lenguaje-mundo es una relación asimétrica, donde la responsabilidad de la referencia recae en las cosas mismas (*cfr*. Orlando, 1999). En las teorías causalistas de la referencia formuladas por Kripke (1980) y Putnam (1975) esto es evidente: son las cosas mismas, dadas existencialmente, las responsables de la referencia[7]. Lo mismo ocurre en la teoría descriptivista de la referencia formulada por Frege (1892), dado que según esta concepción, la referencialidad exitosa depende de la *asimétrica* relación de verdad[8].

La conclusión de Benacerraf, de acuerdo con la cual –dado que los números naturales no son objetos– no hay referentes para los términos de números es, a mi entender, más razonable que la obstinación de Shapiro por salvar los referentes. En este sentido, me apoyo en la siguiente afirmación de MacBride: "(…) la identificación de los objetos matemáticos con posiciones en estructuras descansa sobre la tesis de que los objetos matemáticos son objetos en su propio derecho, pero esta tesis (…) es más increíble que creíble y es mucho mejor concebir las posiciones con un espíritu nominalista." (MacBride, 2004, p. 585). Sostengo que el atomismo lingüístico asumido de modo no crítico atenta contra el intento de superación de una *metafísica ingenua* en la particular disolución estructuralista del problema de la identificación que pretende ofrecer, al propio tiempo, una posición realista respecto de la matemática.

7 Recordemos que de acuerdo con la teoría causalista de la referencia, la relación que los términos tienen con sus objetos denotados es una relación directa, no mediada por ninguna otra instancia. Que un objeto determinado constituya el referente de un término se explica apelando a la idea de causalidad: hay un vínculo causal que determina la referencia. La relación causal tiene lugar en el mecanismo de fijación de la referencia de un término, el "bautismo inicial" o "evento introductorio", y en una cadena causal, situada históricamente, que constituye el mecanismo de transmisión del término entre los hablantes. Según Kripke, los términos del lenguaje que se comportan de este modo son los denominados "designadores rígidos": nombres propios, términos de clases naturales y algunas descripciones matemáticas. Un designador rígido designa o refiere al mismo objeto en todo mundo posible en el que el objeto existe.

8 Recordemos que de acuerdo con la teoría descriptivista de Frege, un término *t* refiere a un objeto *x* si y sólo si la descripción asociada con el término (el *sentido* del término) es *verdadera* respecto de ese objeto y no de otro.

Shapiro, en su defensa del estructuralismo realista *ante rem*, intenta defender la idea de que la aritmética trata los números desde la perspectiva *places-are-objects*, lo que constituye una base para el realismo ontológico. Cuando hace estas afirmaciones, sostiene que los términos de números "son términos singulares genuinos, semántica y gramaticalmente" (Shapiro, 1997, p. 10). El estructuralismo *ante rem* considera que los enunciados de la matemática tienen valor de verdad objetivo y determinado. En este sentido, además de un realismo ontológico, el realismo de Shapiro es lo que aquí he denominado un "realismo semántico". Pero cabe destacar que el filósofo en "Structure and Identity", en el año 2006[9], vuelve a insistir sobre esto y afirma explícitamente que su objetivo es defender, además, un "realismo referencial". Esta posición se compromete con la tesis de que el lenguaje matemático tiene una relación de referencia determinada –"los términos singulares de la aritmética tienen referencia determinada" (Shapiro, 2006a, p. 124).

Los términos singulares involucrados en los enunciados matemáticos, entonces, *denotan* objetos *bona fide*, según el realismo referencial de Shapiro. ¿Cómo debe interpretarse esto? Shapiro sostiene que los lugares de la estructura de los números naturales pueden ser ocupados por cualquier cosa. De manera que hablar de referencia o denotación de objetos *bona fide* sólo tiene sentido desde una perspectiva, la perspectiva *places-are-objects*, pero no absolutamente. Sin embargo, Shapiro no problematiza la noción de referencia. Si las posiciones en estructuras son meros lugares, no tiene sentido preguntarse por sus referentes. A esta conclusión llega Benacerraf. Y en este sentido creo que su posición se dirige hacia un nominalismo y es, por tanto, más sólida que la propuesta de Shapiro. ¿Por qué? Porque según Benacerraf los números naturales no son objetos en ningún sentido. De modo que al considerar los términos o expresiones de números, no parece quedar otra opción que afirmar que estos términos son meros nombres. Afirma explícitamente que no hay dos polos: el polo del lenguaje constituido por los términos de números (por ejemplo, la expresión "3") y el polo objetivo que constituye el referente de dicho término (aquel objeto denotado por la expresión "3"). En este sentido considero que la posición de Benacerraf que disuelve el problema de la identificación por medio del esbozo de un estructuralismo conduce a un nominalismo. Pero Shapiro no quiere adherir a esta conclusión antirrealista, de modo que exige que los términos singulares refieran, que sean considerados genuinos, *semántica y gramaticalmente*. Y refieren, según él, a objetos *bona fide*, esto es, objetos confiables, postulados de acuerdo con la perspectiva *places-are-objects*. Por supuesto, esta misma perspectiva es relativa. Cabría afirmar, por lo tanto, que la referencia es también relativa y no absoluta. Pero no se dirige a esto mi crítica al estructuralismo realista.

---

[9] En este texto de 2006 Shapiro responde a algunas de las críticas que recibió el estructuralismo matemático que había formulado y desarrollado en el libro de 1997. Considero, sin embargo, que las críticas aquí desarrolladas se dirigen a la opción *ante rem* del estructuralismo que Shapiro continúa defendiendo después de 1997.

Si los números no son objetos considerados aisladamente, si su naturaleza (o "esencia") no puede ser determinada con independencia de las relaciones que el número mantiene con los otros elementos de la estructura, ¿por qué, entonces, mantener la exigencia realista de que los términos de números refieran de modo análogo a como las teorías tradicionales exigen que refiera un término de cualquier discurso a cualquier ítem extralingüístico? Esto es, la relación de referencia que tiene en mente Shapiro al afirmar que los términos singulares genuinamente refieren, es una relación comprendida de acuerdo con el tradicional atomismo lingüístico en la filosofía del lenguaje. La crítica podría formularse del siguiente modo: si se acepta que los objetos matemáticos no son objetos aislados de los otros, por qué no pensar el lenguaje de un modo distinto de aquel que supone que la relación de referencia es un particular vínculo que se da entre un término del lenguaje considerado aisladamente y un objeto que constituye su referente objetivo aislado e independiente de los otros ítems extralingüísticos.

Mi crítica conduce necesariamente a la pregunta por los supuestos que creo que operan en este modo no crítico de comprender el lenguaje. La pregunta por *el* referente individual de un término individual no tiene otro origen que una concepción metafísica ingenua, esto es: que el mundo está poblado por ítems individuales, distinguibles del resto, que constituyen el polo objetivo de al menos cierto tipo de términos del lenguaje. La idea de que es posible identificar para cada término un significado y un referente se debe a una concepción metafísica, sobre la cual se montan las concepciones tradicionales del lenguaje y, específicamente, las dos teorías fundamentales de la referencia formuladas por Frege y por Kripke y Putnam. No resulta casual que todas las defensas de lo que se denomina realismo científico crítico en filosofía de la ciencia que pretenden defender su posición por medio de argumentos que apelan a la noción de referencia, no puedan alejarse de estas dos concepciones (la descriptivista de Frege y la causalista de Kripke y Putnam), proponiendo en general teorías mixtas que, a juicio de los realistas, dan cuenta del vínculo referencial entre un término individual del lenguaje científico (un término teórico o un término de clase natural) y un objeto, entidad, propiedad o hecho individual del mundo objetivo (*cfr.*, por ejemplo, Psillos, 1999 y Niiniluoto, 1999). Los argumentos de los realistas científicos que apelan a la noción de referencia para defender su posición hacen un buen recorrido por las dos teorías fundamentales de la referencia y en todos esos argumentos se evidencian los mismos supuestos que operan aquí también, en la filosofía de la matemática: que la relación de referencia es una relación uno-a-uno (un término-un objeto) y que la referencia es *única*. Este supuesto de la unicidad de la referencia se debe a un compromiso metafísico de base: que la unicidad referencial (y por lo tanto, el éxito referencial de los términos de la ciencia) se debe, en última instancia, a la unicidad de referentes objetivos distinguibles entre sí.

Los realistas en matemática no pueden tampoco, desembarazarse de este supuesto, aun aceptando que la referencia de, por ejemplo, un número particular en la estructura de los números naturales es relativa a una perspectiva (la perspectiva *places-are-objects*). Porque de aceptar esta relatividad, no se comprende cabalmente por qué la obstinación por continuar exigiendo que haya referencia exitosa, que el discurso matemático sea un discurso referencial en un sentido "genuino". Considero que la concepción que se tiene del lenguaje es deudora de compromisos metafísicos más básicos. Si Shapiro pretende desembarazarse de la metafísica tradicional por medio de su alejamiento del realismo platonista (de acuerdo con el cual la esencia de un número es independiente de las relaciones que mantiene con los otros números), ¿por qué no logra desembarazarse de la metafísica que hereda al adoptar una concepción atomista del lenguaje, al exigir que los términos refieran exitosamente a los objetos *bona fide*? ¿Por qué, si los números no son objetos aislados, con una esencia en sí y por sí misma, preguntar por la referencia de los términos de números como ítems lingüísticos aislados?

Considero que el atomismo lingüístico presupone un atomismo ontológico, la idea de que un término refiere a un objeto se funda sobre la base de que hay objetos discernibles del resto, cuya esencia (en el caso de Kripke esto es evidente) es la responsable del éxito referencial. ¿Por qué, entonces, negar mediante el estructuralismo el atomismo para los números naturales y, al propio tiempo, formular la pregunta por la referencia de los términos del lenguaje matemático desde un atomismo lingüístico?

¿Por qué aceptar, como de hecho acepta Shapiro, la tesis de la relatividad ontológica de Quine pero no asumir realmente el holismo semántico de Quine, abandonando de una buena vez la pregunta por la correspondencia referencial un término-un objeto? Los análisis semánticos de Quine ponían de relieve, precisamente, que toda atribución de realidad debe ser efectuada relativamente, "desde el interior de nuestra propia teoría del mundo, pues de otro modo resulta incoherente" (Quine, 1981, p. 32). No resulta, entonces, del todo comprensible que Shapiro continúe exigiendo referencialidad exitosa y "genuina" para el lenguaje matemático en términos atomísticos; considero que esta exigencia proviene únicamente del compromiso con ciertos supuestos ontológicos radicales.

5. Segunda crítica ¿Relatividad ontológica o radicalidad ontológica? La opción *ante rem*

En este apartado me propongo cuestionar la opción por el estructuralismo *ante rem* de Shapiro, dado que la autonomía de las estructuras respecto de sus instancias y su existencia independiente entran en conflicto, a mi entender, con un *dictum* quineano que Shapiro pretende acatar.

De acuerdo con Shapiro, el estructuralismo *ante rem* se compromete con la existencia independiente de las estructuras –universales– y exige una teoría de estructuras, dado que es necesario detener la regresión de sistemas y estructuras en un universo de estructuras. Para el filósofo, esto se debe a que son las *estructuras mismas* las que "están en la ontología". Si las estructuras mismas conforman la ontología con la cual se compromete el estructuralismo *ante rem*, es necesaria una relación de identidad para las estructuras[10]. Afirma Shapiro –tanto en el libro de 1997 como en 2006a– que está de acuerdo con el *dictum* quineano según el cual no hay entidades si no hay identidad. Shapiro pretende defender un realismo matemático y afirma, de acuerdo con Quine, que es necesario que existan *criterios* para identificar los objetos dentro de una teoría o lenguaje. En la medida en la cual una ontología es relativa a la teoría o el lenguaje, la misma teoría define esos criterios de identidad. De acuerdo con Quine, es cada lenguaje el responsable de comprometernos con una ontología: es responsable de determinar las entidades individuales que forman parte de la ontología, sus propiedades y relaciones. Consecuentemente con el rol que cumple el lenguaje según Quine, las preguntas ontológicas carecen de sentido si son formuladas de modo absoluto, sólo pueden ser preguntadas y respondidas desde dentro de un marco conceptual determinado.

Según Shapiro, los únicos ítems en la ontología son las estructuras, los lugares, las relaciones y funciones; todo otro ítem debe ser construido a partir de ellos. Precisamente, el realismo *ante rem* le parece la mejor de las opciones para su posición estructuralista porque considera que articula las nociones de estructura, teoría y objeto. Considero que puede articularse coherentemente la idea de que una estructura es anterior a sus instancias (a los sistemas que la instancian) con la tesis quineana de la relatividad ontológica, en la medida en la cual el compromiso con un objeto (es decir con un lugar en la estructura considerado desde la perspectiva *places-are-objects*) depende de la estructura y no de ningún aspecto que pudiera afirmarse que es propio del objeto (estos objetos *son lo que son* por ser lugares en estructuras). En este sentido, la opción *ante rem* permite, dada una teoría matemática que versa sobre una determinada estructura, que sea la teoría la que determina la ontología de los objetos en tanto que lugares en la estructura.

Pero el mismo Shapiro había planteado que la pregunta ontológica no debe dirigirse únicamente a los lugares en las estructuras. Es decir, es legítimo preguntarse si los lugares en una estructura son objetos (pregunta que Shapiro responde afirmativamente desde la perspectiva (relativa) *places-are-objects*). Pero también cabe dirigir la pregunta ontológica a las estructuras. Y no parece consistente con la relatividad ontológica la idea de que las estructuras, en tanto ítems ontológicos, son *ante rem*.

[10] Resnik (1997), por el contrario, afirma que no hay tal relación de identidad, argumentando que no es posible determinar si dos estructuras son la misma estructura o son distintas, ni si dos sistemas ejemplifican la misma estructura.

Quizás podría responderse a mi crítica afirmando que, de acuerdo con Shapiro, en las estructuras matemáticas (a diferencia de las estructuras no matemáticas), las relaciones son meramente formales o estructurales. De manera que no habría compromisos ontológicos absolutos. Si esto es así, ¿por qué entonces comprometerse con un realismo *ante rem*? ¿Qué significa que las estructuras son *ante rem*? Queda claro que el hecho de que las estructuras matemáticas son *ante rem* significa que las estructuras matemáticas son autónomas. Pero mi pregunta apunta, precisamente, a este punto: ¿qué significa (y, por lo tanto, cómo puede justificarse) que las estructuras son autónomas o independientes ("freestanding")? ¿Qué necesidad hay de postularlas como "entidades" independientes que conforman la ontología? Si la necesidad se debe a la exigencia de detener la regresión al pensar acerca de las relaciones entre sistemas y estructuras y, por lo tanto, es necesario comprometerse con un "universo de estructuras", considero que Shapiro no logra desembarazarse de la metafísica tradicional platónica.

De hecho, Azzuoni critica al estructuralismo que permanece comprometido con una ontología radical, que sólo reemplaza los tradicionales objetos inertes de la matemática por algo distinto[11]. En esta misma línea de cuestionamiento del aspecto *ante rem* del estructuralismo, Hand afirma (vinculando el estructuralismo *ante rem* con la concepción platónica de las Ideas) que el aspecto de autonomía de las estructuras conduce a una regresión del tipo del argumento del tercer hombre[12]. Si dos sistemas (el sistema de los ordinales finitos de von Neumann y el sistema de los numerales de Zermelo) ejemplifican una misma estructura (la estructura de los números naturales), la cual también es ejemplificada por otro sistema (los números naturales, considerados desde la perspectiva *places-are-objects*), entonces se necesita una nueva estructura que la estructura de los números naturales comparta con los ordinales finitos de von Neumann y con los numerales de Zermelo. Shapiro responde a esta crítica a partir de la distinción entre perspectivas (la perspectiva *places-are-objects* y la perspectiva *places-are-offices*): no se necesita el "tercer hombre" dado que "la estructura de los números naturales en sí misma ejemplifica la estructura de los números naturales". Esto es así porque los lugares de la estructura de los números naturales (como *places-are-objects*) puede ser organizada en un sistema; ese sistema ejemplifica la estructura de los números naturales (ahora considerados como *places-are-offices*). No se necesita una tercera estructura. La estructura de los números naturales, como un sistema de lugares, se ejemplifica a ella misma. No encuentro satisfactoria esta respuesta; considero que la distinción de perspectivas, que se pretende una distinción relativa, se podría mantener sin necesidad de comprometerse con la naturaleza *ante rem* de las estructuras. Lo que cuestiono de la opción *ante rem* es que parece no ser exigida por nada más que por –nuevamen-

[11] Ver la crítica de Azzuoni al estructuralismo en Shapiro, 1997, pág. 82.
[12] Ver la crítica de Hand a la independencia de las estructuras en Shapiro, 7997, pág. 101.

te– el objetivo de mantener un realismo matemático que se funda sobre un realismo metafísico ingenuo no crítico.

Según Shapiro, entonces, las estructuras son independientes y son prioritarias respecto de sus lugares; afirma: "Una estructura existe con independencia de cualquiera de sus instanciaciones" (Shapiro, 2006a, p. 119). La prioridad de las estructuras que pretende defender Shapiro, ¿es una prioridad ontológica? Si se atiende a la idea de que las relaciones son meramente estructurales o formales, podría afirmarse que se trata meramente de una prioridad lógica; ¿por qué, entonces, afirmar que las estructuras "están en la ontología"? En el año 2006 Shapiro se propone explícitamente aclarar algunas de las afirmaciones que había realizado en 1997 respecto de la prioridad de las estructuras y sostiene "(…) he afirmado (o he intentado afirmar) que una *estructura* dada es ontológicamente o metafísicamente anterior a sus lugares. Esta es la tesis ontológica central del estructuralismo ante rem." (Shapiro, 2006a, p. 142). ¿Qué significa que las estructuras son anteriores a los "objetos" matemáticos que contienen?

El mismo Shapiro afirmaba que hay preguntas no legítimas, y que la conclusión de Benacerraf de acuerdo con la cual los números no son objetos en términos absolutos es una conclusión exagerada, dado que pretende ofrecer una respuesta absoluta a una pregunta que debe responderse relativamente, de acuerdo con determinada perspectiva. Afirma Shapiro que las preguntas legítimas, esto es, las preguntas que sí pueden obtener una respuesta, son preguntas sobre relaciones definibles en un determinado lenguaje (por ejemplo, en el lenguaje de la aritmética), es decir, preguntas *internas* a una determinada estructura (por ejemplo, la estructura de los números naturales). Más aun, si esto es así, si no puede responderse de modo absoluto la pregunta por la naturaleza o la cualidad de objetos de las posiciones dentro de las estructuras, ¿cómo es que sí se puede responder en términos absolutos la pregunta ontológica por la naturaleza independiente de las estructuras mismas?

Shapiro no quiere comprometerse con un realismo *in re*, en el sentido de que no quiere comprometerse con particulares (sistemas de objetos particulares), sino que quiere comprometerse con universales (estructuras). No quiere comprometerse con los particulares más en contra de Platón que en contra de Aristóteles, porque no quiere comprometerse con esencias que no dependan de relaciones. Sin embargo, considera defendible el realismo ontológico respecto de los objetos matemáticos (los lugares en las estructuras desde la perspectiva *places-are-objects*), asumiendo la relatividad de la cualidad de objetos de estos lugares. Es decir, se identifican los objetos relativamente a las relaciones que mantienen con los otros, es decir, relativamente a la estructura. ¿Por qué, entonces, asumir un realismo ontológico *ante rem* respecto de las estructuras? Considero que no se explica cómo la opción *ante rem* se compatibiliza con la tesis de la relatividad ontológica de Quine. La necesidad de postular el carácter *ante rem* de las estructuras, sólo se debe, a mi entender, a un compromiso metafísico fuerte, y respaldan mi posición las críticas de Azzuoni y de Hand mencionadas anteriormente. Aun si no se quiere ir tan lejos en una crítica al estructuralismo subsumiéndolo en la tradición metafísica tradicional, al menos creo que sí cabe aceptar que no queda claro por qué postular la naturaleza *ante rem* de las estructuras, ni qué significa esto exactamente en la propuesta de Shapiro.

He afirmado que la opción *ante rem* no viene exigida más que por ciertos supuestos realistas aceptados previamente. En este sentido, afirma MacBride que los filósofos de la matemática van más allá de la matemática misma al extraer conclusiones metafísicas acerca de los objetos matemáticos. Pero en muchos casos, se pretende extraer estas conclusiones supuestamente sobre la base del modo en que los propios matemáticos identifican sus objetos[13]. Hasta ahora, he querido señalar que las conclusiones que extrae Shapiro y que comprometen al filósofo con la opción *ante rem*, si bien pueden tener como punto de partida el modo en que los matemáticos identifican sus objetos, no se basan ni en la práctica matemática ni en lo que la propia matemática tiene para decir acerca de sus objetos. El mismo Shapiro así lo reconoce tanto en 2006 como en 2008. Afirma: “En sentido estricto, la tesis de que las estructuras son abstractas, no-causales, etc. no es parte de las matemáticas. En un sentido, la matemática deja esta pizca de metafísica abierta.” (Shapiro, 2006a, p. 119). Ahora bien, cabe preguntarse, entonces, qué conduce a Shapiro a defender la opción *ante rem* y he afirmado aquí que cumplen esta función ciertos supuestos metafísicos radicales.

6. Tercera crítica: Las estrategias de “todo o nada”. La obstinación por el realismo. Conclusiones

En la misma línea de lo argumentado hasta aquí y con el fin de ir conduciendo este trabajo a sus conclusiones, argumentaré, por último, que tanto el problema de la identificación de los números naturales que formula Benacerraf como la disolución del problema por parte de Shapiro, se enmarcan en estrategias de “todo o nada”. Ambas propuestas parten de una idea *dramática* de la ontología de la matemática y en el intento de superación de este dramatismo quedan presas del mismo. En este sentido, sostengo que tanto el estructuralismo *ante rem* de Shapiro como el estructuralismo esbozado por Benacerraf no logran desembarazarse de la metafísica tradicional. No lo logran al suponer una concepción no crítica del lenguaje –como he afirmado en la primera de las críticas. No lo logra Shapiro, particularmente, por permanecer fiel a la tarea de defender un realismo *ante rem* –como he seña-

[13] El propio MacBride se propone en 2004 “desandar” este camino, el camino que va desde la identificación de sus objetos por parte de los propios matemáticos hacia las conclusiones metafísicas que extraen los filósofos estructuralistas de la matemática.

lado en la segunda crítica. No lo logra, tampoco, Benacerraf, no en un sentido positivo, como es el caso de Shapiro, sino en un sentido negativo: por conducir su posición hacia un nominalismo clásico. En este sentido afirmo que sus estrategias son estrategias de "todo o nada". Es tan alta, es tan costosa metafísicamente la idea de realismo que tienen en mente que, o bien se cae en una suerte de platonismo (aunque Shapiro jamás aceptaría esto, he argumentado en favor de esta idea en la segunda crítica propuesta) o bien se cae en una suerte de nominalismo, donde *se pierde* el mundo matemático.

El artículo de Benacerraf que he comentado aquí comienza con una cita de Martin que afirma que mientras el matemático permanece en el nivel de las estructuras, el filósofo no se satisface con esta limitación y formula las preguntas ontológicas a las que tanto me he referido aquí. El interés del filósofo, afirma Benacerraf, expresado en esa pretensión de ir más allá de las estructuras, de ir hacia una fundamentación ontológica, pierde de vista aquello sobre lo que verdaderamente versa la aritmética. Al afirmar que los números no son objetos en un sentido absoluto, Benacerraf afirma –coherentemente, a mi entender– que las expresiones de números no constituyen nombres *de entidades*. Su posición es coherente porque –según he señalado en la primera de las críticas–, en la medida en que comprende el lenguaje de modo atomista, en la medida en la cual hay éxito referencial si puede determinarse que hay una relación uno a uno (un término-un objeto), debe concluir que no hay referentes para los términos de números. Y esto es así porque cuando el lenguaje es pensado de modo atomista, siempre es –en todas las teorías de la referencia que parten de este supuesto– el polo del mundo el determinante en la relación de referencia. Si esto es así, si la relación de referencia es uno a uno y el éxito referencial depende, en última instancia, de que el lenguaje recoja de algún modo algo individual y objetivo que "está ahí" en el mundo, entonces es coherente que la posición de Benacerraf termine en un nominalismo clásico: no hay referentes, sólo meros nombres[14]. Afirma el autor: "(…) la secuencia de términos de números es sólo eso –una secuencia de palabras o expresiones con ciertas propiedades. No hay dos tipos de cosas, números y términos de números, sino que sólo hay uno, los términos mismos" (Benacerraf, 1965, p. 292).

En el artículo "Mathematical truth" del año 1973, Benacerraf afirma que tiene que haber continuidad entre el discurso matemático y el discurso de los lenguajes ordinario y de las ciencias fácticas. La concepción de la semántica para la matemática debe concordar con la concepción de la semántica para los lenguajes ordinario

[14] Cabe aclarar que según cierto nominalismo clásico en la discusión acerca de los universales no se cuestiona la existencia de los objetos particulares. Uso el término "nominalismo" en este caso, con cierto desprendimiento, es decir, de un modo liberal. Por medio de esta expresión, me refiero a la posición según la cual dado un nombre, no se le puede asignar un referente individual a dicho nombre, porque *no existe* tal referente objetivo; de modo que el nombre no es más que un "mero nombre".

y científico. Y afirma que esto depende, en última instancia, de hasta qué punto *los objetos ordinarios se asemejan a los objetos matemáticos*. Lo único que me interesa de esta expresión es que evidencia nuevamente cómo en la concepción que sobre la relación lenguaje-realidad se tiene, el polo determinante sigue siendo la realidad: cómo sean los objetos a denotar. Esto va en favor de una idea latente en mi trabajo que no he explicitado: cuando se discute acerca del realismo en filosofía de la ciencia son, en general, los compromisos metafísicos los que determinan las otras elecciones (epistemológicas, gnoseológicas, lingüísticas). No estoy afirmando esto de modo irrestricto, no quiero afirmar que no sea posible otro modo de filosofar, pero en general se opera de este modo, y las propuestas de Benacerraf y Shapiro a las que aquí me he referido no constituyen una excepción a esta generalidad.

En el título del presente trabajo he pretendido recoger la crítica que Azzuoni hace al estructuralismo, según la cual los estructuralistas son ontológicamente radicales, porque reemplazan los objetos matemáticos tradicionales por otra cosa. He tomado esta crítica como hilo conductor del presente trabajo, e intenté exponer las propias razones por las cuales considero que el estructuralismo de Shapiro queda atrapado en la metafísica tradicional en sus intentos de defender el realismo *ante rem*. Benacerraf, por su parte, queda también preso de la metafísica tradicional al verse obligado a abandonar un reino de referentes objetivos.

Considero interesante explicitar ciertos supuestos metafísicos en el pensamiento de ambos autores. En el caso de Shapiro, a partir de la exposición de esos supuestos, puede afirmarse que fracasan los intentos de mantener una defensa del realismo y pretender, a la vez, permanecer fiel al *dictum* quineano según el cual no cabe preguntarse ni pronunciarse respecto de la ontología en términos absolutos. Fracasa también su intento de superación de una metafísica platónica. En el caso de Benacerraf, quien también afirma que toda ontología es relativa a una teoría, que la noción misma de objeto es relativa a un esquema conceptual[15], explicitar ciertos supuestos permite advertir que su estándar de realismo es tan alto que debe ser abandonado por inalcanzable.

En la medida en la cual se continúe exigiendo que los *términos* deben referir para poder garantizar la objetividad del conocimiento científico (objetividad que queda garantizada debido a la objetividad de los entes mismos de los que nos habla la ciencia), resulta problemático asumir una genuina relatividad ontológica. En este sentido, afirma MacBride: "Insistir en que las 'posiciones' son objetos no diferirá de insistir, simplemente, en que hay objetos" (MacBride, 2004, p. 586). Los intentos de defensa del realismo, así como la resignación a abandonarlo comparten un fondo común del cual emergen como posiciones antagónicas: comparten la idea de que es necesario comprometerse con una exitosa relación de referencia entre el len-

[15] "Identidad es id-entidad, pero sólo dentro de contextos estrictamente restringidos. O bien, lo que constituye una entidad es dependiente de una categoría o teoría." (Benacerraf, 1965, p. 287).

guaje científico y la realidad (ya sea la realidad física o la realidad matemática). Y el fondo aún más general a partir del cual emerge esta exigencia es el supuesto de la unicidad referencial, esto es, que si hay referencia, esta es única. Supuesto que, a su vez, responde a un supuesto metafísico radical: el universo matemático del cual nos habla la ciencia matemática (así como el universo físico del cual nos hablan las ciencias fácticas) es único. En tanto y en cuanto no se radicalice una crítica a estos supuestos, las estrategias que se pretenden más críticas no lograrán liberarse de la metafísica tradicional, aun pretendiendo asumir posiciones en las cuales la ontología no es absoluta sino relativa. No hay posibilidad de sostener que toda ontología es relativa si se continúa exigiendo referencialidad única al lenguaje científico y se continúa suponiendo que hay un único universo de objetos (relativos o no). Estas posiciones realistas en matemática se enmarcan en el mismo contexto que las defensas realistas en filosofía de la ciencia general que, apelando a la noción de referencia para configurar una visión realista respecto del desarrollo de la ciencia –por sofisticados y variados que sean los argumentos elaborados–, no abandonan la idea de un mundo único y objetivo, definido de una vez y para siempre, que la ciencia intenta progresivamente describir y explicar.*

Referencias bibliográficas

Benacerraf, P. (1965): "What numbers could not be?", *Philosophical Review*, 74, pp. 47-73; reimpreso en Benacerraf y Putnam (1983): *Philosophy of Mathematics*, segunda edición, Cambridge, Cambridge University Press, pp. 272-294.

Benacerraf, P. (1973): "Mathematical Truth", *Journal of Philosophy* 70, pp. 661-679; reimpreso en Benacerraf y Putnam (1983): *Philosophy of Mathematics*, segunda edición, Cambridge, Cambridge University Press, pp. 403-420.

Frege, G. (1892): 'Über Sinn und Bedeutung', en *Zeitschrift für Philosophie und Philosophische Kritik*, 100, pp. 25-50. Traducido por M. Black como "On sense and reference" en P. Geach y M. Black (eds.), *Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege*, Oxford, Blackwell, tercera edición, 1980. Versión española: "Sobre sentido y referencia" en T. M. Simpson (ed.), *Semántica Filosófica Problemas y Discusiones*, Buenos Aires: Siglo XXI, 1973, pp. 3-27.

Keränen, J. (2006): "The identity problem for realist structuralism II: A reply to Shapiro", en MacBride, F. (ed.), *Identity and Modality*, New York, Oxford University Press, pp. 146-163.

* El presente trabajo ha sido realizado gracias al apoyo del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET) y la Universidad de Buenos Aires (UBA).

KRIPKE, S. (1980): *Naming and Necessity*, Oxford, Basil Blackwell.
KUKLA, A. (1998): *Studies in scientific realism*, New York, Oxford University Press.
MACBRIDE, F. (2004): "Structuralism reconsidered" en Shapiro, S. (ed.), *The Oxford handbook of philosophy of mathematics and logic*, New York, Oxford University Press, pp. 563-589.
NARVAJA, M., CÓRDOBA, M. y LOMBARDI, O. (2011): "Different domains, the same problems", en Samuel Pintuck y Colin Reynolds (eds.), *Philosophy of Science*, New York, Nova Science Publishers Inc., pp. 78 a 103.
NIINILUOTO, I. (1999): *Critical Scientific Realism*, Oxford, Oxford University Press.
ORLANDO, E. (1999): *Concepciones de la referencia*, Buenos Aires, Eudeba.
PSILLOS, S. (1999): *Scientific Realism: How Science Tracks Truth*, New York-London, Routledge.
PUTNAM, H. (1975): *Mind, Language and Reality, Philosophical Papers II*, Cambridge, Cambridge University Press.
QUINE, W. V. O. (1981): *Theories and Things*, The Belnap Press of Harvard University Press, Cambridge, Mass.; versión española: *Teorías y Cosas*, UNAM, México, 1986.
RESNIK, M. (1997): *Mathematics as a Science of Patterns*, Oxford, Oxford University Press.
SHAPIRO, S. (1997): *Philosophy of Mathematics. Structure and Ontology*, Ney York, Oxford University Press.
SHAPIRO, S. (2006a): "Structure and Identity", en MacBride, F. (ed.), *Identity and modality*, New York, Oxford University Press, pp. 109-145.
SHAPIRO, S. (2006b): "The governance of identity", en MacBride, F. (ed.): *Identity and modality*, New York, Oxford University Press, pp. 164-173.
SHAPIRO, S. (2008): "Identity, indiscernibility, and ante rem structuralism: The tale of i and -i", *Philosophia mathematica*, 16 (3), pp. 285-309.

Mariana Córdoba
CONICET – Universidad de Buenos Aires
marianacordoba16@yahoo.com.ar