

Sistema de creencias sobre las matemáticas en alumnos de secundaria

Inés M^a GÓMEZ-CHACÓN
Universidad Complutense de Madrid

Recibido: enero 2007
Aceptado: marzo 2007

Resumen

En este artículo se describen la estructura y la naturaleza de los sistemas de creencias de un grupo de estudiantes de Secundaria en España y en Bélgica (Flandes) elicítadas a través de un cuestionario diseñado para este fin desde un enfoque sistémico. El cuestionario Mathematics-Related Beliefs Questionnaire (MRBQ) mide cuatro dimensiones de sistema de creencias en matemáticas: creencias sobre el papel y el funcionamiento del profesor, creencias sobre el significado y la competencia en Matemáticas, creencias sobre la matemática como actividad social, creencias sobre las matemáticas como un dominio de excelencia.

Se identifican las relaciones entre creencias, género, rendimiento y opción de estudio elegida por los estudiantes.

Palabras claves: estudios comparativos, sistemas de creencias de los estudiantes de Matemáticas, cambios en las creencias, conceptualización y medidas de creencias, estudiantes de Secundaria.

Abstract

This article describes the nature and structure of systems of beliefs of a group of secondary level students in Spain and Belgium (Flanders), which were elicited by means of a questionnaire designed for this purpose with a distinct organising focus. The Mathematics-Related Beliefs Questionnaire (MRBQ) measures four major components of students' mathematics-related belief systems: beliefs about the role and the functioning of their own teacher, beliefs about the significance of and competence in mathematics, beliefs about the Mathematics as a social activity, and beliefs about Mathematics as a domain of excellence. The internal structure of these belief systems as well as the relationship between students' belief and gender, achievement level and track level were studied.

Key words: comparative study, mathematics-related belief systems, mathematics learning, models of students' beliefs, conceptualisation and measurement of beliefs, change of beliefs, junior high students.

La mejora de los resultados de los estudiantes en el aprendizaje de la matemática es un objetivo clave en matemática. Investigaciones recientes que intentan explicar los fenómenos ligados al aprendizaje de las matemáticas han mostrado lo complejo que puede ser la adquisición de conocimientos. En los últimos 25 años la preocupación de los investigadores (De Corte, Verschaffel, & Op't Eynde, 2000, Schoenfeld, 2002) sobre la competencia matemática de los estudiantes ha hecho

confluir en cinco categorías de aptitudes que el estudiante debería adquirir para tener una buena disposición en matemáticas: conocimiento matemático, métodos heurísticos, meta-conocimientos, habilidades de auto-regulación, y creencias positivas sobre la matemática y su aprendizaje.

La importancia y la insistencia dada al tema de las creencias es, hoy en día, asumida y aceptada por el profesorado cada vez más dispuesto a reconocerlas como elementos de indiscutible valor e interés en el seguimiento y evaluación del proceso de enseñanza-aprendizaje. Sin embargo, se observa que faltan instrumentos adecuados para evaluar los sistemas de creencias acerca de matemáticas, no como una suma o yuxtaposición de creencias, sino como una red organizada en la que se tienen en cuenta los contextos socio-culturales donde tiene lugar el aprendizaje.

Este trabajo trata de dar respuesta a esta necesidad. Para ello tendremos como base un estudio realizado sobre creencias acerca de las matemáticas en estudiantes españoles y belgas-flamencos¹. La razón para elegir estos dos países ha estado motivada por las diferencias contextuales, marcadas no sólo por su situación geográfica, sino por la concepción distintas del sistema educativo. Bélgica con un sistema educativo segregador y con itinerarios formativos establecidos y España con un sistema más integrador y comprensivo.

En nuestra exposición primero presentaremos algunas de las investigaciones realizadas sobre sistemas de creencias y el marco teórico que tendremos como base, pasando seguidamente a presentar el estudio empírico realizado y sus resultados. Y terminaremos con las conclusiones y algunas posibles orientaciones para estudios similares.

Antecedentes

A pesar del interés creciente y el acuerdo en la importancia de las creencias sobre las matemáticas, hay grandes diferencias entre las aproximaciones que trabajan el tema. En su mayor parte, éstas son debidas a la diversidad de tradiciones científicas y a los métodos de investigación usados.

En un primer momento, los estudios estuvieron muy relacionados o bien con la resolución de problemas y el interés por los procesos cognitivos de los alumnos (Frank, 1988; Garofalo, 1989; Schoenfeld, 1985a; 1992), o bien con investigaciones sobre actitudes hacia las matemáticas de los estudiantes en las que se tenían en cuen-

¹ Este estudio lo realizamos en colaboración con P. Op't Eynde y E. De Corte del Center for Instructional Psychology and Technology (CIP&T) de la Universidad de Lovaina (Bélgica). Una primera presentación de resultados se hizo en Gómez-Chacón, I. M^a; Op't Eynde, P. y De Corte, E. (2006) Flemish and Spanish high school student's Mathematics-related beliefs systems: a comparative study. 30 Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME30th).

ta las diferencias de género y sus influencias en el rendimiento, destacando distintas dimensiones de creencia, como por ejemplo, autoconcepto y creencias (Fennema, 1989, Leder, 1987; 1993).

Recientemente, la aproximación socio-cultural al estudio de las creencias ha explicitado la fuerte interacción entre las creencias, los valores y las normas sociales que gobiernan las actividades en clase. Distintos autores han puesto de relieve que los conocimientos y las creencias de los estudiantes acerca de las reglas que gobiernan la clase, en interacción con las creencias acerca de sí mismos y acerca de la matemática, operan en la construcción e interpretación del acto emocional (Bishop & Abreu, 1991; Cobb et al., 1989; Cobb & Yackel, 1998; Gómez-Chacón 2000, 2005; Op't Eynde, De Corte y Verschaffel, 2001).

McLeod (1992) y otros (ver por ejemplo Op't Eynde, De Corte y Verschaffel, 2002) han distinguido tres tipos de creencias del estudiante: (1) creencias sobre sí mismo en lo referente a aprender y resolver problemas matemáticos (se refieren a lo que en la investigación en motivación se denomina creencias de motivación (Pintrich y Schrauben, 1992); (2) creencias sobre el contexto social (por ejemplo, la clase); y (3) creencias sobre matemáticas y sobre el aprendizaje de la matemática (McLeod, 1992).

De la literatura más reciente sobre creencias destacamos dos revisiones críticas y síntesis de investigaciones, la de Leder, Pehkonen y Töner (2002) y la de Muis (2004). En ellas se han puesto de manifiesto la necesidad de plantear más investigaciones que examinen las relaciones entre creencias de los estudiantes y ambientes de clase y las interacciones entre las distintas categorías de creencias, es decir las relaciones internas en los sistemas de creencias.

Marco teórico y cuestiones de investigación

En los trabajos de De Corte y Op't Eynde en el 2002 se presenta un marco unificador para las investigaciones en creencias de los estudiantes que permite una comprensión mejor de estas interacciones. Estos autores señalan, como elementos constitutivos para el análisis de la naturaleza y la estructura del sistema de creencias, el contexto social, el yo (self) y el objeto. Estas dimensiones las representan tal como aparece en la Figura 1.

Las creencias de los estudiantes sobre la educación de las Matemáticas están determinadas por el contexto social en el que participan, así como por sus necesidades psicológicas individuales, los deseos, las metas, etc. En otras palabras, los sistemas de creencias están constituidos por creencias sobre la educación matemática, creencias sobre sí mismos, y creencias sobre el contexto. Los estudios realizados en estas categorías por separado muestran la utilidad del establecimiento de subcategorías. Op't Eynde y otros (2002) establecen las siguientes categorías y subcategorías:

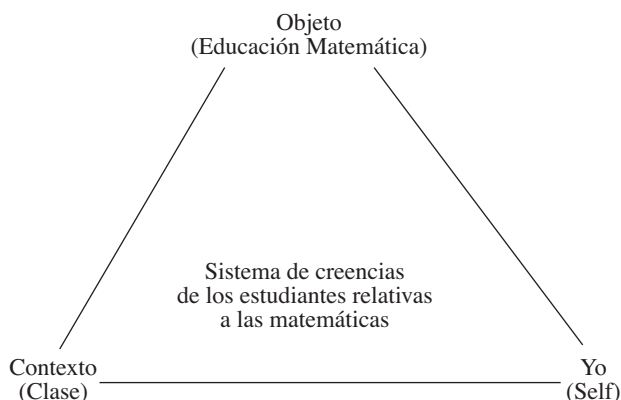


Figura 1
Representación de la estructura de los sistemas de creencias

Creencias sobre la educación matemática que incluye:

- creencias de los estudiantes sobre las matemáticas;
- creencias sobre el aprendizaje y la resolución de problemas matemáticos;
- creencias sobre la enseñanza de la Matemática.

Creencias de los estudiantes sobre sí mismos se refieren a:

- su creencia intrínseca relativa a la orientación de la meta relacionada con las Matemáticas,
- creencia extrínseca de la orientación de la meta, creencia sobre el valor de la tarea,
- creencia sobre el control,
- creencia sobre la auto-eficacia.

Creencias de los estudiantes sobre su contexto específico de la clase entre las que se pueden distinguir:

- creencias sobre el papel y el funcionamiento de su profesor,
- creencias sobre el papel y el funcionamiento de los estudiantes en su propia clase,
- creencias sobre las normas y las prácticas socio-matemáticas en la clase.

Como podemos constatar, estas categorías no son realmente nuevas, sino que han sido reconocidas y trabajadas por otros investigadores. Sin embargo, el establecimiento de subcategorías realizado nos permite destacar un rango mayor de matices y una mayor profundización en su naturaleza sistémica. En este sentido, esta apro-

ximación puede ser un marco complementario para el estudio del comportamiento de los estudiantes en el aula.

En el marco sistémico que adoptamos para el diagnóstico y análisis de los sistemas de creencias, las creencias serán estudiadas respecto a variables externas como género, rendimiento, opción de estudios y la trayectoria que el estudiante experimenta en el contexto de clase. Las creencias sobre el contexto social de las Matemáticas están referidas a la visión de los estudiantes y a las percepciones de las normas establecidas en clase, a las percepciones sobre el rol y el funcionamiento tanto de estudiantes como de profesores en el aula.

En el estudio que presentamos trataremos de poner de manifiesto la estructura y dinámica interna de los sistemas de creencias de estudiantes teniendo en cuenta este marco teórico donde los aspectos socio-culturales son clave, de ahí el estudio comparado entre estudiantes de Secundaria españoles y belga-flamencos. Las preguntas de investigación fueron las siguientes:

- ¿Qué similitudes y diferencias existen en los sistemas de creencias hacia la matemática entre estudiantes flamencos belgas y estudiantes españoles?
- ¿Hay diferencias según el género, el nivel de rendimiento, la opción elegida de los estudiantes y colegio?

Diseño de investigación

Se planteó un diseño de investigación empírico-analítico, en el que se propone el análisis de relaciones y regularidades entre creencias sobre las matemáticas entre estudiantes de dos nacionalidades según el marco teórico propuesto para la medida del sistema de creencias en matemáticas.

Se utilizó un cuestionario sobre creencias *Mathematics-Related Beliefs Questionnaire (MRBQ)*. Este cuestionario está estructurado según el marco descrito anteriormente. Está compuesto por 44 ítems que contemplan diferentes subescalas o multidimensiones: las creencias acerca del papel y la función del profesor, creencias sobre el significado y la competencia en Matemáticas, creencias sobre las Matemáticas como una actividad social, creencias sobre las Matemáticas como un dominio de excelencia ((Op 't Eynde, De Corte y Verschaffel, en prensa (Cfr. Anexo 1)).

El estudio se realizó con estudiantes de Secundaria de 14 a 15 años. Los centros educativos se eligieron con una representación proporcional de contextos socio-culturales y socio-económicos variados. Como características de los estudiantes nos interesó reseñar el género, el nivel de rendimiento y las elecciones que los estudiantes hacían sobre su orientación futura. Participaron 279 estudiantes españoles y 365 estudiantes flamencos.

En el sistema belga la opción no es neutra sino que está estrechamente relacionada con el nivel intelectual del estudiante, además la opción de estudios en muchos colegios se toma como criterio de agrupamiento de clases, resultando grupos relativamente homogéneos. En España opción y nivel de rendimiento no van unidos, los grupos clases son heterogéneos en niveles de rendimiento.

Los resultados del cuestionario fueron analizados a través del paquete de análisis estadístico SPSS (versión 11.0) mediante las técnicas de análisis factorial exploratorio y del método de componentes principales con rotación Varimax. Se calcula la fiabilidad del cuestionario a través del valor alfa de Cronbach y se analiza el comportamiento de cada ítem con respecto a la fiabilidad, así como el análisis cualitativo. A través del ANOVA se analizan las asociaciones e influencias de las variables sexo, rendimiento, colegios, opción (variables independientes) y las creencias de los estudiantes (variables dependientes). Se completan los análisis con pruebas de contraste como la prueba no paramétrica Kruskal-Wallis y análisis de Clusters o conglomerados.

La puntuación de distribución del cuestionario fue una puntuación-resumen, de tal forma que se distribuyen las respuestas entre las cinco opciones desde “totalmente de acuerdo” hasta “totalmente en desacuerdo”. La puntuación de los ítems fue de cero a cinco.

Resultados del estudio de los análisis factoriales

El análisis factorial realizado primeramente con los estudiantes flamencos reveló los cuatro factores significativos siguientes con el 38,3 % de varianza explicada. En la Tabla 1 se describen los ítems que los componen, pesos factoriales, fiabilidad, etc..

Factor I: Creencias sobre el papel y el funcionamiento del profesor. La formulación de los ítems estaba referida a las dimensiones cognitivas, motivadoras y afectivas del comportamiento de los profesores.

Factor II: Creencias sobre el significado y la competencia en Matemáticas. Ítems que ilustran este factor son los referidos a las creencias de auto eficacia y creencias sobre el valor de la tarea.

Factor III: Creencias sobre la matemática como actividad social. Ítems correspondientes a este factor están referidos a la utilidad de la matemática en la vida real y al hecho que la actividad matemática es una actividad humana.

Factor IV: Las matemáticas como un dominio de excelencia. Los ítems están referidos a las creencias relativas a la orientación extrínseca de la meta relacionada con las Matemáticas y creencias de los estudiantes sobre las matemáticas y creencias sobre el aprendizaje y la resolución de problemas matemáticos más desde un punto de vista absolutista.

	Variable	Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 4
<i>Creencias sobre el papel y el funcionamiento del profesor</i>	it29	.643	-	-	-
	it30	.806	-	-	-
	it31	.519	-	-	-
	it32	.585	-	-	-
	it33	.730	-	-	-
	it34	.826	-	-	-
	it35	.849	-	-	-
	it36	.405	-	-	-
	it37	.652	-	-	-
	it38	.742	-	-	-
	it39	.884	-	-	-
	it40	.654	-	-	-
	it41	-.616	-	-	-
	it42	.674	-	-	-
it43	-.506	-	-	-	
it44	-.811	-	-	-	
<i>Creencias sobre el significado y la competencia en Matemáticas</i>	it2	-	-.414	-	-
	it3	-	-.516	-	-
	it4	-	-.438	-	-
	it15	-	.844	-	-
	it17	-	.850	-	-
	it18	-	.673	-	-
	it20	-	.682	-	-
	it21	-	.538	-	-
	it22	-	.527	-	-
	it23	-	.858	-	-
	it25	-	.540	-	-
it27	-	.830	-	-	
it28	-	.798	-	-	
<i>Creencias sobre la matemática como actividad social</i>	it1	-	-	.402	-
	it5	-	-	.431	-
	it6	-	-	.448	-
	it7	-	-	.545	-
	it8	-	-	.492	-
	it9	-	-	.463	-
	it11	-	-	.478	-
	it14	-	-	.568	-
it26	-	-	.409	-	
<i>Creencias sobre la matemática como dominio de excelencia</i>	it10	-	-	-	.544
	it12	-	-	-	.540
	it13	-	-	-	.521
	it16	-	-	-	.664
	it19	-	-	-	.633
it24	-	-	-	.603	
<i>Fiabilidad</i>		$\alpha = .92$	$\alpha = .89$	$\alpha = .65$	$\alpha = .69$
<i>Media</i>		2.82	3.11	3.70	2.12
<i>Desviación estándar</i>		.94	.77	.55	.82

Tabla 1

Descripción de Factores. Análisis factorial de componentes principales, rotación Varimax

Tomando conjuntamente el análisis de componentes principales y las alfas tenemos que el cuestionario MRBQ es un instrumento válido y fiable para la medida de sistemas de creencias. No obstante, reseñar que en el estudio con la población española encontramos tres factores más significativos, los tres primeros anteriormente mencionados que explicaban un total de varianza del 28%. No mostrándose para el grupo español *la matemática como un dominio de excelencia* (Factor IV). Globalmente los estudiantes españoles no consideran una perspectiva absolutista de la resolución de problemas manifestada por el peso adscrito a los ítems que lo componen. Esto puede responder a que en el estudio español dos de los colegios trabajan una perspectiva dinámica y más socio-constructivista del aprendizaje matemático de forma intencionada. Estos resultados podrían ser considerados como efectos positivos de esta propuesta metodológica.

Las correlaciones entre los distintos factores indican que tanto para los estudiantes españoles como los estudiantes flamenco se da una correlación entre sostener una perspectiva dinámica y social de la matemática (Factor 3), atribuir más valor a las Matemáticas y a tener más confianza en sus capacidades Matemáticas (Factor 2 y Factor 3 estudiantes españoles $r = .42$; estudiantes flamencos $r = .48$). Ambos grupos tienden a expresar unas creencias más positivas sobre el profesor y su funcionamiento en clase y su confianza en sus capacidades (Factor 1 y 2), aunque en el grupo español hay una correlación más baja (estudiantes españoles $r = .297$; estudiantes flamencos $r = .41$). Además, ambos estudios muestran que los estudiantes sostienen creencias positivas entre cómo perciben a su profesor y la confianza que sienten en ellos mismos (Factor 1 y Factor 2).

Para el grupo de estudiantes flamencos la correlación entre el Factor 3 (Creencias sobre la matemática como actividad social) y el Factor 4 (Las matemáticas como un dominio de excelencia es más baja) ($r = .21$), lo que implica que aunque ambas perspectivas de las matemáticas no están estrechamente relacionadas no pueden ser tratadas como polos opuestos de una misma dimensión.

Los factores resultantes en este análisis de componentes principales son base empírica de la propuesta expresada en el marco teórico en la que se establecía tres categorías principales en la configuración del sistema de creencias. Tanto en el grupo de estudio flamenco como en el español el Factor 1 se refiere a creencias de los estudiantes sobre su contexto específico de la clase, el Factor 2 a ciertas creencias sobre sí mismos y el Factor 3 a creencias sobre la matemática, manifestándose el Factor 4 como un tipo de creencias sobre la matemática no destacable en el grupo español.

Claramente, todos los factores empíricos no recogen todas las subcategorías hipotetizadas en el marco teórico. Podemos indicar que en ambos estudios (español y flamenco) hay evidencias claras de que la manera en que los estudiantes expresaban la aceptación por parte del profesor y la sensibilidad que éste mostraba por sus

necesidades parecía tener relación con el cómo los estudiantes percibían que el profesor estaba motivado y en sus percepciones de cómo él organiza la instrucción. Estos ítems referidos a estas subcategorías tenían una carga significativa en el mismo factor.

Por ejemplo, los estudiantes españoles subrayaban el reconocimiento del esfuerzo de los profesores por hacer las lecciones de matemáticas interesantes y en poner énfasis en la comprensión del contenido no en la memorización del mismo. Los estudiantes españoles percibían, claramente, las estrategias metodológicas que sus profesores desempeñaban, como son el trabajo en grupo o la exploración de estrategias de resolución de problemas. Sin embargo, en el grupo flamenco mostraban más peso algunos ítems que indican una perspectiva más absolutista de la matemática.

Resultados de los análisis de varianza

A continuación estudiaremos las creencias que los estudiantes sostenían, según nivel de rendimiento, opción y género (variables independientes). Para ello usaremos los cuatros factores de creencias como variables dependientes.

Aunque estas tres variables independientes fueron interpretadas en el estudio como características de los estudiantes y, en algunos casos como características del contexto. En la investigación en España, se tuvo en cuenta la variable colegio, debido a las diferencias socio-culturales de los estudiantes y al contexto en el que estaban enclavados.

Los resultados de esta investigación indican que el sistema de creencias de los estudiantes tanto españoles como flamencos están interconectados con los aspectos de opción de estudios elegida y nivel de rendimiento. También, en el caso de los estudiantes flamencos con la dimensión de género.

En el caso belga-flamenco los datos indican que los estudiantes con un rendimiento alto son los que tienen una perspectiva más dinámica de la matemática (Media del factor 3, $MF3= 3.70$). No perciben la matemática como una asignatura en la que tienen que demostrar que son mejores que otros ($MF4= 2.12$). Algo sorprendente es que la mayoría de los estudiantes flamencos consideran de valor e interesante la disciplina mostrando un sentimiento de confianza en sus capacidades ($MF2= 3.11$). Están satisfecho con su profesor con la forma de desarrollar la matemática y con la forma de interactuar con ellos en la clase ($MF1= 2.82$). Piensan que en la mayoría de las ocasiones explican bien la asignatura, de forma motivadora y están pendientes de cómo están en clase. Por supuesto que no todos comparten la misma opinión y muestran las mismas creencias como se muestra en la Tabla 2 según las opciones. Los análisis de varianza muestran las diferencias por grupos de estudiantes dependiendo del nivel de rendimiento y de la opción y también entre género y niveles de rendimiento.

		Opción Grupo de estudio flamenco			Opción Grupo de estudio español		
		Profesional	Humanidades	Clásicas-Ciencias	Profesional	Humanidades	Clásicas-Ciencias
F1/profesor	Media	2.61	2.90	2.96	2.71	2.72	2.91
	Desv.	0.96	1.08	0.78	0.68	0.71	0.56
F2/competencia	Media	2.73	3.15	3.46	2.80	3.00	3.46
	Desv.	0.84	0.79	0.68	0.98	0.88	0.74
F3/dimensión-social	Media	3.58	3.79	3.72	3.65	3.65	3.81
	Desv.	0.60	0.56	0.50	0.64	0.80	0.66
F4/excelencia	Media	2.38	2.11	1.88	-	-	-
	Desv.	0.86	0.80	0.81	-	-	-

Tabla 2.

Estudiantes flamencos y españoles, medias y desviación típica respecto a la opción

También, en el grupo de estudiantes español se dan variaciones en los factores según la opción, como se muestra en la Tabla 2, obteniéndose puntuaciones cercanas a las obtenidas en el grupo flamenco. En el grupo español, las diferencias significativas entre niveles de rendimiento alto y medio respecto al nivel bajo han sido respecto a la confianza y la competencia personal en Matemáticas (F2). Los de rendimiento bajo demuestran menos gusto por las Matemáticas. Estos datos han tenido una correspondencia con las opciones elegidas. Los de la opción científica y la humanista muestran más confianza en su competencia personal en Matemáticas que los de la opción profesional. Sin embargo, con respecto a los diferentes colegios (contextos socio-culturales diferentes) hay significatividad respecto a las creencias sobre el profesor (F2) y a la visión sobre la matemática como actividad social (F3) ($p < 0.00001$). Según los datos que tenemos más amplios del estudio de casos por colegio no hay una explicación unívoca. Por ejemplo en el caso del colegio 1 parece estar relacionado con la visión de la matemática que es transmitida por sus profesores, sin embargo en el colegio 3 parece depender más de la dimensión personal de los sujetos.

Tanto, en la población española como en la flamenca los datos con respecto a la opción elegida son significativos. En el grupo de estudiantes flamenco encontramos en el análisis multivariante significatividad respecto a la opción elegida $p < 0.0001$, al género $p < 0.01$, y al rendimiento $p < 0.0001$, pero no hay indicación de significatividad entre estas variables. Esto parece implicar que todas las variables relativas al sistema de creencias actúan independientes, pero no de forma sistemática unas con otras, al menos con un sistema de creencias global. Para analizar con más detalle la relevancia de las variables opción, género y nivel de logro se llevó a cabo un análisis univariante con respecto a las creencias como variables dependientes. Los resultados indican que en los estudiantes flamencos el nivel de rendimiento alto

tiene una concepción más dinámica de la matemática (F3). Los estudiantes de humanidades y de clásicas (ciencias) tienen una perspectiva más dinámica que los de orientación vocacional ($p < 0.01$).

También, se da una relación significativa en los estudiantes flamencos entre nivel y opción y la visión de la matemática como un dominio de excelencia (F4) ($p < 0.01$). Los estudiantes pertenecientes a la opción vocacional se muestran más competitivos y perciben las matemáticas como un asignatura con la que pueden probarse así mismos que son mejores que otros.

Igualmente la variable género no es irrelevante en el grupo de estudio flamenco. En general, los chicos consideran claramente que las matemáticas son un dominio de excelencia más que las chicas ($p < 0.001$).

En el caso español, los estudiantes que han escogido la opción científica y de humanidades muestran más confianza en su competencia personal en matemáticas que los estudiantes que seleccionaron la opción profesional ($p < 0.001$), pero a diferencia de los estudiantes flamencos no muestra una relación tan fuerte con su visión dinámica de la matemática como actividad social.

Si consideramos la variable género, en la investigación hecha en Bélgica se muestran más diferencias significativas que en el estudio en España. En el caso flamenco, los chicos consideran más las matemáticas como un dominio de excelencia que los chicas ($p < 0.05$). Las chicas tienden a manifestar más creencias positivas en las opciones clásica y profesional, sin embargo en la opción humanidades, los chicos manifiestan un valor mayor de confianza y de valoración de las matemáticas que las chicas. Si comparamos los niveles de rendimiento en la población flamenca, las diferencias de género permanecen ($p < 0.0001$). También, esto confirma que en el mismo nivel de rendimiento, los estudiantes varones tienden a valorar más las matemáticas que las chicas y muestran tener más confianza en sus capacidades a excepción de los de nivel intermedio. En este caso las chicas muestran una puntuación más alta en lo referente a la confianza en su competencia personal.

Respecto a la variable género en el estudio español, como indicamos, no hubo grandes diferencias significativas entre los factores respecto a esta variable. Sin embargo, realizando un estudio más pormenorizado por ítems y colegios pudimos constatar que las chicas muestran mayor interés por las matemáticas que los chicos, pero sin embargo, tienen menos confianza en obtener buenos resultados. También, hubo algunas diferencias significativas en algunos ítems relativos al profesor. Por ejemplo, en los estudiantes de rendimiento medio y en estudiantes de la opción científica, siendo los chicos quienes reconocen que sus profesores prestan más atención a sus sentimientos que las chicas. Los datos indicaron diferencias entre géneros, en estudiantes de rendimiento intermedio y en estudiantes de opción científica respecto a la valoración del trabajo en grupo, son las chicas las que valoran más esta metodología.

En lo que concierne a la satisfacción con el profesor, en el grupo de estudio flamenco, los estudiantes pertenecientes al grupo de rendimiento alto tenían unas creencias más positivas hacia la matemática. En este caso las chicas también tienen unas creencias más positivas que los chicos, a excepción de los estudiantes pertenecientes a la opción clásica.

Los datos obtenidos a través de la prueba no paramétrica de Kruskal-Wallis nos muestran idénticos resultados al encontrar diferencias significativas por debajo de 0.05.

Respecto a esta dimensión de satisfacción con el profesor, en el estudio español, los datos revelaron diferencias significativas por colegios y contextos. En el caso español, se dieron diferencias significativas en algunos ítemes relativos al profesor en los estudiantes de rendimiento medio y en estudiantes de la opción científica, siendo los chicos quienes reconocen que sus profesores prestan más atención a sus sentimientos que las chicas. También, los datos de los clusters pusieron de relieve un grupo de individuos varones y de rendimiento alto que valoran mucho las calificaciones y no atribuyen mucho valor al rol del profesor, estos eran estudiantes del colegio 1 (nivel socio-económico alto), aunque había un pequeño núcleo que pertenecían en su mayoría al colegio 3, contexto socio-cultural desfavorecido.

Esto nos confirmó en la necesidad de profundizar en las creencias sobre el papel y el funcionamiento del profesor, como categoría importante en el estudio de las creencias acerca del contexto social de la clase.

Aunque en los tres colegios los datos pusieron de manifiesto la relevancia de las creencias de los estudiantes sobre el papel y el funcionamiento del profesor se constataron diferencias según colegios.

Los datos procedentes del colegio 1 indicaron una tendencia mayor por parte de los estudiantes a no reconocer la aportación de su profesor en lo referente a la dimensión afectiva y de motivación, con la consiguiente repercusión en su comportamiento en clase y en las creencias que manifestaban. En este colegio se detectó un grupo de alumnos con una alta creencia en una perspectiva absolutista de la matemática (la matemática es para gente inteligente, los que son buenos en Matemáticas pueden resolver muchos problemas en pocos minutos, etc.), aunque no estaban de acuerdo en que el aprendizaje de la matemática sea memorización. Manifestaban una creencia baja en la aportación positiva del profesor y en la no aplicabilidad de la matemática. No consideraban la matemática como una actividad social. Este grupo señaló que no realizaban muchos trabajos en grupo. Según los datos evidenciados por las entrevistas realizadas y cuestionarios aplicados al profesor, estas creencias tienen una correspondencia con las creencias y el comportamiento del profesor. Las concepciones que manifestaba el profesor podía ser categorizadas, según Ernest (2001), como una concepción platónica,

donde esta disciplina es un dominio de excelencia, y no considerando la matemática como producto cultural.

Los datos obtenidos de los estudiantes del colegio 2 y los del colegio 3 son los que muestran mayor reconocimiento positivo de la dimensión cognitiva, motivadora y afectiva del funcionamiento de su profesor. Sin embargo, en el colegio 2 hay una coherencia entre las creencias de los estudiantes, el rol y el funcionamiento del profesor y las creencias de los profesores, mientras que en el colegio 3 no es así. Además, en el colegio 3, esto entra en contradicción con la finalidad metodológica pretendida en su programa de diversificación.

Los datos tanto de la población belga como española mostraron que las creencias sobre el rol y el funcionamiento del profesor están “más situadas” que otras referidas a matemáticas. En el caso de los estudiantes españoles, los datos del estudio de casos anteriormente mencionados que comparan la perspectiva de estudiantes y la aportada por el profesor, indicaron que había una distancia entre los mensajes que reciben en clase y las creencias que ellos siguen manteniendo hacia las matemáticas (Gómez-Chacón, Op’ t Eynde, De Corte, 2006).

Por tanto, nos lleva a afirmar que comprender las creencias de los estudiantes implica situar esta creencia dentro del contexto personal relevante para él y dentro del contexto socio-cultural. Esto nos permitirá una mejor comprensión y detectar los orígenes de estas creencias.

En resumen, los resultados de la investigación indican que los sistemas de creencias de los estudiantes están interconectadas con los aspectos de opción de estudios que eligen, el nivel de rendimiento y menos con la variable género. Aunque nosotros hemos considerado la variable sistema de creencias como un todo, es obvio que estas son variables independientes y interacciones más o menos estrechas según categorías.

Conclusiones generales

Según los objetivos planteados en el estudio se puede concluir

1. En relación al marco teórico y al instrumento de medida:

- Que el marco teórico planteado para el estudio de los sistemas de creencias es válido. No obstante, en los datos empíricos con ambos grupos de estudio no se reflejan todas las subcategorías expresadas en el planteamiento teórico. El cuestionario MRBQ se puede considerar un instrumento razonable para medir las cuatro componentes formuladas de sistema de creencias. Si embargo, el cuestionario necesitaría un mayor desarrollo, especialmente considerando la consistencia interna de las subescalas 3 y 4.

2. En relación a la comparación de los dos grupos de estudio:
 - Se ha puesto de manifiesto la estructura y dinámica interna de los sistemas de creencias de estudiantes, estableciendo similitudes y diferencias según los estudiantes belgas y españoles. Los resultados del análisis de componentes principales indican que los sistemas de creencias en los estudiantes españoles y flamencos se caracterizan por dimensiones similares, pero nos indican que no están estructurados de forma idéntica. En los estudiantes españoles no aparecen de forma tan marcada las creencias acerca de la matemática como un dominio de excelencia.
 - Los análisis de varianza en los datos apuntan los efectos de las variables independientes (género, opción elegida y nivel de rendimiento) en los sistemas de creencias de los estudiantes respectivamente en Flandes y en España. En ambos grupos los datos respecto a la opción y al rendimiento son significativos. Para los estudiantes flamencos de las opciones de clásica-ciencias y de humanidades tienen una concepción más dinámica de las matemáticas. Sin embargo, los estudiantes españoles de estas opciones muestran más confianza en su competencia personal, pero a diferencia de los estudiantes flamencos no se muestra una relación tan fuerte con su visión dinámica de la matemática como actividad social.
 - La relación entre género y sistemas de creencias de los estudiantes es altamente interesante. En la población flamenca, en dos de las opciones, aparece que las chicas tienen más confianza en sus capacidades que los chicos. Sin embargo, en la población española los resultados en diferencias de género se dan entre algunos ítems no entre las subescalas. Los resultados de estos ítems muestran que las chicas tienen más interés por las matemáticas y prefieren trabajar con metodologías de trabajo cooperativo que los chicos, pero sin embargo, tienen menos confianza en obtener buenos resultados. Los resultados respecto al género del grupo flamenco contrastan con las investigaciones internacionales, en las cuales las diferencias de género muestran que las chicas son más desfavorecidas.
 - Diferencias según contextos socioculturales. Los datos indican que las diferencias contextuales no sólo hay que verlas desde el nivel macro (dos nacionalidades), sino especialmente en cada país a nivel meso y micro (contexto personal). En el sistema educativo flamenco se plantean grupos homogéneos según el itinerario educativo donde opción y rendimiento van paralelos, estas dos variables son significativas para los 4 factores de creencia. Ahora bien, aunque en España se plantea un sistema más comprensivo, con grupos heterogéneos en el que se mezclan niveles de rendimiento, se ponen de manifiesto resultados similares con respecto a estas mismas variables: opción elegida y nivel de rendimiento. La diferencia más significativa entre ambos grupos es que los estudiantes flamencos

globalmente muestran una visión más absolutista que los estudiantes españoles. Las variables de opción y los factores socio-culturales juegan un papel más importante en el desarrollo de las creencias que la variable género.

- Ambos grupos manifiestan una relación entre las creencias positivas sobre cómo perciben a su profesor y la confianza que sienten en ellos mismos. Sin embargo, en el estudio español se ha puesto de manifiesto que aunque los estudiantes perciben las dimensiones cognitiva, motivadora y afectiva que los profesores utilizan en su estilo de enseñanza en el aula, en algunos casos hemos detectado que el funcionamiento de su profesor y el estilo instruccional en el aula no tienen la consiguiente repercusión en sus creencias y en su comportamiento en clase. En dos de los colegios españoles estudiados, los profesores suministran de forma explícita información y estructuran las experiencias de aula en una contrasocialización en creencias positivas. Sin embargo, parece que ésta no forma parte de la base de lo que los estudiantes creen de las Matemáticas.

Como principal sugerencia derivada de este estudio aparece la necesidad de considerar en relación a las creencias *los contextos personales*. Como mostraron los datos la comprensión de las creencias de los estudiantes, implica poner en relación las creencias con *los contextos personales* donde comprender las creencias de los estudiantes implica situar esta creencia dentro del contexto personal relevante para él y dentro del contexto socio-cultural, no considerando éste como algo fijo y con características homogéneas para todos los estudiantes (Gómez-Chacón, Op't Eynde, De Corte, 2006). Esto nos permitirá una mejor comprensión y detectar los orígenes de estas creencias. La coherencia entre el marco teórico propuesto por Op 't Eynde y otros (2002) en este estudio empírico la vemos desde este punto de vista.

Igualmente, es importante señalar que para la actuación del profesor, las creencias de los estudiantes son tan relevantes como los conocimientos, por tanto, es importante estimular investigaciones que permitan una mayor comprensión y desarrollo de la influencia de los sistemas de creencias en el aprendizaje de la matemática.

Referencias bibliográficas

- BISHOP, A.J., & ABREU, G.D. (1991). Children's use of outside-school knowledge to solve mathematics problems in-school. In *Proceedings of the PME-15 Conference*, Vol. 2 (p. 128-135). Assisi, Italy.
- COBB, P., & YACKEL, E. (1998). A constructivist perspective on the culture of the mathematics classroom. In F. Seeger, J. Voigt, & U. Waschescio (Eds.), *The culture of the mathematics classroom* (p. 158-190). Cambridge: Cambridge University Press.

- COBB, P., YACKEL, E., & WOOD, T. (1989). Young children's emotional acts while engaged in mathematical problem solving. In D. B. McLeod, & V. M. Adams (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: A new perspectiva*. (p. 117-148.). New York: Springer-Verlag.
- DE CORTE, E. (2004). Mainstreams and Perspectives in Research on Learning (Mathematics) From Instruction. *Applied Psychology: An International Review*, 53 (2), 279-310.
- DE CORTE, E., VERSCHAFFEL, L., & OP 'T EYNDE, P. (2000). Self-regulation: A characteristic and a goal of mathematics learning. In M. Boekaerts, P. R. Pintrich, & M. Zeidner (Eds.), *Handbook of Self-Regulation* (p. 687-726). San Diego: Academic Press,
- ERNEST, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. London: Falmer.
- FENNEMA, E. (1989). The study of affect and mathematics: A proposed generic model for research. In D.B. McLeod & V.M. Adams (Eds.), *Affect and mathematical problem solving. A new perspective* (p. 205-219). New York: Springer-Verlag.
- FRANK, M.L. (1988). Problem solving and mathematical beliefs. *Arithmetic Teacher*, 35, 32-34.
- GAROFALO, J. (1989). Beliefs and their influence on mathematical performances. *Mathematics Teacher*, 82, 502-505.
- GÓMEZ-CHACÓN, I. M^a. (2000a). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Madrid: Narcea.
- GÓMEZ-CHACÓN, I. M^a. (2000b). Affective influences in the knowledge of mathematics, *Educational Studies in Mathematics*, 43: 149-168.
- GÓMEZ-CHACÓN, I. M^a. (2005). Affect, Mathematical thinking and intercultural learning: A study on educational practice. In Hannula, M., Gómez-Chacón, I. M. Philippou, G. Zan, R. (2005) Thematic Working Group 2: Affect and Mathematical Thinking. In M. Bosh (ed.). *Proceedings of CERME 4: Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education 17-21 February 2004 in San Feliu Guix, Spain*.
- GÓMEZ-CHACÓN, I. M^a.; OP 'T EYNDE, P, DE CORTE. (2006). Creencias de los estudiantes de matemáticas, la influencia del contexto de clase. *Enseñanza de las Ciencias*, 24 (3) 40 – 56.
- LEDER, G. C.; PEHKONEN, E. & TÖNER, G. (Eds). (2002). *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- LEDER, G.C. (1987). Attitudes toward mathematics. In T.A. Romberg & D.R. Steward (Eds.), *The monitoring of school mathematics* (p. 261-277). Madison, WI: Wisconsin Center for Education Research.
- LEDER, G.C. (1993). Reconciling affective and cognitive aspects of mathematics learning: A reality or apious hope? *In Proceedings of the PME-17 Conference*, Tsukuba, Japan, 1 (p. 46-65).
- MCLEOD, D. B. (1992). *Research on affect in mathematics education: A reconceptualization*. En Douglas A. Grows (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. (p. 575-596). New York: Macmillan, NCTM.
- MUIS, K. R. (2004). Personal epistemology and mathematics: A critical review and Synthesis of research. *Review of Educational Research*, vol. 74, n° 3, p. 317-377.

- OP'T EYNDE, P., DE CORTE, E., & VERSCHAFFEL, L. (2001). *Understanding the student-in-context: What he feels, what he thinks, and what he does when solving a mathematical problem*. Paper presented at the 9th EARLI-conference, August 28 – September 1, 2001, in Fribourg, Switzerland.
- OP'T EYNDE, P., DE CORTE, E., & VERSCHAFFEL, L. (2002). Framing students' mathematics-related beliefs: A quest for conceptual clarity and a comprehensive categorization. In G.C. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (p. 13-38). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- OP'T EYNDE, P., DE CORTE, E., & VERSCHAFFEL, L.: in press, 'Beliefs and metacognition: An analysis of junior high students' mathematics-related beliefs', in A. Desoete, & M. V. J., Veenman (Eds). *Metacognition in mathematics*. Hauppauge: Nova Science Publishers.
- PINTRICH, P. R., & SCHRAUBEN, B. (1992). Students' motivational beliefs and their cognitive engagement in academic tasks. In D. Schunk, & J. Meece (Eds.), *Students' perceptions in the classroom: Causes and consequences* (p. 149-183). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- SCHOENFELD, A.H. (2002). Making mathematics work for all children: Issues of standards, testing, and equity. *Educational Researcher*, 31 (1), 13-25.
- SCHOENFELD, A.H. (1985a). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press.
- SCHOENFELD, A.H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: Macmillan.

Correspondencia con la autora:

Inés M^a Gómez Chacón
Facultad de CC. Matemáticas
Universidad Complutense de Madrid
E-mail: igomezchacon@mat.ucm.es

Anexo 1

Cuestionario Mathematics-Related Beliefs Questionnaire (MRBQ)

1. Cometer errores es una parte importante del aprendizaje de la matemática.
2. El trabajo en grupo facilita el aprendizaje de las matemáticas.
3. El aprendizaje matemático es principalmente memorización.
4. Es una pérdida de tiempo cuando el profesor nos hace pensar solos sobre cómo se resolvería un nuevo problema.
5. Cualquiera puede aprender matemáticas.
6. En los problemas de matemáticas hay diversas formas para llegar a encontrar una solución correcta
7. Las matemáticas te capacitan para comprender mejor el mundo en que vives.
8. Resolver un problema exige pensar mucho y ser un estudiante inteligente.
9. Las Matemáticas están en continua expansión. Muchas cosas quedan aún por descubrir.
10. Hay una sola forma de pensar la solución correcta de un problema de matemáticas.
11. Mucha gente utiliza las matemáticas en su vida diaria.
12. Los que son buenos en matemáticas pueden resolver muchos problemas en pocos minutos.
13. Sólo estoy satisfecho cuando logro buenas calificaciones en matemáticas.
14. Pienso que seré capaz de usar lo que he aprendido en matemáticas y también en otros cursos.
15. Creo que recibiré este año una excelente nota en matemáticas.
16. Para ser el mejor y controlar las matemáticas. Quiero demostrar al profesor que yo soy mejor que muchos otros estudiantes.
17. Me gusta hacer matemáticas.
18. Espero lograr un buen resultado en los trabajos y los exámenes de matemáticas.
19. Quiero hacer bien las matemáticas y demostrar al profesor que mis compañeros son tan buenos como yo.
20. Puedo comprender el material del curso de matemáticas.
21. Para mí las matemáticas es una asignatura importante.
22. Prefiero las tareas matemáticas, me esfuerzo para encontrar una solución.
23. Puedo comprender incluso las cosas más difíciles que nos dan en clase de matemáticas.
24. Mi mayor preocupación cuando aprendo las matemáticas es obtener buenas calificaciones.

25. Si trabajo duro, entonces puedo comprender toda la materia del curso de matemática.
26. Cuando tengo oportunidad, escojo las tareas de matemáticas que puedo aprender, aunque no estoy seguro de lograr una buena calificación.
27. Estoy muy interesado en matemáticas.
28. Teniendo en cuenta el nivel de dificultad de nuestro curso de matemáticas, el profesor, mis habilidades y mis conocimientos. Tengo confianza que lograré un buen resultado en matemáticas.
29. Nuestro profesor piensa que los errores están bien y son buenos para el aprendizaje.
30. Nuestro profesor presta atención a cómo nos sentimos en las clases de matemáticas.
31. Nuestro profesor explica por qué las matemáticas son importantes
32. Nuestro profesor primero muestra paso a paso cómo nosotros debemos resolver un problema específico, y antes él nos da ejercicios similares
33. Nuestro profesor quiere que estemos a gusto cuando aprendemos nuevas cosas.
34. Nuestro profesor comprende los problemas y las dificultades que experimentamos.
35. Nuestro profesor escucha atentamente cuando preguntamos o decimos algo
36. Nosotros realizamos bastantes trabajos en grupo en clase.
37. Nuestro profesor nos da tiempo para explorar realmente nuevos problemas y tratar de obtener estrategias de resolución.
38. Nuestro profesor está contento cuando nos esforzamos mucho, aunque nuestros resultados no sean buenos.
39. Nuestro profesor es muy amable con nosotros
40. Nuestro profesor trata de hacer las lecciones de matemáticas interesantes.
41. Nuestro profesor piensa que él es el mejor para conocer todas las cosas.
42. Nuestro profesor quiere que comprendamos el contenido del curso de matemáticas, no que lo memoricemos.
43. No está permitido preguntar a los compañeros para que me ayuden en las tareas de clase.
44. Nuestro profesor no se preocupa de nuestros sentimientos en clase. El o ella está totalmente absorto en el contenido del curso de matemáticas.

Estos ítemes se pueden agrupar en subescalas que miden las siguientes dimensiones: las creencias acerca del papel y la función del profesor (29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44), creencias sobre el significado y la competencia en matemáticas (2, 3, 4, 15, 17, 18, 20, 21, 22, 23, 25, 27, 28), creencias sobre las Matemáticas como una actividad social (1, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 14, 27), creencias sobre las matemáticas como un dominio de excelencia (10, 12, 13, 16, 19, 24).