



La influencia de la elección de materias en la Prueba de Acceso a la Universidad en los conocimientos matemáticos de los estudiantes de Ingeniería

Susana Nieto Isidro¹; Fernando Martínez Abad²; María José Rodríguez Conde³

Recibido: abril 2015 / Evaluado: octubre 2015 / Aceptado: noviembre 2015

Resumen. Se analiza cuál es el nivel de conocimientos de Cálculo de 402 estudiantes de nuevo ingreso en diversos grados universitarios de Ingeniería durante los cursos 2011-2012, 2012-2013 y 2013-2014, en función de su vía de entrada en la Universidad y de si han elegido o no examinarse de Matemáticas II en la Prueba de Acceso a la Universidad. Se utiliza para ello un cuestionario anónimo, diseñado por los autores. A partir de los resultados de este cuestionario se ha determinado la presencia de hasta cuatro grupos significativos de estudiantes de nuevo acceso. Un primer grupo lo forman los estudiantes de Bachillerato que eligieron examinarse de Matemáticas II en la PAU y la superaron; un segundo grupo lo forman los estudiantes de Bachillerato que no superaron esta prueba, hay un tercer grupo de estudiantes que no se han presentado al examen, y un cuarto grupo de alumnos procedentes de los Ciclos Formativos de Grado Superior. En el análisis se utilizan técnicas no paramétricas (análisis post-hoc basados en la prueba de Kruskal-Wallis) que indican que estos grupos tienen un nivel significativamente diferente en los conocimientos básicos de Cálculo medidos por el cuestionario. Esta situación tiene una clara influencia en la labor docente en los primeros cursos universitarios, pues es necesaria una labor importante de adaptación didáctica en las asignaturas de contenido matemático para paliar estas deficiencias en los conocimientos matemáticos básicos. **Palabras clave:** evaluación inicial; Pruebas de Acceso a la Universidad; educación matemática; educación de los ingenieros.

[en] The influence of the choice of subjects in the entrance exam to the University in the mathematical skills of engineering students

Abstract. The research analyzes the level of knowledge of Calculus of 402 students who are starting university reading different degrees in Engineering during the academic years 2011-2012, 2012-2013 and 2013-2014. These differences are classified taking into account the way of entrance of the students and if they have selected taking the exam on Mathematics II included in the current Spanish Access to University Examination (PAU). An anonymous questionnaire, designed by the authors, is used for this purpose. From the results of the questionnaire it the presence of four significant groups of freshman students has been determined. A first group is formed by Upper Secondary Education students who have overcome the specific Mathematics test of the PAU; a second group corresponds to Upper Secondary Education students who have not passed this test in the PAU; the third group is

¹ Universidad de Salamanca (España)
E-mail: sni@usal.es

² Universidad de Salamanca (España)
E-mail: fma@usal.es

³ Universidad de Salamanca (España)
E-mail: mjrconde@usal.es

formed by the students who have not sat this examination, and finally the fourth group is constituted by the students coming from Vocational Training Modules. Through the use of non-parametric analysis (analysis post-hoc based in Kruskal-Wallis' contrast), it has been determined that these four groups show a significantly different level of Calculus knowledge. This situation affects teacher's work in the first university courses because an important didactic adaptation task is required in subjects with mathematical content in order to alleviate these deficiencies in basic mathematical skills.

Keywords: initial assessment; access to the University; mathematical education; engineering education.

Sumario. 1. Introducción. 2. Antecedentes y legislación de Acceso actual. 3. Diseño y metodología. 4. Resultados. 5. Discusión y conclusiones. 6. Referencias bibliográficas.

Cómo citar: Nieto Isidro, S.; Martínez Abad, F. y Rodríguez Conde, M.J. (2017). La influencia de la elección de materias en la Prueba de Acceso a la Universidad en los conocimientos matemáticos de los estudiantes de Ingeniería. *Revista Complutense de Educación*, 28 (1), 125-144.

1. Introducción

La legislación vigente de Acceso a la Universidad (Real Decreto 558/2010) se caracteriza por ser bastante flexible y dar posibilidades a los estudiantes para escoger entre las asignaturas de las que se van a examinar en la Prueba de Acceso a la Universidad (PAU) en función de cuál sea la carrera que quieran estudiar y la nota de acceso que necesiten. Una de las consecuencias de la aplicación de esta norma es que se está facilitando el acceso a la Universidad de estudiantes con muy distinto bagaje matemático. En el caso de los Grados de Ingeniería, no se trata sólo de la distinción entre el nivel de conocimiento matemático entre los estudiantes de Bachillerato y el de los procedentes de los Ciclos Superiores de Formación profesional, sino que afecta a los propios estudiantes de Bachillerato en función de la decisión que han tomado frente a la prueba de matemáticas de la PAU.

Estos datos no son conocidos por los profesores universitarios que imparten docencia a estos estudiantes de nuevo ingreso. No es público el dato de la procedencia de los alumnos (Bachillerato, Ciclos Formativos u otros), no se conoce la nota global de acceso de cada estudiante, y mucho menos esta nota se ofrece desglosada en función de las diferentes pruebas que cada estudiante ha podido realizar en la PAU.

Esta situación afecta especialmente al caso de los estudios científicos y técnicos. En el caso de las ingenierías, numerosos autores e instituciones han resaltado el papel primordial de las matemáticas en la formación de los futuros ingenieros de diferentes ramas (Bowen, Prior, Lloyd, Thomas y Newman-Ford, 2007; Engineering Council, 2000; European Society for Engineering Education, 2013; Henderson y Broadbridge, 2008; Institute of Physics, 2011, Kent y Noos, 2003, Mustoe, 2002; Mustoe y Lawson, 2002). Dado que la ingeniería descansa en gran medida en las matemáticas, en estos trabajos se muestran las consecuencias de una pobre formación inicial en matemáticas para estos estudiantes: mayor tiempo de estudio destinado a estudiar tópicos matemáticos básicos o a recibir ayuda externa en estas habilidades, dificultades en el resto de las asignaturas, retrasos significativos en el aprendizaje, etc.

Por ello, es fundamental realizar un diagnóstico inicial lo más exhaustivo posible de los conocimientos matemáticos de los alumnos que comienzan estudios universitarios de ingeniería, para poder paliar las deficiencias que se diagnostiquen antes de que afecten su formación posterior. Actualmente, no podemos dar por supuesto que todos los estudiantes de Bachillerato dominan las habilidades matemáticas correspondientes a su nivel de estudios, como quedará patente en el análisis de nuestros datos.

En España, se han publicado diversos estudios relacionados con el currículo de matemáticas de la Prueba de Acceso a la Universidad (PAU). Por ejemplo, Contreras, Ordoñez y Wilhelmi (2010) analizan cómo el examen de matemáticas de la PAU afecta al nivel de conocimientos matemáticos en el Bachillerato para el caso concreto de la integral indefinida. Boal, Bueno, Lerís y Sein-Echaluce (2008) evalúan si los contenidos de Bachillerato son correctamente evaluados en la PAU. Huidobro, Méndez y Serrano (2010) comparan el currículum de Matemáticas del Bachillerato con el del primer año de Universidad en los estudios técnicos, así como con el currículum de matemáticas de la PAU. Se han realizado también estudios detallados sobre el examen de matemáticas de la PAU y su evolución a lo largo del tiempo (Ruiz de Gauna y Sarasua, 2011), o sobre las notas obtenidas en esta prueba en diferentes Comunidades Autónomas (Ruiz de Gauna y Sarasua, 2013).

Sin embargo, muchos de estos estudios no se plantean el caso de que los alumnos no realicen el examen de Matemáticas de la PAU, puesto que se refieren a Pruebas de Acceso anteriores a 2010 en las que no existía esa posibilidad, o bien no dan cuenta de cuál es la trayectoria seguida por los estudiantes después de superar la PAU, sino que la estudian de forma aislada o en conexión con los contenidos de matemáticas del Bachillerato.

El objetivo de nuestro estudio es entonces ampliar el análisis de los conocimientos matemáticos de los estudiantes de nuevo ingreso en el caso de los estudios de Grado en Ingeniería teniendo en cuenta las situaciones que se están generando con la normativa actual de Acceso a la Universidad. Por una parte, pretendemos mostrar la importancia de la decisión tomada por los alumnos a la hora de afrontar la prueba de matemáticas de la PAU y cómo la elección de examinarse o no influye en sus conocimientos matemáticos a la hora de comenzar sus estudios técnicos. Esto nos llevará a analizar estos conocimientos matemáticos utilizando una clasificación más exhaustiva (y que es estadísticamente significativa) en función de la forma de acceso de los estudiantes.

Así, comenzaremos nuestro estudio con una sección de “Antecedentes” mostrando una panorámica de la actual situación de acceso a la Universidad y cómo la legislación vigente permite que haya alumnos en los primeros cursos de ingeniería con una formación matemática deficiente. A continuación, haremos una descripción de los datos y la metodología empleados y detallaremos los principales resultados de nuestro estudio. Por último, recopilaremos las principales conclusiones, así como los temas expuestos para la discusión y posterior debate.

2. Antecedentes y legislación de Acceso actual

2.1. Acceso a la Universidad de los estudiantes procedentes de Bachillerato

La normativa de Acceso a la Universidad ha variado en estas últimas décadas en función de las modificaciones de la enseñanza preuniversitaria y universitaria, especialmente con la reciente entrada del Espacio Europeo de Educación Superior y la estructura de Grados y Postgrados (Ley Orgánica 4/2007).

Durante más de 35 años, desde el año 1975 hasta el 2010, se ha mantenido una Prueba de Acceso a la Universidad. Con el diseño de esta prueba, cabía suponer una homogeneidad de los conocimientos matemáticos de los alumnos del Bachillerato de Ciencias que la superaban, puesto que era obligatorio examinarse de matemáticas para acceder a la Universidad, independientemente de la titulación elegida.

Esta regulación fue recientemente modificada (Real Decreto 558/2010), y es el modelo que han seguido los estudiantes con los que se ha realizado este estudio. La actual Prueba de Acceso consta de dos partes:

- La fase general, en la que los alumnos se examinan de forma obligatoria sólo de algunas materias de las cursadas en Bachillerato, o de materias que no hayan cursado. Para superar esta parte basta obtener un 4 de media, no siendo necesario aprobar de forma individual todos los exámenes. Así, un estudiante no tiene porqué examinarse de Matemáticas II en esta fase si se examina de alguna de las otras materias, o bien puede suspender ese examen de Matemáticas y aun así superar la PAU.
- La fase específica, en la que se examinan de forma voluntaria de materias de modalidad que han cursado o de otras modalidades, siempre que no se hayan examinado de ellas en la parte general. Su finalidad es mejorar la calificación global del examen, y aunque el alumno puede examinarse de hasta cuatro materias, sólo se computan las dos mejores notas obtenidas. Tampoco es obligatorio examinarse de Matemáticas II en esta fase, si se escogen otras materias de modalidad.

Esta flexibilidad que ofrece la actual legislación permite a los estudiantes diseñar sus propias estrategias de examen, con el objeto de mejorar su nota de acceso en función de las titulaciones a las que quieran acceder y poder escoger las asignaturas más adecuadas para su futura formación.

Siguiendo esta lógica, un alumno que quiera cursar una ingeniería debería realizar el examen de Matemáticas II de la PAU, al menos en la parte específica, puesto que no sólo es parte importante de su formación sino que generalmente los centros que imparten titulaciones de ingeniería suelen ponderar con un 0,2 esas notas, mejorando sus posibilidades de acceso.

¿Qué ocurre en la realidad? Según veremos en el análisis de datos, están accediendo a estudios de ingeniería gran número de estudiantes que no han superado el examen de Matemáticas II de la PAU, bien porque han evitado examinarse de Matemáticas II en la PAU, o bien porque no han superado este examen.

Esto ocurre, en nuestra opinión, debido a dos factores principales. Por una parte, los alumnos no suelen escoger el examen de Matemáticas II como asignatura típica en la fase específica de la PAU: en el estudio de 2013 de Ruíz de Gauna y Sarasua, realizado con la normativa actual en las Universidades del País Vasco, Cataluña y Comunidad Valenciana, se muestra como se trata de una asignatura “generalista”, en el sentido de que se percibe como no tan ligada a unos estudios determinados. Aún dentro de esta fase general, el porcentaje de alumnos que la escogen, va solo desde el 10% al 18%, aproximadamente, decantándose también en un porcentaje comparable por examinarse de otras asignaturas como Economía o Geografía.

Por otra parte, la matemática es considerada tradicionalmente como una asignatura compleja que presenta aspectos difíciles y que suele suscitar reacciones de rechazo por parte de los estudiantes, como podemos ver en el caso de España en los trabajos de Hidalgo, Maroto y Palacios, (2004) o Gómez-Chacón (2009). Así los estudiantes pueden evitar la prueba de matemáticas en la PAU al considerar que pueden disminuir sus posibilidades de sacar buena nota o incluso de aprobar. En general, los estudiantes se sienten más inseguros frente a estos exámenes, y son conscientes de que pueden cometer errores. Algunos análisis específicos sobre dichos errores cometidos por los estudiantes en el examen de Matemáticas de la PAU se pueden encontrar por ejemplo en los estudios de Nortes y Nortes (2010) sobre la resolución de problemas o de Mallart (2014) en Cataluña.

Esta situación de acceso a estudios técnicos de estudiantes que no han superado el examen de Matemáticas II de la PAU no es un ejemplo aislado. Así, en el trabajo de Heredia, Méndez y Moreno (2011) en la Ingeniería de Edificación de la Universidad de Alicante, el 60% de los alumnos de primer curso que habían superado la PAU en la convocatoria de 2010, no habían superado el examen de Matemáticas II de la PAU.

Por lo tanto, nos encontramos con tres grupos de estudiantes procedentes del Bachillerato en función de sus decisiones frente al examen de Matemáticas II de la PAU: los estudiantes que sí se han examinado de Matemáticas II y la han superado, los estudiantes que se han presentado al examen y no lo han superado, y los estudiantes que han evitado examinarse de Matemáticas II.

2.2. Acceso de los estudiantes de ciclos Superiores de Formación Profesional

El acceso de los estudiantes procedentes de la Formación Profesional también ha sufrido varios cambios normativos. Con el cambio a la estructura de Grado y Postgrado en la Universidad, ha desaparecido la distinción entre Ingenierías Técnicas e Ingenierías Superiores y pueden acceder a todos los estudios de Grado en Ingeniería. No hay cuotas y se les da la opción de aumentar su nota desde 10 hasta 14 puntos presentándose al examen de la parte específica con las mismas materias y en las mismas condiciones que los alumnos de Bachillerato. Además, se han firmado convenios entre las autoridades académicas competentes para poder realizar convalidaciones automáticas de parte de las asignaturas que los estudiantes de Formación Profesional tienen que cursar en las titulaciones de ingeniería.

Esto ha causado que en algunas titulaciones de Grado en Ingeniería (las más cercanas en competencias profesionales a los Ciclos Superiores de Formación Profesional) el número de alumnos procedentes de estos Ciclos sea muy elevado:

en algunas de las titulaciones de este estudio el porcentaje puede alcanzar el 65% de los alumnos de nuevo ingreso. Este aumento es más acusado en estos últimos años debido al contexto de crisis económica en España, que hace que estos estudiantes, cuyo destino inicial debería ser ingresar en el mercado de trabajo, vean en la formación universitaria un buen camino para mejorar sus expectativas laborales.

Este elevado porcentaje de estudiantes procedentes de la Formación Profesional se encuentra también en otras Universidades; por ejemplo, en un trabajo de Cobos, Arevalillo, Moreno y Olanda (2013) sobre estudiantes de Ingeniería Informática en la Universidad de Valencia, 18 de los 39 estudiantes (un 46%) procedían de la Formación Profesional.

Sin embargo, el conocimiento de matemáticas básicas de los estudiantes de Formación Profesional es muy distinto al de sus compañeros de Bachillerato, debido a la diferente orientación de sus planes de estudio. Tenemos así otro grupo que presenta carencias generalizadas en su formación matemática inicial, y cuya presencia en las aulas universitarias es cada vez mayor.

3. Diseño y metodología

3.1. Diseño de la investigación

Dado que la variable explicativa del estudio existe de antemano, se aplicó un diseño no experimental retrospectivo de grupo único. Al tratarse de un estudio *ex-post-facto* (Kerlinger y Lee, 1999), no se manipulan directamente las variables intervinientes en el estudio, sino que se trata de localizar relaciones entre las mismas.

3.2. Variables e instrumento

A partir de los objetivos planteados, se diseñó *ad-hoc* un cuestionario para la recogida de la información. Este cuestionario se completa de forma anónima y contiene una cabecera en la que los estudiantes de nuevo ingreso reseñan los datos que se consideran relevantes para este estudio: todos sus estudios previos a la Universidad, la realización o no de la prueba de Matemáticas II en la PAU, la nota obtenida en ese examen, etc.

Esta cabecera se recoge en el Gráfico 1.

- REPETIDOR/A (SI/NO):	NÚMERO DE VECES QUE TE HAS EXAMINADO
- ¿HAS CAMBIADO DE PLAN DESDE UNA TITULACIÓN NO DE GRADO? (SI/NO):	
- INDICA TODOS TUS ESTUDIOS PREVIOS A LA UNIVERSIDAD:	
1. BACHILLERATO (SI/NO)	AÑO DE FINALIZACIÓN
MODALIDAD:	NOTA DE MATEMÁTICAS:
2. AÑO DE SELECTIVIDAD:	CONVOCATORIA (JUN./SEPT.):
EXAMEN DE MATEMÁTICAS (SI/NO):	NOTA DE ESE EXAMEN:
3. CICLO FORMATIVO (SI/NO):	
NOMBRE DEL CICLO:	
4. OTROS (SI/NO):	ESPECIFICAR:

Gráfico 1: Cabecera del cuestionario utilizado

La variable criterio del estudio será el nivel de desempeño de los sujetos en el cuestionario sobre conocimientos de cálculo, y como variable predictora la “modalidad de acceso de los estudiantes”. Dicha variable predictora presenta la siguiente categorización:

- Estudiantes procedentes del Bachillerato y que han superado (puntuación mayor o igual a 5) la prueba de Matemáticas II en la PAU (que denominaremos grupo BACH+PAU>5).
- Estudiantes procedentes del Bachillerato y que no han superado (puntuación inferior a 5) la prueba de Matemáticas II en la PAU (que denominaremos grupo BACH+PAU<5).
- Estudiantes procedentes del Bachillerato que no han realizado el examen de Matemáticas II en la PAU (que forman el grupo BACH-PAU).
- Estudiantes procedentes de la Formación Profesional (que constituyen el grupo FP).

El cuestionario consta de un total de 25 ítems y está dividido en dos partes. Un primer bloque (que denominaremos Parte 1) contiene 14 ítems dicotómicos de tipo verdadero/falso, que son también valorados de forma dicotómica, como respuesta correcta/incorrecta. En esta Parte 1 se incluyen contenidos en los que los estudiantes habitualmente tienen dificultades a nivel conceptual o de comprensión, definiciones, propiedades o generalizaciones.

Los ítems recogidos en la Parte 1 se muestran en el Gráfico 2.

PARTI I: Señala si los siguientes enunciados son verdaderos (V) o falsos (F). Si no estás seguro/a, deja la respuesta en blanco. Si no has oído hablar de alguno de los conceptos implicados, escribe NO VISTO:

1. Según las propiedades de la exponencial $e^{a \cdot b} = e^a \cdot e^b$ _____
2. La función exponencial $f(x) = e^x$ nunca se anula _____
3. Según la definición de logaritmo $\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$ _____
4. Según las propiedades de los logaritmos $\log(a+b) = \log a + \log b$ _____
5. Según las propiedades de los logaritmos $\log(a \cdot b) = \log a \cdot \log b$ _____
6. Una función $f(x)$ **impar** es la que cumple $f(-x) = -f(x)$ _____
7. Una función $f(x)$ **par** es la que cumple $f(-x) = f(x)$ _____
8. Si la derivada de una función en $[a, b]$ es **positiva**, la función es **creciente** en $[a, b]$ _____
9. La derivada de la función $f(x) = 2x - x^2$ se anula en $x = 1$ _____
10. La función $f(x) = 2x - x^2$ tiene un **máximo** en $x = 1$ _____
11. La primitiva de una función $f(x)$ es otra función $F(x)$ tal que $f'(x) = F(x)$ _____
12. La integral definida de la función x^3 en el intervalo $[-1, 1]$ es **cero** _____
13. Si el valor absoluto de x es $|x| \leq 1$, significa que $0 \leq x \leq 1$ _____
14. Si se verifica que $a < b$, entonces $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ _____

Gráfico 2: ítems de la Parte 1 del cuestionario

El segundo bloque del cuestionario (que denominaremos Parte 2) contiene 11 ítems con cuestiones procedimentales en las que se plantea un problema simple (dibujar la gráfica de una función, simplificar expresiones numéricas o calcular una derivada o una integral sencillas). La valoración de estas cuestiones es de también de tipo dicotómico, como respuesta correcta o incorrecta.

Los ítems recogidos en la Parte 2 se muestran en el Gráfico 3.

PARTE II: Realiza las siguientes operaciones y escríbelas en el espacio indicado. Si no has oído hablar de los conceptos implicados o no sabes realizar la operación pedida, escríbelo:

1. Simplifica al máximo las siguientes expresiones :

$$\frac{(x^2 - 1)(x - 2)}{(x + 1)(x^2 - 4)}$$

$$\frac{1}{x + 2} + \frac{2 - x}{x^2 - 4} + \frac{1}{x - 2}$$

2. Dibuja (aproximadamente) las **gráficas** de las siguientes funciones elementales:

$f(x) = \text{sen } x$,

$g(x) = e^x$

$h(x) = \text{Ln } x$

3. Dadas las siguientes funciones, calcula su **derivada** y su **integral**:

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

$$g(x) = xe^x$$

$$h(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$$

Gráfico 3: ítems de la Parte 2 del cuestionario

Se llevó a cabo una validación de contenido del instrumento por jueces expertos. Aceptando los supuestos de independencia local y unidimensionalidad, se implementa una validación estadística a partir de modelos de Teoría de Respuesta al Ítem (Abad, 2011) mediante el modelo de Rasch de un parámetro (Rasch, 1961) con el software Winsteps. Como criterios mínimos para cada ítem se establecen niveles en el infit y el outfit entre 0.8 y 1.2, con valores de la correlación biserial-puntual (índice de discriminación) superiores a .10. A partir de estos criterios se eliminan, en la Parte 1 los ítems 8 y 12, y en la Parte 2 los ítems 3 y 9. Así, finalmente las escalas están constituidas por 12 y 9 ítems respectivamente.

3.3. Participantes

De la población de estudiantes españoles de nuevo ingreso en Grados en Ingeniería, se obtiene una muestra inicial de tipo intencional de 520 encuestas en seis titulaciones distintas: Ingeniería Mecánica, Arquitectura Técnica, Ingeniería

Informática en Sistemas de Información, Ingeniería Agroalimentaria, Ingeniería de Materiales e Ingeniería Civil.

3.4. Recogida y tratamiento de los datos

La aplicación presencial en el aula de las encuestas tuvo lugar en la primera semana de docencia durante tres cursos académicos consecutivos (2011-2012, 2012-2013 y 2013-2014). La variedad tanto de cursos académicos como de titulaciones de ingeniería permite inferir que la situación descrita en este estudio es generalizada y no se trata de un caso puntual.

Posteriormente, se procedió a la informatización de los datos obtenidos y a la depuración de la matriz de datos: de las 520 encuestas válidas obtenidas inicialmente se han desechado aquellas en las que los estudiantes declaran estar repitiendo curso (y por lo tanto no son estudiantes de nuevo ingreso) y/o aquellas en las que no han completado correctamente los datos del cuestionario y no se ajustaban a los requerimientos del estudio.

Tras comprobar si existen diferencias entre los grupos docentes, se observa que uno de ellos es significativamente diferente al resto en cuanto a las puntuaciones obtenidas y al índice de respuestas emitidas. Dado que se contrasta también que, por motivos de organización, este grupo dispuso de un tiempo inferior al del resto para completar el cuestionario, se optó por su extracción de la muestra final del estudio. Después de esta depuración inicial, en este estudio se trabajará con un total de 402 sujetos.

En un primer paso, se calcula la distribución de estos 402 sujetos en relación al tipo de acceso a la universidad para ver el tamaño de los grupos de estudio. En este caso, se muestra tanto el porcentaje de alumnos de cada uno de los cuatro grupos de estudio para las seis titulaciones estudiadas, como los porcentajes totales de cada uno de los grupos.

Esta distribución se muestra en la Tabla 1:

Titulación	BACH+PAU>5	BACH+PAU<5	BACH-PAU	F.P.	TOTAL
I. Mecánica	25.9%	28.5%	28.5%	17.1%	100%
I. Civil	54.2%	10.4%	26.0%	9.4%	100%
Arquitectura Téc.	20.9%	19.4%	13.4%	46.3%	100%
I. Informática	23.1%	0.0%	26.9%	50.0%	100%
I. Agroalimentaria	21.6%	13.5%	16.2%	48.6%	100%
I. Materiales	16.7%	22.2%	11.1%	50.0%	100%
TOTALES	30.8%	19.2%	23.4%	26.6%	100%
	(n=124)	(n=77)	(n=94)	(n=107)	(n=402)

Tabla 1. Porcentaje de estudiantes en los grupos de estudio

Es de destacar que los cuatro grupos que tendremos en cuenta en este estudio tienen un tamaño comparable en total, aunque su distribución es diferente en función de la titulación de qué se trate. Por ejemplo, salvo en Ingeniería Civil, en la que el grupo mayoritario es BACH+PAU>5, en el resto los grupos mayoritarios son alumnos procedentes de la Formación Profesional (casi la mitad en cuatro de

las seis titulaciones) o bien estudiantes que no han superado el examen de Matemáticas II o que no lo han llegado a realizar (como en el caso de I. Mecánica).

3.5. Técnicas de análisis

Se realizó un análisis exploratorio inicial estudiando las distribuciones de densidad de las variables analizadas y se aplicaron las pruebas de evaluación de ajuste de Kolmogorov-Smirnov (Massey, 1951) y el test de homocedasticidad de Levene (Levene, 1960). A partir de estos análisis se decidió acerca de la aplicación de contrastes de hipótesis paramétricos o no paramétricos (Siegel, 1970; Tejedor, 2006).

Finalmente se aplica un contraste de subconjuntos homogéneos a partir del contraste de Kruskal-Wallis ($\alpha=.05$). Cabe destacar que el tamaño de los grupos formados por el tipo de acceso a la universidad (variable predictora) es suficientemente grande en todos los casos, como se indica en la Tabla 1.

Mientras que en para el análisis estadístico se emplea el software IBM SPSS V.19, para facilitar la interpretación de los análisis post-hoc de los contrastes de hipótesis, se utilizó el software Gephi (Bastian, Heymann, y Jacomy, 2009) para generar los grafos de distancias entre los grupos en función de la variable de contraste.

4. Resultados

4.1. Análisis inicial de los datos

En primer lugar, se han comprobado los supuestos previos de normalidad y homocedasticidad de los datos. En este análisis se muestra en la Tabla 2:

Variable	Asimetría (int. conf.)	Curtosis (int. conf.)	K-S (distr. norm.)		Levene	
			Z	p	Lev. est.	p
Parte 1	(-0.75, -0.24)	(-0.76, 0.27)	2.37	<.001	1.14	.332
Parte 2	(0.01, 0.51)	(-1.42, -0.39)	2.27	<.001	4.95	.002

Tabla 2. Pruebas de normalidad y heterocedasticidad en la Parte 1 y 2

Así, los intervalos de confianza obtenidos ($\alpha=.05$) para los índices de asimetría y curtosis se encuentran, excepto en el índice de curtosis de la variable puntuación de la Parte 1, en niveles que indican falta de simetría y curtosis leptocúrtica. Además, aunque los gráficos de las funciones de densidad muestran que la falta de normalidad no es extrema, la prueba de Kolmogorov-Smirnov en ambos casos indica una falta de normalidad altamente significativa. En el caso de la homogeneidad de las varianzas entre los grupos estudiados, la prueba de Levene indica homocedasticidad en las puntuaciones de la Parte 1 del test y heterocedasticidad en las puntuaciones de la Parte 2.

Por lo tanto, en base a las evidencias obtenidas, se considera que las distribuciones muestrales de las variables estudiadas no proceden de una

distribución normal, y se utiliza el contraste de hipótesis a partir de pruebas no paramétricas.

4.2. Análisis de las puntuaciones del cuestionario

En primer lugar se realizó un estudio del porcentaje de acierto en cada uno de los ítems en función de los grupos definidos para las dos partes de la que consta el cuestionario. Los resultados para la Parte 1 se muestran en el Gráfico 4:

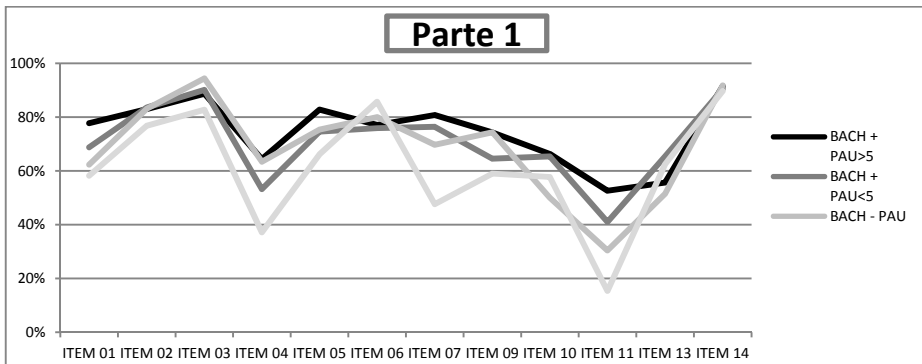


Gráfico 4. Porcentaje de aciertos en la Parte 1 por grupo de acceso a la universidad

En este Gráfico 4 podemos cómo en el caso de la Parte 1, los estudiantes del grupo BACH+PAU>5 se mantienen, en general, en los índices de porcentaje de aciertos más altos, y los estudiantes del grupo FP en los más bajos, aunque los resultados no son discriminantes en todos los ítems de la Parte 1 del cuestionario.

Por ejemplo, el ítem 14 (desigualdades) es correctamente respondido por un alto porcentaje de estudiantes de todos los grupos. Sin embargo, más de la mitad de los estudiantes procedentes de la Formación Profesional fallan en el ítem número 4 (propiedades de los logaritmos), en el ítem número 7 (definición de función par) y sobre todo en el ítem número 11 (definición de la primitiva de una función), que también presenta dificultades para el resto de los grupos.

En cuanto a los resultados para la Parte 2, se muestran en el Gráfico 5:

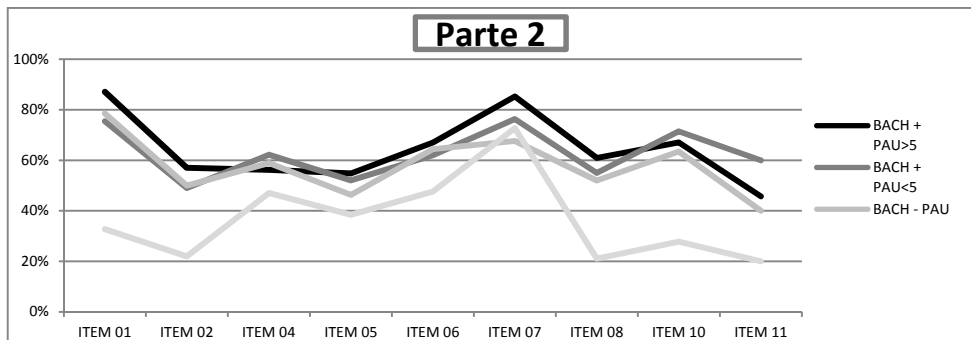


Gráfico 5. Porcentaje de aciertos en la Parte 2 por grupo de acceso a la universidad

En este Gráfico 5, podemos ver cómo los ítems incluidos en la Parte 2 del cuestionario, que analizan destrezas de tipo procedimental, discriminan mejor los grupos incluidos en el análisis. Claramente, este tipo de destrezas están menos entrenadas en los estudiantes procedentes de la Formación Profesional (FP), así como en los alumnos que han evitado el examen de Matemáticas II en la PAU (BACH-PAU). De hecho, en el Gráfico 5 la tendencia a lo largo de todos los ítems del cuestionario es más definida y clara.

Así, salvo en el ítem 7 (cálculo de la integral de la función $1/x$), el resto de los ítems son contestados de forma incorrecta por la mayoría de los estudiantes del grupo FP). Los estudiantes del grupo BACH-PAU también tienen un porcentaje de aciertos inferior al 50% en varios ítems, como el ítem 2 (simplificación de una función racional), el ítem 5 (representación gráfica del logaritmo neperiano) y el ítem 11 (cálculo de una integral de una función racional de tipo logaritmo neperiano). Este último ítem 11 presenta dificultades para la mayoría de los alumnos, incluidos los alumnos de los grupos BACH+PAU>5 y BACH+PAU<5.

Para obtener una mayor información en este estudio, podemos realizar un análisis global de las puntuaciones obtenidas en ambas partes de la prueba en función de las agrupaciones predeterminadas.

Este análisis se muestra en la Tabla 3:

Variable	Grupo	Mediana	[Q ₁ -Q ₃]	Estadístico	p-valor
Parte 1	BACH+PAU >5	9	[7-10]	79.530	<.001
	BACH+PAU <5	8	[7-9]		
	BACH-PAU	7	[6-9]		
	ACCESO FP	5	[3-7]		
Parte 2	BACH+PAU >5	4	[3-6]	107.336	<.001
	BACH+PAU <5	4	[2-5]		
	BACH-PAU	3	[2-5]		
	ACCESO FP	0	[0-1]		

Tabla 3. Cuartiles y diferencias (prueba de Kruskal-Wallis) entre los grupos principales

Podemos ver en esta Tabla 3 cómo, mientras que las diferencias en el valor de la mediana en función de la parte (Parte 1 y Parte 2) y el grupo considerado son evidentes, el contraste de hipótesis realizado a partir de la prueba de Kruskal-Wallis, indica que las diferencias entre los grupos son altamente significativas en ambas pruebas (p-valor <.001).

4.3. Análisis de las diferencias entre grupos

Veamos ahora la evolución, claramente decreciente, de la mediana y de las puntuaciones obtenidas en el rango intercuartil en función del grupo.

En el Gráfico 6 se muestran los resultados para la Parte 1 del test:

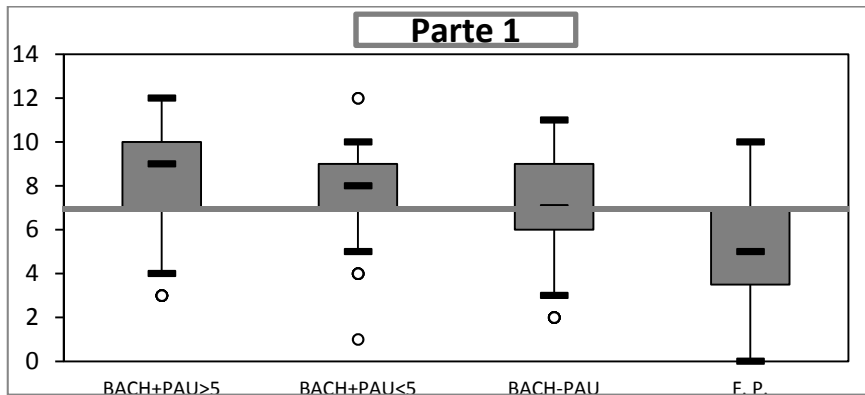


Gráfico 6. Diagrama de cajas para la Parte 1 del test en función del grupo

Aunque el decrecimiento indicado por las medianas en función del grupo de acceso resulta más claro en la Parte 1 del test, el descenso continuado también se hace patente en la Parte 2 del test, como se puede ver en el Gráfico 7:

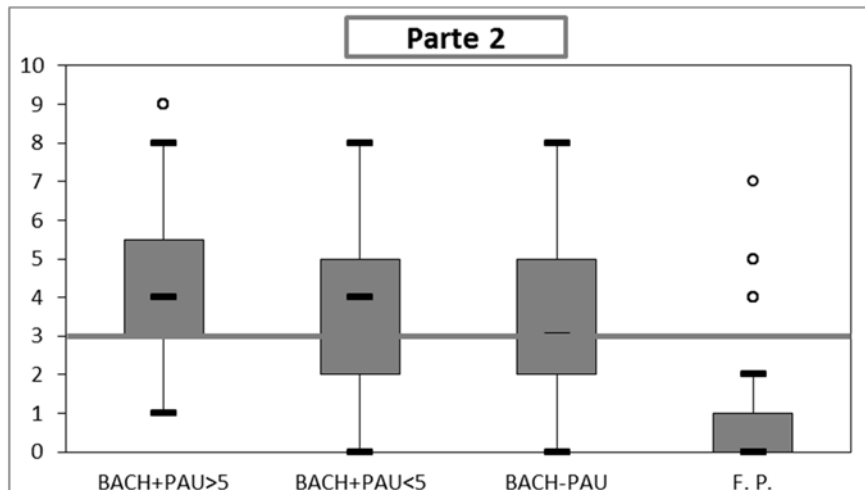


Gráfico 7. Diagrama de cajas para la Parte 2 del test en función del grupo

Los dos grupos que se han examinado de Matemáticas II en la PAU (grupos BACH+PAU>5 y BACH+PAU<5) obtienen en ambas partes del test una puntuación mediana superior a la global, siendo superior la nota del grupo que superó ese examen (grupo BACH+PAU>5). Los estudiantes que acceden a la universidad por Bachillerato sin examinarse (grupo BACH-PAU) obtienen puntuaciones medianas coincidentes con la mediana global. Los estudiantes que acceden por la Formación Profesional (grupo FP) obtienen puntuaciones medianas claramente inferiores a las globales. La mediana global alcanza, en la Parte 1, 7 puntos (Gráfico 6) y en la Parte 2, 3 puntos (Gráfico 7).

Se observa cómo en ambos gráficos los diagramas de caja son decrecientes a medida que el acceso a la universidad de los estudiantes ha resultado

matemáticamente “menos exigente”, siempre desde la perspectiva de esta investigación.

4.4. Contrastes post-hoc entre grupos

Un análisis combinado de los resultados obtenidos hasta ahora en el contraste de hipótesis de la Tabla 3 y de la tendencia que sugieren los Gráficos 6 y 7, confirma que no sólo existen diferencias entre los estudiantes que acceden a las titulaciones por la vía del Bachillerato y por la vía de la Formación Profesional, sino que también, dada la actual normativa de la PAU, existen varios subgrupos dentro de los estudiantes procedentes de Bachillerato, en función de la realización o no de la prueba de Matemáticas II en la PAU, así como del desempeño de los estudiantes en la misma (nota superior o inferior a 5).

Para entender mejor estas diferencias, se han realizado contrastes post-hoc a partir de la prueba de Kruskal-Wallis utilizando los grafos de distancias entre los grupos en función de la variable de contraste. En el Gráfico 8 se muestra la Parte 1 del test:

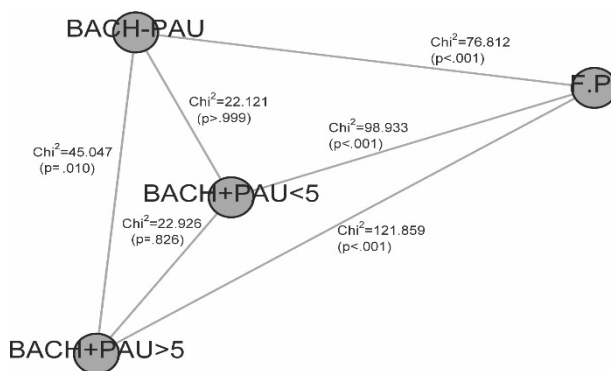


Gráfico 8. Grafo de diferencias entre los grupos en la Parte 1.

En este tipo de representaciones, cuanto más alejados están los nodos en el grafo, mayor es la diferencia entre los grupos (dentro de las limitaciones de una representación bidimensional). Así, en la Parte 1 del cuestionario, que se muestra en el Gráfico 8, se observan diferencias que son altamente significativas ($p<.001$) entre el grupo de estudiantes de acceso a través de Formación Profesional (grupo FP) y el resto de grupos. También se observan diferencias significativas ($p=.010$) entre el grupo que no se examina de Matemáticas II en la PAU (grupo BACH-PAU) y el grupo que sí se examina y aprueba el examen (grupo BACH+PAU>5).

Podemos concluir entonces que en las cuestiones de contenido conceptual, definiciones, propiedades, etc., evaluadas en la Parte 1, el rendimiento del grupo FP es diferente del resto de los grupos de forma altamente significativa ($p<0.001$); y además el rendimiento de los estudiantes que han evitado realizar el examen de Matemáticas II (grupo BACH-PAU) es significativamente distinto del rendimiento de los estudiantes que han realizado y aprobado ese examen ($p=0.010$).

En la Parte 2 del cuestionario, que está representada en el Gráfico 9, se observa una situación similar:

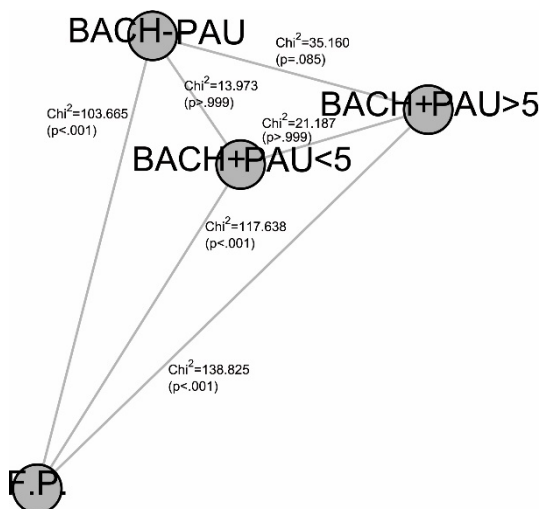


Gráfico 9. Grafo de diferencias entre los grupos en la Parte 2.

En este Gráfico 9, podemos ver que los valores de diferencia más abultados (altamente significativas, con $p<.001$) son los alcanzados por el estadístico de contraste y los p-valores entre el grupo FP y todos los demás grupos que provienen del Bachillerato.

Además, las diferencias entre el grupo que no se examina de Matemáticas II (BACH-PAU) y el grupo que se examina y aprueba este examen (BACH+PAU>5) se sitúan en cotas probablemente significativas ($p=.085$).

Veamos ahora el contraste de subconjuntos homogéneos a partir del contraste de Kruskal-Wallis para cada una de las partes ($\alpha=.05$).

Los resultados para la Parte 1 se muestran en la Tabla 4.

Variable	Grupo	Subgrupo		
		1	2	3
Parte 1	Bach+PAU >5	217.82		
	Bach+PAU <5	194.90	194.90	
	BACH-PAU		172.78	
	ACCESO FP			95.97
	Estadístico de contraste	3.212	2.082	-
	p-valor	.073	.149	-

Tabla 4. Subgrupos homogéneos para el contraste de Kruskal-Wallis en la Parte 1

Como podemos ver en la Tabla 4, se pueden establecer, en función de los rangos obtenidos en la prueba de Kruskal-Wallis para cada grupo, 3 subgrupos homogéneos. En el primer grupo se incorporarían los estudiantes del grupo que aprobó el examen de matemáticas (grupo BACH+PAU >5), en el segundo los

estudiantes del grupo que no se han examinado de matemáticas (grupo BACH-PAU) y en el tercero los estudiantes del grupo FP.

En cuanto a los estudiantes del grupo que no aprobó el examen de matemáticas (grupo BACH+PAU<5) están a caballo entre el subgrupo 1 y el subgrupo 2 y se asemejan más al segundo subgrupo que al primero (el p-valor es de .073 en el subgrupo 1 frente a .149 en el 2). De hecho, las diferencias entre el grupo BACH+PAU >5 y el grupo BACH+PAU<5 son probablemente significativas ($p < .10$), con lo que situaríamos a este grupo en un rango más cercano al grupo de estudiantes que no realizan el examen de matemáticas que al grupo de estudiantes que sí lo realizan y lo aprueban.

Los subconjuntos homogéneos para la Parte 2 del test aplicada a los estudiantes vuelven a ofrecer resultados similares a los obtenidos en la prueba previa, como se puede ver en la Tabla 5:

Variable	Grupo	Subgrupo		
		1	2	3
Parte 2	Bach+PAU >5	219.47		
	Bach+PAU <5	198.28	198.28	
	BACH-PAU		184.31	
	ACCESO FP			80.64
	Estadístico de contraste	2.369	0.951	-
	p-valor	.124	.329	-

Tabla 5. Subgrupos homogéneos para el contraste de Kruskal-Wallis en la Parte 2

Nuevamente se establecen 3 subgrupos, en los que están, respectivamente, los estudiantes del grupo BACH+PAU>5, los estudiantes del grupo BACH-PAU y los estudiantes del grupo FP. Los estudiantes del grupo BACH+ PAU<5 vuelven a estar entre el subgrupo 1 y 2, siendo más cercanos al segundo subgrupo (es decir, a los estudiantes que no se han examinado de Matemáticas II en la PAU) que al primero (los estudiantes que han superado el examen).

5. Discusión y conclusiones

Hay grandes diferencias en los conocimientos matemáticos de los alumnos de primer curso de Grado en Ingenierías, medidos mediante un test de conocimientos básicos realizado al comienzo del curso. Los peores resultados en este cuestionario son los obtenidos por los alumnos procedentes de la Formación Profesional; pero también existe una formación matemática bastante débil en un importante porcentaje estudiantes procedentes de Bachillerato. En este estudio, mostramos como una posible causa de este bajo nivel puede ser la decisión tomada por los estudiantes sobre el examen de Matemáticas II de la Prueba de Acceso a la Universidad, así como los resultados obtenidos en esta prueba.

Según nuestros datos, y siempre teniendo en cuenta las posibles limitaciones del instrumento, la prueba de Matemáticas II de la PAU discrimina adecuadamente,

pues los alumnos que superan dicha prueba tienen una mejor formación matemática inicial al ingresar en la Universidad. Sin embargo, la normativa actual permite que la composición de los grupos de aula en los primeros cursos universitarios sea muy heterogénea. Así, en las titulaciones de Ingeniería nos encontramos con una nutrida presencia de alumnos procedentes de la Formación Profesional (hasta un 26.6% en este estudio, que llega a ser del 50% en algunas titulaciones), así como con otro importante grupo de alumnos procedentes de Bachillerato pero que no poseen el nivel matemático adecuado debido a su estrategia frente al examen de Matemáticas II de la PAU, bien por evitar el examen o por no haberlo superado (hasta un 42.6% en este estudio). Resulta así que el grupo de estudiantes que sí han aprobado el examen de Matemáticas II sólo constituye un 30.8% de los estudiantes de nuevo ingreso considerados globalmente: en la mayor parte de las titulaciones consideradas, este porcentaje está entre el 20% y el 25% (salvo en Ingeniería Civil, que llega al 54%).

Según muestran nuestros datos, esta composición de los grupos de aula es relevante a la hora de evaluar los conocimientos matemáticos de los estudiantes de nuevo ingreso mediante un cuestionario diseñado a tal efecto. Los alumnos que han evitado realizar el examen de Matemáticas II en la PAU, aun habiendo cursado un Bachillerato de tipo científico-técnico, presentan conocimientos matemáticos, tanto teóricos como procedimentales, que son significativamente inferiores a los de los estudiantes que eligieron examinarse de Matemáticas II y superaron la prueba ($\alpha=.05$). Los estudiantes que se presentaron a dicha prueba y no la superaron se encuentran en un subgrupo intermedio, más cercano a los estudiantes que no se han presentado al examen que a los que sí superaron el examen. También se confirma en este estudio la muy diferente formación matemática, ya conocida, de los estudiantes procedentes de la Formación Profesional.

En general, las actuaciones propuestas por los investigadores para mejorar el nivel de conocimientos matemáticos de los alumnos de los primeros cursos universitarios, no tienen en cuenta esta heterogeneidad en los grupos de aula, y tampoco incluyen la posibilidad de elección en la PAU que permite la normativa, que no existía en el momento en el que han hecho sus propuestas. Por ello, en muchos de ellos se pretende mejorar el nivel inicial de matemáticas utilizando el propio examen de Matemáticas de la PAU como elemento dinamizador. Así, por ejemplo, en el estudio de Boal y otros (2008) se relaciona el bajo nivel de conocimientos matemáticos con la falta de ejercicios aplicados en los problemas de Matemáticas II de la PAU, la ambigüedad de algunos de sus enunciados o el aprendizaje superficial que se produce en el Bachillerato. Estos autores proponen un diseño diferente de los exámenes de Matemáticas II de la PAU para impulsar el cambio curricular en el Bachillerato. En la misma línea, Contreras y otros (2010) proponen que sean los contenidos o el diseño de la prueba de Matemáticas de la PAU los que impulsen el cambio en el Bachillerato, y Huidobro y otros (2010) indican que se debe modificar la excesiva previsibilidad de los exámenes de la PAU como una de las formas de mejorar el excesivo “salto” que se produce desde el bachillerato a la Universidad.

Sin embargo, la situación es bastante más compleja dada la actual normativa: si los estudiantes pueden evitar realizar el examen de Matemáticas II y aun así acceder a estas titulaciones de carácter científico-técnico, es de esperar que

eventuales mejoras en los exámenes de la PAU no tengan como consecuencia la mejora del nivel matemático global de los alumnos de nuevo ingreso en las titulaciones de ingeniería. Los alumnos de Formación Profesional, que forman un grupo creciente en muchas titulaciones, tampoco se ven afectados por estas iniciativas. Por lo tanto, las actuaciones de mejora, si se realizan, deben ser independientes del diseño de la prueba de Matemáticas II de la PAU, al menos mientras esté en vigor la actual normativa de Acceso a la Universidad. Pueden resultar más efectivas las iniciativas destinadas a mejorar el nivel matemático en el Bachillerato, o bien las realizadas desde la propia Universidad, sobre todo las dirigidas a los alumnos de Formación Profesional.

Esta situación de bajo nivel matemático que describimos en nuestro estudio está en consonancia con los datos, mucho más locales, analizados por diversos autores en carreras técnicas concretas de distintas Universidades españolas, como los estudios de Cobos y otros (2013) en Ingeniería Informática o Heredia y otros (2011) en Arquitectura Técnica. Junto a los sesgos que posiblemente lleve asociados el instrumento finalmente aplicado, validado sólo parcialmente, la principal limitación de nuestro estudio y de los citados anteriormente es que no se ha realizado un estudio a gran escala de esta situación. Una de las causas probables de esta ausencia de estudios comparativos es la dificultad para obtener estos datos, puesto que esta información sobre los datos de las Pruebas de Acceso de los estudiantes no está al alcance de los profesores de los primeros cursos, y tampoco figura en las estadísticas generales de la PAU más que como datos agregados, con lo que resultan de difícil manejo para nuestros propósitos. Tampoco estos datos están conectados con la posterior elección de estudios de los alumnos.

Por ello, creemos que sería muy recomendable que la información sobre el tipo de acceso de los alumnos sea solicitada a las instituciones universitarias, o, si éstas no pueden suministrarla, que sea el propio docente el que intente recabarla de sus estudiantes, utilizando algún tipo de cuestionario, test o plantilla diseñada para ello. Se podrá entonces identificar cuál es la composición de los grupos de aula y cuáles son las áreas concretas en los que los alumnos presentan peores resultados, para poder diseñar las estrategias más adecuadas para mejorar esta situación.

6. Referencias bibliográficas

- Abad, F. J. (2011). *Medición en ciencias sociales y de la salud*. Madrid: Síntesis.
- Bastian, M., Heymann, S., y Jacomy, M. (2009). Gephi: an open source software for exploring and manipulating networks. *Proceedings Third ICWSM*, 8, 361-362. Recuperado de <http://www.aaai.org/ocs/index.php/ICWSM/09/paper/viewFile/154Forum/1009> (12-01-15).
- Boal, N., Bueno, C. Leris, M. D. y Sein-Echaluce, M. L. (2008). Las habilidades matemáticas evaluadas en las Pruebas de Acceso a la Universidad. Un estudio en varias Universidades Públicas españolas. *Revista de Investigación Educativa*, 26 (1), 11-23.
- Bowen, E., Prior, J., Lloyd, S., Thomas S. y Newman-Ford, L. (2007). Engineering more engineers — bridging the mathematics and careers advice gap. *Engineering Education* 2 (1), 23-31.

- Cobos, M., Arevalillo, M., Moreno, P., y Olanda, R. (2013). Estudiando el nivel en matemáticas de alumnos de nuevo ingreso en ingeniería informática: percepción y realidad. *Actas XIX Jornadas sobre la Enseñanza Universitaria de la Informática (JENUI)* pp. 233–239. Castellón, España: Universitat Jaume I
- Contreras, A., Ordoñez, L. y Wilhelmi, M. (2010). Influencia de las pruebas de acceso a la Universidad en la enseñanza de la integral definida en el bachillerato. *Enseñanza de las ciencias*, 28 (3), 367–384.
- Engineering Council (2000). *Measuring the mathematics problem*. The Engineering Council, Londres. Recuperado de <http://www.engc.org.uk>. (12-01- 2015).
- European Society for Engineering Education (SEFI) (2013). *A framework for mathematics curricula in engineering education*. Recuperado de [http://sefi.htw-aalen.de/Curriculum/Competency based curriculum incl ads.pdf](http://sefi.htw-aalen.de/Curriculum/Competency%20based%20curriculum%20incl%20ads.pdf) (12-01-2015).
- Gómez- Chacón, I. M. (2009). Actitudes matemáticas: propuestas para la transición del Bachillerato a la Universidad. *Educación Matemática*, 21 (3), 5–32.
- Henderson, S., y Broadbridge, P. (2008). Mathematics for 21st century engineering students. *Final Report*. Melbourne, Australia: Australian Teaching and Learning Council (AMSI). Recuperado de <http://amsi.org.au/wp-content/uploads/2014/07/21EngP.pdf> (20-10-2015)
- Heredia, S., Méndez, D. y Moreno, J. (2011). Datos de acceso de los estudiantes del Grado en Ingeniería de la Edificación. *IX Jornadas de Redes de Investigación en Docencia Universitaria: Diseño de buenas prácticas docentes en el contexto actual*, pp.116. Alicante, España. Recuperado de <http://m.web.ua.es/en/ice/jornadas-redes-2011/documentos/posters/184646.pdf> (12-01-2015).
- Hidalgo, S., Maroto, A. y Palacios, A. (2004). ¿Por qué se rechazan las matemáticas? Análisis evolutivo y multivariante de actitudes relevantes hacia las matemáticas. *Revista de Educación* 334, 75–95.
- Huidobro, J. A., Méndez, A. y Serrano, M. L. (2010). Del Bachillerato a la Universidad: las Matemáticas en las carreras de ciencia y tecnología. *Aula Abierta*, 38 (1), 71–80.
- Institute of Physics (2011) *Mind the gap. Mathematics and the transition to A-levels to physics and engineering degrees*. The Institute of Physics. Londres. Recuperado de <http://www.iop.org> (12-01-2015)
- Kent, P. y Noss, R. (2003). Mathematics in the university education of engineers. *Ove Arup Foundation Report*, Ove Arup Foundation, Londres.
- Kerlinger, F., y Lee, H. (1999). *Foundations of behavioral research* (4 ed.). Chicago: Wadsworth Publishing
- Levene, H. (1960). Robust tests for equality of variances. En I. Olkin, S. G. Ghurye, W. Hoeffding, W. G. Madow, y H. B. Mann (Eds.), *Contributions to Probability and Statistics: Essays in Honor of Harold Hotelling* (pp. 278-292). Standford, California: Standford University Press.
- Mallart (2014). La resolución de problemas en la prueba de Matemáticas de acceso a la universidad: procesos y errores. *Educatio Siglo XXI*, 32 (2), 233-254.
- Massey, F. J. (1951). The Kolmogorov-Smirnov Test for Goodness of Fit. *Journal of the American Statistical Association*, 46 (253), 68-78.
- Mustoe, L. (2002). The mathematics background of the undergraduate engineers. *International Journal of Electrical Engineering Education*, 39 (3), 192–200.

- Mustoe, L. y Lawson, D. (2002) *Mathematics for the European engineer. A curriculum for the twenty-first century*. Recuperado de <http://sefi.htw-aalen.de/Curriculum/sefimarch2002.pdf> (12-01-2015).
- Nortes, A. y Nortes, R. (2010). Resolución de problemas de matemáticas en las pruebas de acceso a la Universidad: errores significativos. *Educatio siglo XXI*, 28 (1), 317–342.
- Rasch, G. (1961). *On General Laws and the Meaning of Measurement in Psychology*. Danmarks pædagogiske Institut.
- Ruiz de Gauna, J. y Sarasua, J. (2011). ¿Mejoran los resultados con el nuevo sistema de selectividad?. *Bordón*, 63 (4), 111–121.
- Ruiz de Gauna, J. y Sarasua, J. (2013). Estudio comparado de los resultados de las pruebas de acceso a la universidad en Cataluña, Comunidad Valenciana y País Vasco. *Ikastorratza, e-Revista de didáctica*, 11, 5-24.
- Siegel, S. (1970). *Estadística no paramétrica aplicada a las ciencias de la conducta*. México: Trillas.
- Tejedor F. J. (2006). *Análisis inferencial de datos en educación*. Madrid: La Muralla.