SOBRE EL PROBLEMA DE LA TRANSFORMACIÓN DE VALORES A PRECIOS[1]

Antonio Mora Plaza
Economista, Madrid

Resumen.- Este trabajo trata del problema presentado por Marx en el III volumen de *El Capital* acerca del paso de valores a precios. Marx no acertó con la solución y sí lo hizo años más tarde Bortkiewicz. El artículo da alguna nueva solución y discute algunas de las anteriores.

Palabras clave.- *Marx, transformación, valores, precios.*

Abstract.-This paper treat about the problem originated in Marx with his III The Capital volume for to pass of value system of capitals to a prices system. Marx gave a mistake solution and Bortkiewicz gave the first good solution. This art. is a attempt to give the news solutions with some surprise and make discussion of the before.

Keywords.- *Marx, transformation, Values, Prices.*

1- Introducción

Pretende ser este un trabajo creativo del manido problema de la transformación de valores a precios. Para algunos este problema está resuelto, para otros, no. Claro está que todo depende de las hipótesis de partida y de los problemas que se trata de resolver. No es este una recopilación histórica del problema. Nada más lejos de mi intención, dado que existen ya excelentes trabajos al respecto, tanto en inglés como alguno en español. Desde que Böhm-Bawerk analizó el problema en Marx (III libro de "El Capital") y llegó a la conclusión de que todo el sistema marxiano

[1] Una excelente introducción al problema véase "Un vistazo histórico y metodológico al problema de la transformación de valores a precios de producción", por Ian J. Seda-Irizarry, en internet: http://economia.uprrp.edu/notas%20de%20clase%2012.pdf

era irrecuperable por no dar el germano con la solución correcta -que no la dio- y con Samuelson más tarde, proclamando su inutilidad aunque se hallara una solución correcta, ha decaído el peso de su importancia. Sin embargo es difícil huir de ello a pesar de que no me parece transcendente, ni se va a derribar el sistema marxiano para disgusto de la memoria del austríaco por no dar con una solución lógico-matemática al problema. Soluciones existen. Aquí se apunta alguna original. Algunas se presentan como la raíz de un posible método de planificación o de guía para la política económica desde lo público. Cualquiera que observe las teorías económicas, los armazones en los que se sostienen los análisis económicos, se puede comprobar que casi toda la teoría está en crisis, porque lo que derriban los paradigmas no son el surgimiento de nuevo paradigmas -como algún historiador de la ciencia ha pretendido sostener-, sino que es la propia realidad las que lo derriban. En la fecha en la que escribo, a finales del año 2009, la mayor recesión económica desde la Gran Depresión del 29 ha derribado el paradigma neoliberal -neoclásico en la teoría pura- del sólo mercado y de que el Estado es el problema y el mercado la solución. Con el Cambridge inglés de los años 30 de Robinson, Kaldor, Sraffa, Dobb, etc., se produjo la primera crisis de la teoría[2]; los períodos de inflación han martilleado las teorías keynesianas o intervencionistas de los estados a través del gasto público; ahora los teóricos neoliberales balbucean pero no saben que decir, aunque se puede afirmar que la vuelta -creo que coyuntural, por desgracia- de un keynesianismo limitado en el tiempo y en la intensidad han salvado el sistema. Ni la micro neoclásica de los mercados ni la macro de la expectativas racionales han sido paradigmas que hayan dado mecanismo solventes de acción a la política económica y a los políticos en los períodos de crisis.

Con un Marx actualizado, con Sraffa, Leontief, Morishima, Newmann, Passineti, Garegnani, Steedman, etc., se puede afirmar que ha abierto la teoría económica a un nuevo paradigma en la teoría: la mesoeconomía. No es que se esté ahora dando los pasos teóricos, porque estos comienzan con Sraffa en los años 30 y antes con Marx, sino que, derribados los existentes, acabarán imponiéndose otros. La mesoeconomía -o como quiera llamársele- sería el estudio *y la construcción de una teoría* de las relaciones económicos de producción, distribución y consumo entre los sectores de la economía. La micro estudia los mercados; la macro de raíz keynesiana, los aspectos globales de la economía centrada en unas cuantas variables producto de agregaciones. Ha de haber de alguna manera una teoría de las interrelaciones sectoriales más allá de los análisis input-ouput más o menos empíricos.

Este trabajo es una modesta contribución a dar contenido lógico-matemático correcto al problema de la transformación, porque pasar de los valores a los precios de producción y luego si es posible a los de mercado -toda esta cadena- sí puede ser importante para ayudar al nuevo paradigma a abrirse paso *en el mercado de los conocimientos* que se enseñan, que no ocurrirá si permanecen atesorados sólo entre los especialistas y entre olvidadas tesis doctorales.

[2] Joan Robinson dice en sus Ensayos críticos (*Collected Economic Papers*) que es la segunda, porque la primera data -según ella- de los años 20.

Publicación asociada a la Revista *Nomads. Mediterranean Perspectives* | ISSN 1889-7231

2 - La crítica de Steedman

Un libro clásico sobre el problema de la transformación es el de Ian Steedman, *Marx after Sraffa*, publicado en inglés en 1977. El autor dedica todo un libro al tema que surgió en Marx en el **I** tomo de El Capital y que intentó resolverlo en el **III** tomo. Ya señaló Bortkiewicz el error de pasar de valores a precios, sustituyendo la plusvalía medida en términos de valor[3] por la ganancia media calculada como el cociente de la plusvalía absoluta dividida entre la suma de los capitales constante y variable. Marx también igualaba la plusvalía total a las ganancias totales y el valor agregado de la producción (en términos de precios) al valor agregado en términos de valor-trabajo. Desde entonces se ha hablado de dos cosas diferentes: error y/o contradicción casi de forma sinónima. Aquí vamos a concretar cuál es cuál y ello nos llevará a una sorpresa. Sí se puede afirmar que Marx cometió un error conceptual -del que era consciente perfectamente- al sumar valores con precios, es decir, al sumar los capitales constante y variable a la plusvalía transformada en ganancia, porque los capitalistas -ahora se les llama empresarios- intercambian, compran y venden sus productos a sus precios, y eso incluye la compra-venta entre las propias empresas. Steedman llega a decir: "*La idea de que la ganancia total es igual a plusvalía total es tan falsa como la idea de que **S/(V+C)** es la tasa de ganancia*"[4]. Buena parte del libro del autor se basa en esta idea. ¿Tiene razón Steedman y Marx se equivocó también en esta última parte, es decir, en la que atañe a la tasa de plusvalía y a la tasa de ganancia? Veamos quién tenía razón. Partimos de la ecuación matricial (1) que define el sistema de precios:

$$(1)\qquad \underset{1xn}{p}\,\underset{nxn}{Y} = \left[\underset{1xn}{L}\,\underset{nxn}{w} + \underset{1xn}{p}\,\underset{nxn}{X}\right] \times \left(1 + \underset{nxn}{g}\right)$$

con ***n*** precios (***p***), ***n*** productos finales (***Y***), ***n*** inputs de trabajo directo (***L***), ***nxn*** medios de producción (***X***) y ***n*** tasas de ganancia (***g***)[5].

y (2) que es la que define el sistema de valores marxiano para ***n*** sectores:

$$(2)\qquad \underset{1xn}{\Lambda}\,\underset{nxn}{Y}\,\underset{nxn}{\mu} = \underset{1xn}{C}\,\underset{nxn}{\mu} + \underset{1xn}{V}\,\underset{nxn}{\mu} + \underset{1xn}{S}\,\underset{nxn}{\mu}$$

---

3 Como vamos a hablar mucho de valor y valor-trabajo, merece la pena traer a colación, al menos por una vez, qué entendía Marx por valor: "*El valor de la mercancía se determina por el tiempo de trabajo necesario contenido en ellas y no por el tiempo de trabajo que en ellas se encierra*" (El Capital, pág. 100, FDE). Y a continuación Marx señala que es el capital el que acorta el tiempo de trabajo necesario; son más las horas de trabajo *potenciales* que *reales* las que dan valor, siendo la competencia el catalizador que permite el acortamiento de las horas de trabajo necesarias socialmente. Esto está íntimamente relacionado con su concepción de trabajo abstracto y concreto. Pero no tenemos espacio para seguir por ahí; por otro lado hay ya muchos estudios hechos al respecto (en español: "Karl Marx, economista", Enrique M. Ureña, 1977, edit. Tecnos)

4 "Marx, Sraffa y el problema de la transformación", pág. 46, FCE.

5 tanto **w**, **Y**, **g** son matrices diagonales, donde todos sus elementos son cero, salvo los de la diagonal principal.

donde " μ " es la matriz diagonal de *coeficientes de transformación* de valores a precios, ***C***, ***S*** y ***V*** son los *capitales constante, variable y la plusvalía*, respectivamente, de cada sector y "Λ" es *el valor agregado unitario* del producto total de cada sector medido en horas de trabajo por producto. Marx hizo el supuesto de que las plusvalías totales fueran igual a las ganancias totales. Nosotros haremos que *la plusvalía de cada sector* (o mercancía) en términos de valor sea igual a *la ganancia total de cada sector* en términos de precio, lo cual es un supuesto aún más exigente que el del propio de Marx, es decir, haremos:

(3) $$\left[\underset{1xn}{L}\underset{nxn}{W}+\underset{1xn}{p}\underset{nxn}{X}\right]\underset{nxn}{g}=\underset{1xn}{S}\underset{nxn}{\mu}$$

La segunda condición en la transformación de valores a precios que impuso Marx, es decir, la de la igualación del producto total en términos de precios al producto en términos de valor no es necesaria en este contexto, pero sí lo son otras dos condiciones de equilibrio que también están en Marx, que proceden de la filosofía del *tableau* de Quesnay. Estas condiciones o similares se aplican cuando queremos valorar la capacidad de reproducción del sistema y de su acumulación. En definitiva, igualaremos -dentro de la filosofía marxiana- *la masa de salarios **(Lw)*** con *el capital variable* de todos los sectores que producen mercancías-salarios, es decir, las que consumen los trabajadores directos y sus familias (***Vu***), por un lado; por otro, igualaremos también *los capitales constante* (***Cu***) con los sectores de *medios de producción* (***pX***), y quedará reflejado todo ello en las ecuaciones que siguen:

(4) $$Lw=V\mu$$

(5) $$pX=C\mu$$

Al proceder así hacemos que el sistema encuentre su equilibrio y su reproducción igualando ofertas con demandas: la de los bienes-salario (mercaderías en Marx) con los salarios de los trabajadores que los van a consumir; la amortización de los medios de producción con nuevos medios que se igualan en términos de valor (no necesariamente en término físicos), y la de las plusvalías que derivarán en demandas de bienes no salariales por parte de los capitalistas. Estos 3 sistemas de ecuaciones matriciales supone el cumplimiento también de la igualación de (1) y (2), es decir, la (6) no es una nueva condición, sino una combinación lineal de (3), (4) y (5)[6]. Esta ecuación es:

(6) $$pY=\Lambda Y\mu$$

Si Steedman hubiera hecho estas consideraciones sobre el sistema marxiano en términos de valor y el sistema de ecuaciones que definen al sistema en términos de precios se hubiera llevado una sorpresa y, en cualquier caso, nadie hubiera podido acusarle de alejarse del espíritu marxiano en el capítulo de la reproducción simple del sistema capitalista. No lo hizo y no se percató de lo que sigue. De (3)

[6] De hecho es su suma.

podemos despejar *la tasa de ganancia* (***g_j***) de cada sector gracias a que se trata de una matriz diagonal con ceros en todos los elementos en los que "$i \neq j$":

(7) $$g_j = \frac{S_j \mu_j}{l_j w_j + \sum_{i=1}^{i=n} p_i x_{ij}} \quad \text{para } j = 1 \text{ a } n$$

y lo mismo hacemos con (4) y (5) y queda:

(8) $$u_j = \frac{l_j w_j}{V_j} \quad \text{para } j = 1 \text{ a } n$$

(9) $$\sum_{i=1}^{i=n} p_i x_{ij} = C_j \mu_j \quad \text{para } j = 1 \text{ a } n$$

y si se procede a la sustitución de (8) y (9) en (7), Steedman se llevaría un disgusto o una sorpresa si viera la ecuación resultante:

(10) $$\boxed{g_j (\text{tasa de ganancia}) = \frac{S_j}{C_j + V_j} (\text{tasa de plusvalía})} \quad \text{para todo } j = 1 \text{ a } n$$

Es decir, *la tasa de ganancia de cada sector (sean **3** sectores, como en los ejemplos de Marx, o **n** sectores, como aquí) definida en términos de precios por la ecuación (1) del sistema, es igual a la tasa de plusvalía marxiana en términos de valor-trabajo (definida por la ecuación (2))*.

Lo notable de la demostración es que hemos utilizado los coeficientes de transformación como puente desde la (2) a la (10), pero al final han desaparecido (igual que la razón-patrón srafiana, que se utiliza como medida del excedente y de beneficios máximos del sistema, pero no es necesario calcularla). Steedman estaba equivocado y Marx tenía justificación al usar la tasa de ganancia como equivalente a la tasa de plusvalía. Y por si fuera poco, no ha hecho falta suponer tampoco tipo de ganancia cero y composiciones orgánicas de capital determinadas para llegar a (10)[7]. Las dificultades surgen cuando emplea Marx una *sola tasa de ganancia* y sustituye la plusvalía por las ganancias obtenidas a partir de esta tasa global en función de los capitales constante y variable de cada sector. Es decir, lo que es cierto para cada tasa de ganancia (como aquí se ha demostrado), no lo es para una única tasa de ganancia. Claro que Marx tenía sus razones para obrar así porque el germano tomaba una sola tasa por dos cosas: como primer paso para demostrar que los precios comerciales o de venta giran *gravitatoriamente* en torno a los precios de producción derivados a partir de una tasa única de ganancia global; y porque así preparaba el capítulo de la decadencia del sistema capitalista a partir de el descenso histórico de la *tasa de ganancia global*. El otro error de Marx es querer sumar las ganancias así obtenidas con los capitales constantes y variables en términos de valor; ahí han

[7] Cosa que deberíamos hacer si no hubiéramos supuesto las igualdades (3), (4) y (5) conjuntamente y por sectores (o en su caso por mercancías).

tenido razón Böhm-Bawerk, Bortkiewicz, Dmitriev, Samuelson, Steedman, etc. y... el propio Marx, que ya lo explicitó en el **III** tomo del Capital -elaborado incluso antes que el **I,** como sabemos- y que era perfectamente consciente del problema al redactarlo. No hay pues contradicción en la manera que usa Marx sus ecuaciones del sistema para pasar de los valores-trabajo a los precios (de producción, hay que suponer) y sí error al sumar, como diría un castellano, churras (valores) con merinas (precios). Nunca llegó Marx a solucionar el problema que el mismo había planteado por falta de herramientas matemáticas[8]: de poder hacerlo, se hubiera dado cuenta de otro problema más poderoso, que veremos en próximos epígrafes.

3 - La solución de Bortkiewicz y su generalización

Se tiene al economista ruso como el primero que dio una solución lógica correcta al problema planteado por Marx en el tomo **III** de la transformación de valores a precios. En efecto, Marx pasó a precios la ganancia de cada sector (o mercancía) de la economía, sustituyendo la plusvalía de cada sector por la ganancia obtenida al multiplicar la suma de los capitales constante y variable sectoriales por la tasa de ganancia global. Pero ahí se quedó y nada hizo más con los valores de los capitales constante (medios de producción) y variable (masa de salarios). Bortkiewicz planteó con un ejemplo el siguiente sistema de ecuaciones:

$$
\begin{aligned}
&(1+g)(225x+90y)=375z \\
(11)\quad &(1+g)(100x+120y)=300z \\
&(1+g)(50x+90y)=200z
\end{aligned}
$$

donde ***x, y, z*** serían los coeficientes de transformación que harían posible pasar de valores a precios de producción una vez calculados y sustituidos su valor en (11). Se puede comprobar además que el esquema de realidad dibujado levemente por el sistema (11) tiene la bondad de permitir su reproducción simple, puesto que la suma por columnas para el capital constante nos da la suma en términos de valor del sector primero de medios de producción, y la segunda suma -la del capital variable- se iguala al valor de lo producido en el sector de bienes-salario (fila 2). Surge el problema de que tenemos 3 ecuaciones y 4 incógnitas, y eso parece un pecado, porque ese grado de libertad haría depender una variable de otra con una infinidad de soluciones. Lo que se ha hecho tradicionalmente ha sido introducir un numerario para relativizar los precios, bien sea mediante un precio (puede ser la producción de oro y su relación estable con respecto a la moneda en curso de cada país) o bien tomar como numerario la propia renta nacional o suma vertical del valor de la producción final de todos los sectores. Lo primero es equivalente a eliminar una variable al hacerla igual a **1**; lo segundo es introducir una ecuación más (como hace Sraffa en su modelo[9]), con lo que igualamos -en ambos casos- el número de ecuaciones e incógnitas y el sistema

[8] Aún no se había demostrado el teorema (teoremas) de Perron-Froebenius, o no se habían "inventado" las cadenas de Markov o la programación lineal.

[9] "*Producción de mercancías por medio de mercancías*".

tiene solución[10]. Con esto se soluciona en efecto el modelo desde el punto de vista lógico-matemático; cosa distinta es si las ecuaciones, hipótesis o numerarios empleados siguen el espíritu marxiano o se apartan de él. Sobre ello hay trabajos ya hechos y no voy a entrar. En cambio -y este es el objeto del epígrafe- me parece que el modelo del ruso padece un error de partida: que el número de sectores es sólo de **3**. Y eso suele ocurrir cuando se toman los modelos -aparentemente inocentes- de Marx, de epígonos y críticos (Böhm-Bawerk, etc.) casi sin pensar, de forma natural, porque de partir -como hipótesis- de **4** sectores entonces, por ejemplo, tendríamos más ecuaciones que incógnitas; otras veces, al multiplicar el número de sectores, son más las incógnitas que las ecuaciones. Por todo esto no valen hipótesis sobre un número de ecuaciones determinados sino sobre un número ***n*** indefinido de sectores con su correspondiente número de ecuaciones. Veremos entonces como surgen de forma natural y a la luz algunos problemas que en los casos particulares no se perciben. Y también son válidas -aunque no es lo habitual- que el número de ecuaciones sea menor que el de incógnitas, porque aún cuando no resolvamos el sistema para obtener valores concretos de las variables, es útil manejar modelos en los que podamos ver cómo unas variables dependan de otras y bajo qué condiciones. Buscar soluciones -que la mayoría de las veces además son de equilibrio- es una obsesión marginalista que esconde una ideología concreta, que es la siguiente: las fuerzas e inercias de la economía, ocultas o a la luz, son impersonales, no tienen nombre y apellido, las producen normalmente los mercados, nos dicen lo que podemos cobrar, las cantidades a consumir, el precio que hay que poner a los bienes finales e intermedios, las amortizaciones que hay que llevar a cabo. Es en efecto -según esta ideología- una especie de mano invisible, como el dios católico que nada pasa sin que sea obra su hacedor supremo. Vemos que hasta un simple sistema de ecuaciones esconde ideologías, deseos y complicidades. Pero, en cualquier caso, permite asentar las hipótesis y su proceso lógico, tanto histórico como meramente matemático de forma correcta: más vale un poco de lógica que un mucho de vergonzante retórica. Pero sigamos con Bortkiewicz. El sistema generalizado de ecuaciones a lo Bortkiewicz podría expresarse de la siguiente manera:

$$C_1 + V_1 + S_1 = \Lambda_1 Y_1 \rightarrow C_1 a_1 + V_1 b_1 + S_1 c_1 = \Lambda_1 Y_1 u_1$$

(12) -- para ***n*** sectores

$$C_n + V_n + S_n = \Lambda_n Y_n \rightarrow C_n a_n + V_n b_n + S_n c_n = \Lambda_n Y_n u_n$$

donde ***C***, ***V*** y ***S*** son los capitales constantes, variables y plusvalías marxianas de cada sector; ***a***, ***b***, ***c***, ***u*** son los coeficientes de transformación de valores a precios, "Λ" es el valor unitario total del sector correspondiente y, por último, ***Y*** es el producto final del sector en términos físicos. El problema de la transformación se plantea como la necesidad de calcular los coeficientes ***a**, **b***, ***c*** y ***u*** de tal forma que se puede pasar del lado izquierdo de las ecuaciones (11) -en términos de valor- a las del lado derecho -en términos de precio-. La ecuación general sería:

[10] Desechamos el caso de que por pura casualidad una de las ecuaciones fuera combinación lineal del resto.

Publicación asociada a la Revista *Nomads. Mediterranean Perspectives* | ISSN 1889-7231

(12) $$C_i + V_i + S_i = \Lambda_i Y_i \quad \rightarrow \quad C_i a_i + V_i b_i + S_i c_i = \Lambda_i Y_i u_i \qquad \text{para i = 1 a n}$$

Casi a simple vista se ve la naturaleza del problema: tenemos ***n*** ecuaciones y ***4n*** incógnitas (***n*** a_i + **n** b_i + **n** c_i + **n** u_i). El sistema tiene por tanto ***3n*** grados de libertad: una barbaridad, al menos desde algunas concepciones económicas buscadoras de existencias de equilibrios, precios que vacían los mercados y demandas que casan con ofertas. A partir de aquí, según se hagan diferentes hipótesis, tendremos diferentes soluciones y la discusión girará no sobre la corrección lógica-matemática descriptor del sistema, sino sobre lo apropiado o no desde el punto de vista económico de las hipótesis. Por nuestra parte vamos a seguir los pasos de Marx -con alguna modificación- y diremos que:

(a) *Los valores finales de los productos (un producto por cada sector, producción simple) en términos de valor-trabajo marxiano los igualamos a los valores en términos de precio*.

Marx no llegó tan lejos y estableció como hipótesis que la suma de los valores finales fueran iguales a la suma de los productos totales en términos de precio. Sin embargo, con esta hipótesis sólo añadimos una ecuación más al sistema y nada soluciona; con la hipótesis (*a*) añadimos ***n*** ecuaciones. Esta hipótesis es equivalente a dar el valor de **1** al coeficiente u_i desde ***i*** = ***1*** a ***n***. Pero aún tenemos ***2n*** grados de libertad (***3n*** incógnitas y ***n*** ecuaciones). Por esos vamos a añadir otra hipótesis, y esta vez enteramente marxiana:

(b) *Se igualarán las plusvalías de cada sector a sus ganancias correspondientes, calculadas a partir de la tasa ganancia global de la economía*.

Para lo anterior debemos calcular *la tasa global de ganancia* (**G**) como:

(13) $$G = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} S_i}{\sum_{i=1}^{i=n} C_i + \sum_{i=1}^{i=n} V_i}$$

A partir de esta ecuación podemos escribir el siguiente sistema de ***n*** ecuaciones:

(14) $$(C_i a_i + V_i b_i)(1+G) = S_i c_i \qquad \text{para i =1 a n}$$

donde hemos igualado la plusvalía de cada sector (o mercancía) -expresada en el lado derecho de la ecuación- con las ganancias en términos de precio, de acuerdo con la hipótesis marxiana (b). Ahora hemos reducido un grado de libertad, pero aún tenemos ***n*** ecuaciones libres y, por tanto, ***n*** grados de libertad. Por eso y por último, inspirados en Marx o directamente de su visión global de la explotación -y al igual que la de la tasa de ganancia como fuerza motriz, como atractor de tendencias-, vamos a sentar la tercera y última hipótesis:

(c) *Calculada la tasa de explotación global, pasaremos al sistema de precios a partir de la hipótesis de que las tasas de explotación sean iguales en términos de precios, aunque no lo sean en términos de valor.*

Parece el mundo al revés, porque la tasa de explotación -alma y justificación final de todos el sistema marxiano, donde la producción y trasmisión de valor se hace mediante el trabajo vivo (capital variable) que da lugar a la plusvalía y el trabajo muerto (capital constante)- se desvela ahora en términos de precios, cuando en cambio permanecía oculto en términos de valor. La ecuación que justifica este supuesto es:

(15) $EV_i b_i = S_i c_i$ para i = 1 a n

donde ***E*** es la tasa de explotación (16):

(16) $$E = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} S_i}{\sum_{i=1}^{i=n} V_i}$$

Ahora ya tenemos ***3n*** ecuaciones (las (12), (14) y (15)) y ***3n*** incógnitas (***n***a_i + ***n***b_i + ***n***c_i), con lo cual el sistema tiene solución. Lo que sigue son las fórmulas de obtención de los coeficientes simplemente resolviendo el sistema de ***3n*** ecuaciones mencionado. De ello salen los ***3n*** coeficientes de transformación:

(17) $$\boxed{a_i = \frac{\Lambda_i Y_i (E-G)}{C_i E(1+G)}}$$ para i = 1 a n

(18) $$\boxed{b_i = \frac{\Lambda_i Y_i G}{V_i E(1+G)}}$$ para i = 1 a n

(19) $$\boxed{c_i = \frac{\Lambda_i Y_i G}{S_i (1+G)}}$$ para i = 1 a n

y estos coeficientes -así calculados-, reemplazados en (12), nos dan los precios de producción de acuerdo con las hipótesis planteadas (ver anexo 1). La solución originada no depende del caso particular de que tengamos tres ecuaciones o que debamos emplear un numerario para reducir el número de incógnitas; esta una solución general de acuerdo con las hipótesis planteadas. Samuelson, por tanto, también se equivocaba cuando niega la posibilidad de pasar de valores a "precios de producción"[11]

Sin embargo, como la felicidad no puede ser completa ni eterna, cuando se plantea en un sistema marxiano de ecuaciones las hipótesis de la sustitución de

---

[11] "*Understanding the Marxian notion of Exploitation*", 1971. No obstante podemos hacer una concesión a Samuelson. En efecto, estos "precios de producción" están entrecomillados porque su obtención no tienen porqué coincidir con los obtenidos mediante la ecuación que define el sistema en términos de precios de producción: $$\underset{1xn}{p}\underset{nxn}{Y} = \left[\underset{1xn}{L}\underset{nxn}{w} + \underset{1xn}{p}\underset{nxn}{X}\right] \times \left(1 + \underset{nxn}{g}\right)$$
Podríamos llamar pues a los precios obtenidos a través del sistema de valores-trabajo de este epígrafe "*valores unitarios finales de producción*" para evitar confusiones y dejar al economista americano tranquilo.

las plusvalías por las ganancias a partir de la tasa de ganancia global y la igualdad de las tasa de explotación, por más que puedan justificarse desde una interpretación ortodoxa de Marx, surge un problema: que al hacer simultáneas esas hipótesis produce un corolario desagradable: *se igualan las composiciones orgánicas de capital en términos de precios, aunque no lo hayan estado en términos de valor-trabajo*. En efecto, de las definiciones de tasa de ganancia, tasa de plusvalía que ya hemos visto y de composición orgánica de capital "θ" como cociente entre el capital constante y el variable, surge inevitablemente la ecuación:

(20) $$G = \frac{E}{1+\theta}$$

O dicho de otro modo, establecer o partir de dos de estas tres hipótesis es como hacerlo con las tres. Aún así, es mejor que sea un corolario a que sea una hipótesis de partida.

4 - Reproducción simple con tasa de ganancia global marxiana

Ahora que ya sabemos cómo calcular los coeficientes de transformación vamos a dar el paso de buscar el equilibrio de la reproducción simple marxiana igualando las demandas a partir de los capitales constantes con las ofertas de los sectores de medios (de **1** a **r**); la de la demanda con las rentas obtenidas a partir de los capitales variables con las ofertas de los sectores de bienes-salario (de **r**+**1** a **s**); por último, las demandas obtenidas de las plusvalías con las ofertas de los sectores de bienes-no salariales (de **s**+**1** a **n**). Marx dedicó toda la sección **III** del **II** libro de *El Capital*[12] a la reproducción simple, a la reproducción ampliada y a la acumulación, y constituye el núcleo duro de su teoría de los ciclos, de la sobreproducción y subconsumo y de sus consecuencias, las crisis. Suponemos que la economía bajo los conceptos marxianos se puede describir mediante el siguiente esquema de ecuaciones:

(21)
$$\begin{array}{l} C_1 a_1 + V_1 b_1 + S_1 c_1 = \Lambda_1 Y_1 u_1 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ C_r a_r + V_r b_r + S_r c_r = \Lambda_r Y_r u_r \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ C_s a_s + V_s b_s + S_s c_s = \Lambda_s Y_s u_s \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ C_n a_n + V_n b_n + S_n c_n = \Lambda_n Y_n u_n \end{array}$$

Sigue en pie la tasa de ganancia general (**G**) calculada en (13) y que servirá para sustituir las plusvalías de cada sector por las ganancias tal y como hemos hecho en el epígrafe anterior. Con ello desaparecerán ***n*** coeficientes de transformación

[12] "El Capital", tomo II, págs. 350 a 464.

(las $\mathbf{c_i}$ para **i** desde **1** a **n**) y tendremos, como en el caso anterior, ***2n*** coeficientes de transformación (los $\boldsymbol{a_i}$ y $\boldsymbol{b_i}$). La reproducción simple exige igualar los distintos capitales (contante, variable y plusvalías) con los sectores de la economía tal como se ha descrito en la introducción del epígrafe. Las tres ecuaciones que describen la reproducción simple son como sigue:

$$\Sigma_1^n C_i a_i = \Sigma_1^r C_i a_i + \Sigma_1^r V_i b_i + G \times (\Sigma_1^r C_i a_i + \Sigma_1^r V_i b_i)$$

(22) $$\Sigma_1^n V_i b_i = \Sigma_{r+1}^s C_i a_i + \Sigma_{r+1}^s V_i b_i + G \times (\Sigma_{r+1}^s C_i a_i + \Sigma_{r+1}^s V_i b_i)$$

$$\Sigma_1^n S_i c_i = \Sigma_{s+1}^n C_i a_i + \Sigma_{s+1}^n V_i b_i + G \times (\Sigma_{s+1}^n C_i a_i + \Sigma_{s+1}^n V_i b_i)$$

siendo $0< r < s < n$

Tras eliminar los elementos comunes de los dos lados del sistema de ecuaciones anterior, quedan estos sistemas -que podemos llamar de equilibrio, porque nada motivaría a la economía internamente a cambiar sus niveles de producción[13] y de demanda- como siguen. Las ecuaciones de (22) son ahora:

(23) $$\Sigma_{r+1}^n C_i a_i = \Sigma_1^r V_i b_i + \Sigma_1^r S_i c_i$$

(24) $$\Sigma_1^r V_i b_i + \Sigma_{s+1}^n V_i b_i = \Sigma_{r+1}^s C_i a_i + \Sigma_{r+1}^s S_i c_i$$

(25) $$\Sigma_1^s S_i c_i = \Sigma_{s+1}^n C_i a_i + \Sigma_{s+1}^n V_i b_i$$

y sustituyendo la (23) y (25) en la (24), se obtiene la ecuación básica de la reproducción simple:

(26) $$\boxed{\Sigma_{s+1}^n C_i a_i + \Sigma_{s+1}^n V_i b_i = G(\Sigma_1^s C_i a_i + \Sigma_1^s S_i c_i)}$$

que puede ser leído como que: *en la reproducción simple, donde se han igualado los capitales constantes de los medios de producción a los sectores productores de estos en términos de valor, donde se ha hecho lo mismo con los capitales variables (masa de salarios) con la oferta de bienes-salario, y las plusvalías con los sectores productores de bienes no salariales, el resultado es un equilibrio entre capitales y sectores de producción tales que los capitales constantes de los sectores de bienes no salariales más los capitales variables de estos mismo sectores se igualan al producto de la tasa de ganancia general marxiana (***G***) por la suma de los capitales constantes de los sectores de medios y bienes salariales más las plusvalías de estos mismos sectores.*

Se da un ejemplo de todo ello en el anexo **II**, donde se ha utilizado como ayuda la programación lineal para pasar de un sistema de no reproducción a otro de reproducción simple acorde con lo comentado en este epígrafe. Si se examina la conclusión anterior, se puede constatar que los capitales constantes de los medios

[13] Hay que suponer dados, en términos de valor (aunque no necesariamente física), las características técnicas de producción (Y=**A**X, siendo **A** la matriz de requerimientos), los inputs de trabajo **L** y las pautas de consumo.

Publicación asociada a la Revista *Nomads. Mediterranean Perspectives* | ISSN 1889-7231

de producción ($\Sigma_1^r C_i a_i$), los capitales variables de los sectores de producción de bienes salariales ($\Sigma_{r+1}^s V_i b_i$) y las plusvalías de los sectores de bienes no salariales ($\Sigma_{s+1}^n S_i c_i$) no perturban ni descuadran la reproducción simple, sean cuales sean los niveles de sus capitales.
Observando el anexo **II** y las consideraciones anteriores, aún con un esquema tan simple, nos da para una guía para la planificación. En efecto, nos dice qué sectores no cuadran los capitales empleados (las columnas) -que generan demandas- con la producción de bienes y servicios (las filas); cuáles generan ofertas y cuáles debemos aumentar y cuáles disminuir; también nos dicen cómo han de variar los precios de producción en función de los valores unitarios.

5 - <u>Transformación proporcional a las sumas</u>

Para rematar este artículo se presenta en este epígrafe una transformación alternativa a la de los epígrafes anteriores que presenta dos curiosas propiedades. Que existan varias y no una sólo posibilidades de esta transformación se debe a que los modelos suelen presentar más incógnitas que ecuaciones cuando pasamos de las 3 habituales a "***n***"; también que son factibles diversas hipótesis. En este caso partimos de las sumas, tanto verticales como horizontales, que nos da la matriz original de capitales en términos de valor, y de lo que se trata es de hallar los sumandos, lo cual es siempre posible si lo hacemos de acuerdo con las ecuaciones que siguen:

(27) $$C_{p,i} = \frac{(C_i + V_i + S_i) \times \Sigma_{i=1}^{i=n} C_i}{\Sigma_{i=1}^{i=n} (C_i + V_i + S_i)}$$ para i = 1 a n

(28) $$V_{p,i} = \frac{(C_i + V_i + S_i) \times \Sigma_{i=1}^{i=n} V_i}{\Sigma_{i=1}^{i=n} (C_i + V_i + S_i)}$$ para i = 1 a n

(29) $$S_{p,i} = \frac{(C_i + V_i + S_i) \times \Sigma_{i=1}^{i=n} S_i}{\Sigma_{i=1}^{i=n} (C_i + V_i + S_i)}$$ para i = 1 a n

siendo C_{pi}, S_{pi} y V_{pi} los capitales contante, variable y plusvalías transformados de cada sector ***i***.

En principio, el sentido económico de esta transformación sería el de que los valores transformados dependerían proporcionalmente del valor de sus sumas respectivas, es decir, de su propio peso, así como del peso del resto de los otros 2 capitales, cuya suma es el valor final del sector (filas); también dependería proporcionalmente del peso de la suma de los capitales que representa su modalidad (o constante, o variable o plusvalías, es decir, por columnas)[14]. Lo notable es que esta transformación presente 3 propiedades que no se perciben a simple vista:

(a) *Las plusvalías transformadas de acuerdo con (29) son las mismas que las que surgen de la transformación marxiana a partir de la tasa de plusvalía global (13).*

[14] Para una mayor comprensión véase el anexo III.

En efecto, sean $\boldsymbol{S_{mi}}$ y $\boldsymbol{S_{pi}}$ las plusvalías derivadas de la transformación marxiana por medio de la cuota global de plusvalía y las plusvalías que surgen del método de proporcionalidad, respectivamente, de acuerdo con las ecuaciones:

(30) $S_{mi} = (C_i + V_i) \times G$ siendo $G = \dfrac{\Sigma_i^n S_i}{\Sigma_1^n (C_i + V_i)}$ para todo i = 1 a n

(31) $S_{pi} = \dfrac{(C_i + V_i) \times \Sigma_i^n S_i}{\Sigma_1^n (C_i + V_i)}$ por definición de criterio de proporcionalidad

por simple sustitución de G en (30) se ve que $\boldsymbol{S_{mi}} = \boldsymbol{S_{pi}}$

Y con las tasas de explotación (***E***) y composición orgánica de capital (***COC***) ocurre algo análogo a partir de las ecuaciones (27), (28) y (29), es decir $\boldsymbol{E_m}=\boldsymbol{E_{pi}}$ y $\boldsymbol{COC_m}=\boldsymbol{COC_{pi}}$, para todo i=1 a n[15]. Dicho de otra manera, las tasas globales de explotación ($\boldsymbol{E_{pi}}$) y composiciones orgánicas ($\boldsymbol{COC_{pi}}$) que surgen por el método proporcional de todos los sectores (i), son iguales entre sí e iguales a su vez a las tasas de explotación globales marxianas ($\boldsymbol{E_m}$) y a las composiciones orgánicas globales marxianas (COC_m), respectivamente (ver anexo III).

(b) *Los coeficientes de transformación (y por tanto los valores) que surgen por el método de proporcionalidad (a la sumas dadas de filas y columnas) son los mismos que los coeficientes que obtenidos por el método de Bortkiewicz generalizado*[16] .

Esta vez nada hacía presagiar este notable resultado y la demostración es más larga, pero conceptualmente es sencilla. Partimos de los coeficientes obtenidos (17), (18) y (19) por Bortkiewicz generalizado:

(32) $$a_i = \frac{\Lambda_i Y_i (E - G)}{C_i E (1 + G)} \qquad b_i = \frac{\Lambda_i Y_i G}{V_i E (1 + G)} \qquad c_i = \frac{\Lambda_i Y_i G}{S_i (1 + G)}$$

Ahora sólo queda desarrollar las ecuaciones anteriores por sus definiciones:

(33) $$\Lambda_i Y_i = C_i + V_i + S_i \qquad E_i = S_i / V_i \qquad G = \frac{\Sigma_1^n S_i}{\Sigma_1^n (C_i + V_i)}$$

y calcular los coeficientes transformados $\boldsymbol{Ca_i}$, $\boldsymbol{Vb_i}$, $\boldsymbol{Sc_i}$:

(34) $$Ca_i = \frac{(C_i + V_i + S_i) \times \left[\dfrac{\Sigma_1^n S_i}{\Sigma_1^n V_i} - \dfrac{\Sigma_i^n S_i}{\Sigma_1^n (C_i + V_i)} \right]}{\dfrac{\Sigma_1^n S_i}{\Sigma_1^n V_i} \times \left[1 + \dfrac{\Sigma_1^n S_i}{\Sigma_1^n (C_i + V_i)} \right]} = \frac{(C_i + V_i + S_i) \times \Sigma_1^n C_i}{\Sigma_1^n (C_i + V_i + S_i)} = C_{pi}$$

[15] Se deja como ejercicio lúdico al lector.

[16] Ver epígrafe 3.

Publicación asociada a la Revista *Nomads. Mediterranean Perspectives* | ISSN 1889-7231

(35)
$$Vb_i = \frac{(C_i + V_i + S_i)\times\left[\dfrac{\Sigma_i^n S_i}{\Sigma_1^n (C_i + V_i)}\right]}{\dfrac{\Sigma_1^n S_i}{\Sigma_1^n V_i}\times\left[1+\dfrac{\Sigma_1^n S_i}{\Sigma_1^n (C_i + V_i)}\right]} = \frac{(C_i + V_i + S_i)\times\Sigma_1^n V_i}{\Sigma_1^n (C_i + V_i + S_i)} = V_{pi}$$

(36)
$$Sc_i = \frac{(C_i + V_i + S_i)\times\left[\dfrac{\Sigma_i^n S_i}{\Sigma_1^n (C_i + V_i)}\right]}{\left[1+\dfrac{\Sigma_1^n S_i}{\Sigma_1^n (C_i + V_i)}\right]} = \frac{(C_i + V_i + S_i)\times\Sigma_1^n S_i}{\Sigma_1^n (C_i + V_i + S_i)} = S_{pi}$$

siendo, como se sabe, ***Cp**$_i$* ***Vpi Spi*** son los capitales contante, variable y plusvalías, respectivamente, obtenidos por el método de este epígrafe, es decir, por el de proporcionalidad a las sumas (a filas y columnas). Nada hacía sospechar este resultado, porque los coeficientes obtenidos por el método de Bortkiewicz generalizado lo fueron con la condición de la reproducción simple, es decir, por la igualación de las sumas de los capitales constantes a todos los sectores productores de medios de producción, por semejante igualación de las sumas de los capitales variables a todos los sectores productores de bienes-salario, y, por último, también por igualación de todas las plusvalías a los sectores productores de bienes-no salariales; en cambio, por el método de proporcionalidad a las sumas no se exige ninguna hipótesis económica de reproducción del sistema del tipo que sea. Realmente notable.

(c) *Calculado los valores y los coeficientes de transformación por este método, es decir, por el método de la proporcionalidad a las sumas dadas, cuando se recalcula el valor de la plusvalía (ganancia ya) con el criterio marxiano, el resultado es el mismo que el valor original.*

Sea ***Sp**$_i$* las ganancias obtenidas por el método de ***p**roporcionalidad* y sea ***Sm**$_i$* de nuevos las ganancias recalculadas por el método ***m**arxiano* a partir de ***Sp**$_i$*. Las ecuaciones que definen ambas ganancias son como sigue:

$$Sp_i = \frac{(C_i + V_i + S_i)\times\Sigma_1^n S_i}{\Sigma_1^n (C_i + V_i + S_i)}$$ para i = 1 a n

(37) $$Cp_i = \frac{(C_i + V_i + S_i)\times\Sigma_1^n C_i}{\Sigma_1^n (C_i + V_i + S_i)}$$ para i = 1 a n

$$Vp_i = \frac{(C_i + V_i + S_i)\times\Sigma_1^n V_i}{\Sigma_1^n (C_i + V_i + S_i)}$$ para i = 1 a n

(38) $$Sm_i = (Cp_i + Vp_i)\times G$$ siendo $$G = \frac{\Sigma_1^n Sp_i}{\Sigma_1^n (Cp_i + Vp_i)}$$ para i = 1 a n

y sustituyendo ***G*** y (37) en (38) se obtiene que $\boldsymbol{Sm_i = Sp_i}$ tras un ejercicio de álgebra elemental[17]. Dicho de otra forma, el cálculo de la tasa de ganancia marxiana es un *invariante* respecto al cálculo de los precios por el método de proporcionalidad (a las sumas).

ANEXO I (epígrafe 3: "La transformación de Bortkiewicz y su generalización".

anexo I: Transformación a lo Bortkiewicz generalizada

	Valores originales C	V	S	Valores	Valores unitarios	tasa de explot.	tasa de ganancia	COC
1	56	14	35	105	1,88	2,500	50,0%	4,000
2	32	4	9	45	5,63	2,250	25,0%	8,000
3	24	2	7	33	0,69	3,500	26,9%	12,000
	112	20	51	183		2,550	38,6%	5,600

tasa de ganancia global=G= 38,6%

tasa de explotación global=E= 2,55

coeficientes a,b,c de C,V,S, respectivamente

sectores	**a**	**b**	**c**
1	1,148	0,820	0,836
2	0,861	1,230	1,393
3	0,842	1,803	1,314

sectores	Valores transformados C	V	S	DY	precios de producción	tasa de explot.	tasa de ganancia	COC
1	64,3	11,5	29,3	105,0	1,88	2,550	38,6%	5,600
2	27,5	4,9	12,5	45,0	5,63	2,550	38,6%	5,600
3	20,2	3,6	9,2	33,0	0,69	2,550	38,6%	5,600
	112,0	20,0	51,0	183,0		2,550	38,6%	5,600

Diferencia entre transformados y originales

sectores	C	V	S	
1	13,7%	-19,8%	-17,9%	0,0%
2	-15,0%	20,6%	32,9%	0,0%
3	-17,2%	57,3%	27,1%	0,0%
	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%

COC = composición orgánica de capital

[17] Se deja para entretenimiento del lector.

En este cuadro se muestra un ejemplo de transformación de valores a precios a partir de los datos recuadrados en amarillo (primera tabla encabezada por los capitales constante (**C**), variable (**V**) y plusvalías (**S**)). Aplicando las ecuaciones (17), (18) y (19) obtenemos *los coeficientes de transformación* ***a***, ***b*** y ***c***; y, a partir de ahí, los precios (*valores transformados unitarios*, **1,88, 05,63** y **0,69**). Como curiosidad acabamos con la "diferencia entre valores transformados y originales" (los de partida). Como puede comprobarse, los precios unitarios originales y transformados coinciden por los supuestos de igualdad de valores iniciales a precios y de suma vertical de capitales. Bajo otros supuestos, los precios originales y transformados diferirían. Aquí lo que importa es el cálculo de los coeficientes de transformación. Se han respetado 3 sectores, pero pueden ser ***n***, puesto que tenemos ***3n*** coeficientes de transformación y ***3n*** sistemas de ecuaciones ((17), (18) y (19)).

ANEXO II (epígrafe 4: "Reproducción simple con tasa de ganancia marxiana")

anexo II: Transformación de Valores a Precios con programación

Demandas menos Ofertas	sectores	datos originales: capitales C	V	S	DY	g= S(C+V)	e=S/V	COC	valores unitarios
24,00	medios	56,0	14,0	42,0	112,0	60,0%	3,00	4,0	2,333
-7,00	salariales	32,0	4,0	12,0	48,0	33,3%	3,00	8,0	0,857
-17,00	no salar.	24,0	2,0	6,0	32,0	23,1%	3,00	12,0	4,000
0,00		109,0	93,0	77,0	279,0	38,1%	0,83	1,17	

Demandas menos Ofertas	sectores	Resultados / Valores (D) x Y C	V	S	DY	S(C+V)	e=S/V	COC	precios
0,0	medios	14,3	41,4	21,3	77,0	38,1%	0,51	0,35	0,096
0,0	salariales	55,3	35,2	34,5	125,0	38,1%	0,98	1,57	0,208
0,0	no salar.	7,3	48,4	21,3	77,0	38,1%	0,44	0,15	0,085
0,0		77,0	125,0	77,0	279,0	38,1%	0,62	0,62	

restricción de máximos: Valores (D) x Y

sectores	C	V	S	DY	S(C+V)	e=S/V	COC
medios	168,0	42,0	126,0	336,0	60,0%	3,00	0,35
salariales	96,0	12,0	36,0	144,0	33,3%	3,00	1,57
no salar.	72,0	6,0	18,0	96,0	23,1%	3,00	0,15
	168,0	18,0	54,0	240,0	29,0%	0,83	0,62
				3,00			

restricción de mínimos: Valores (D) x Y

sectores	C	V	S	DY	S(C+V)	e=S/V	COC
medios	18,7	4,7	14,0	37,3	60,0%	3,00	0,35
salariales	10,7	1,3	4,0	16,0	33,3%	3,00	1,57
no salar.	8,0	0,7	2,0	10,7	23,1%	3,00	0,15
	18,67	2,00	6,00	26,67	29,0%	0,83	0,62
				0,33			

matriz de productos finales

sectores	1	2	3	totales
medios	56	-	-	56
salarial.	-	8	-	8
no salar.	-	-	48	48

matriz de medios de producción

sectores	1	2	3	totales
medios	110	50	40	200
salarial.	120	125	40	285
no salar	60	150	200	410

En este anexo dos se pueden observar las exigencias y las conclusiones del tercer epígrafe. Pasando del cuadro de "*datos originales*", hemos llegado al de "*Resultados*" como un sistema de reproducción simple tal y como se ha exigido. Además se puede comprobar -aunque no a simple vista- que se cumple la ecuación (26): 7,3 + 48,4 = 38,12% (14,3 + 41,4 + 55,3 + 34,5). Las matrices de restricción (de mínimos y máximos) han sido meros instrumentos para pasar de la matriz de *datos originales* a la de *Resultados*.

anexo III: (epígrafe 5: "Transformación a Valores proporcionales a las sumas")

anexo III: Transformación de Valores a Precios proporcionales a las sumas

sectores	C	V	S	DY	Valores unitarios	tasa de ganancia	tasa de explotac.	COC
	Valores originales							
medios	56,0	14,0	35,0	105,0	2,188	50,0%	2,50	4,0
salariales	32,0	4,0	9,0	45,0	0,804	25,0%	2,25	8,0
no salar.	24,0	2,0	7,0	33,0	4,125	26,9%	3,50	12,0
	112,0	20,0	51,0	183,0		38,6%	2,55	5,6

Producción física

sectores	C	V	S	total
medios	48	-	-	48,0
salariales	-	56	-	56,0
no salar.	-	-	8	8,0
	48,0	56,0	8,0	112,0

Valores transformados proporcionales

sectores	C	V	S	DYU	Precios	tasa de ganancia	tasa de explotac.	COC
medios	64,3	11,5	29,3	105,0	2,188	38,6%	2,55	5,6
salariales	27,5	4,9	12,5	45,0	0,804	38,6%	2,55	5,6
no salar.	20,2	3,6	9,2	33,0	4,125	38,6%	2,55	5,6
	112,0	20,0	51,0	183,0		38,6%	2,55	5,6

tasa de ganancia global= 38,6%

Valores transformados marxianos

sectores	C	V	S	DYU	Precios	tasa de ganancia	tasa de explotac	COC
medios	64,3	11,5	29,3	105,0	2,188	38,6%	2,55	5,6
salariales	27,5	4,9	12,5	45,0	0,804	38,6%	2,55	5,6
no salar.	20,2	3,6	9,2	33,0	4,125	38,6%	2,55	5,6
	112,0	20,0	51,0	183,0		38,6%	2,55	5,6

Coeficientes de transformación

sectores	C	V	S
medios	1,148	0,820	0,836
salariales	0,861	1,230	1,393
no salar.	0,842	1,803	1,314

Diferencia entre Valores transformados y originales en %

sectores	C	V	S	totales
medios	13,7%	-19,8%	-17,9%	0,0%
salariales	-15,0%	20,6%	32,9%	0,0%
no salar.	-17,2%	57,3%	27,1%	0,0%
	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%

Bibliografía

Afriat, S.; "Sraffa´s Prices", Universitá degli Studi di Siena, quaderni 474, www.econ-pol.unisi.it/quaderni/474.pdf

Ahijado, M.; "Distribucción, precios de producción y crecimiento", 1982, Centro de Estudios Universitarios Ramón Areces.

Caballero, A. y Lluch, E. (1986); "Sraffa en España", Investigaciones Económicas (2ª época, vol. X, n.º 2)

Dobb, M.; "Teoría del valor y de la distribución desde Adam Smith, edit. Siglo XXI editores.

Dobb, M.; "The Sraffa system and the critique of neoclassical theory of distribution", 1970

Estrin, S. y Laidler, D; "Introduction microeconomics".

Fiorito, Alejandro; "La implosión de la economía neoclásica". Está en la red: www.geocities.com/aportexxi/sraffa12.pdf

Foncerrada, Luis Antonio; "Sraffa y Böhm-Bawerk". Está en la red: http://www.economia.unam.mx/secss/docs/tesisfe/FoncerradaPLA/tesis.pdf

Gehrke, Ch.y Kurz, D.; "Sraffa on von Bortkiewicz". Está en la red: http://www.newschool.edu/cepa/events/papers/050509_Bortkiewicz.pdf

Harcourt, G.C.; "Teoría del capital" (*Some Cambridge controversies in the theory of capital, 1975*), apéndice al cap. 4, 1975, edit. Oikos-tau.

Heahtfield, D. F.; "Productions funtions".

Marx, Carlos; "El método en la Economía Política", 1974, Ediciones Grijalbo, S.A.

Marx, Carlos; "El Capital", en el FCE, traducción de Wenceslao Roces.

Meade, J.; "A neo Classical Theory of Economic Growth", 1961.

Meek, R.; "Mr. Sraffa´s Rehabilitationof Classical Economics", 1961

Morhisima, M.; "La teoría económica de Marx" (*Marx´s Economics, 1973*), 1977, pág. 15, edit. Tecnos.

Moseley, F.; "El método lógico y el problema de la transformación", http://www.azc.uam.mx/publicaciones/etp/num7/a8.htm

Murga, Gustavo; "Piero Sraffa"

http://marxismo.cl/portal/index.php?option=com_content&task=view&id=100&Itemid=1

Nuti, D.; “Capitalism, Socialism and sleady growth”, 1970

Okishio, N.; “A mathematical note on marxian theorems”. 1963

Pasinetti, L.: “Switches of technique and the rate of return in Capital Theory”, (1969)

Fiorito, Alejandro; “La implosión de la economía neoclásica”. Está en la red: www.geocities.com/aportexxi/sraffa12.pdf

Pasinetti. L.; “Critical of the neoclassical theory of growth and distribution”. Está en la red: http://www.unicatt.it/docenti/pasinetti/pdf_files/Treccani.pdf

Pasinetti, L.; “Structural Change and Economic Growth: a theoretical essay on the dynamics of Wealth of Nations”, 1981, Cambridge University Press.

Pasinetti, L.: “Rate of profit and income distribution in relation to the rate of economic growth”, 1961/2.

Pasinetti, L.: “Switches of technique and the rate of return in Capital Theory”, (1969)

Peris i Ferrando, J.E: “Análisis de la resolubilidad de modelos lineales de producción conjunta”, 1987, en internet: http://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/3829/1/Peris%20Ferrando,%20Josep.pdf

Potier, J.P.; “Piero Sraffa”, 1994, edicions Alfons Magnànim.

Ricardo, D.; “Principios de Economía Política y Tributación” (*On the Principles of Political Economy and Taxation, 1950*), 1973, F.C.E.

Robinson, J.; “Ensayos críticos”, 1984, Ediciones Orbis.

Samuelson, Paul; “Understanding the Marxian notion of Exploitation”, 1971

Sargent, T.J.; “Teoría macroeconómica” (*Macroeconomic Theory, 1979*), 1988, Antoni Bosch editor.

Schumpeter, J. A.; “Historia del Análisis Económico” (*History of Economic Analisis*, 1954), 1971, Ediciones Ariel.
Segura, J.; “Análisis microeconómico”, pág. 88, 2004, Alianza editorial Tecnos.

Steedman, I.; “Marx, Sraffa y el problema de la transformación” (*Marx after Sraffa, 1977*), 1985, F.C.E.

Sraffa, Piero; “Producción de mercancías por medio de mercancías” (*Production of commodities by means commodities, 1960*), 1975;

Schumpeter, J. A.; “Historia del Análisis Económico” (*History of Economic Analisis*, 1954), 1971, Ediciones Ariel.

Segura, J.; “Análisis microeconómico”, pág. 88, 2004, Alianza editorial Tecnos.

Solow, R.; “The interest rate and transition between techniques”, 1967

Sraffa, Piero; “Producción de mercancías por medio de mercancías” (*Production of commodities by means commodities, 1960*), 1975;

Ricardo, D.; “Principios de Economía Política y Tributación” (*On the Principles of Political Economy and Taxation, 1950*), 1973, F.C.E.

Vegara, J. M.; “Economía política y modelos multisectoriales”,1979, edit. Tecnos.