

## Conexiones entre Kant, Proclo y Euclides, a partir de una interpretación de Hintikka

### *Connections Between Kant, Proclus and Euclid, from an Interpretation of Hintikka*

JAVIER FUENTES GONZÁLEZ\*

Universidad de Chile

#### Resumen

En este texto se busca poner una base para una interpretación de la intuición y la construcción en Kant, para lo cual se analiza la célebre interpretación desarrollada por Hintikka. Este análisis muestra que esta interpretación presenta algunas debilidades, sin embargo, de ella se rescata que se puede alcanzar una comprensión de la intuición y la construcción vinculándolas con algunos planteamientos de los antiguos filósofos y matemáticos griegos, especialmente Proclo y Euclides. Más específicamente, se muestra que un punto de partida razonable para desarrollar una interpretación de la intuición y la construcción consiste en vincularlas con las dos conclusiones que Proclo plantea en su *Comentario al Libro I de los Elementos de Euclides*. Sin embargo, se debe tener en cuenta que tales vínculos son sólo razonables dentro del ámbito de las demostraciones, pues Kant afirma que la construcción también está presente en las definiciones y en los teoremas.

#### Palabras clave

Intuición; Construcción; Demostración; Conclusión

#### Abstract

In this text a basis for an interpretation of intuition and construction in Kant is searched. In order to accomplish that goal, Hintikka's renowned interpretation is analyzed. This analysis shows that this interpretation exhibits some weaknesses, however, it is adopted from it that an understanding of intuition and construction can be reached by linking them to some ideas of ancient Greek philosophers and mathematicians, above all Proclus and Euclid. More specifically, it is shown that a reasonable starting point to develop an interpretation of intuition and construction consists in linking them to the two conclusions which Proclus mentions in his *Commentary on Book I of Euclid's Elements*. However, it must be taken into account that such links are only reasonable

---

\* Doctorando de la Facultad de Filosofía de la Universidad de Chile. E-mail de contacto: [jfuentesg10@gmail.com](mailto:jfuentesg10@gmail.com)

within the domain of proofs, since Kant states that construction is also present in definitions and theorems.

**Key words**

Intuition; Construction; Proof; Conclusion

**1. Introducción**

En el siguiente texto se pretende estudiar las nociones de intuición y de construcción en Kant. Este estudio se realiza a partir de una de las interpretaciones más influyentes de las últimas décadas, aquella propuesta por el filósofo finés Jaakko Hintikka<sup>1</sup>. Entre los muchos puntos notables de esta interpretación, cabe destacar el vínculo que Hintikka establece entre los planteamientos de Kant y las matemáticas de los antiguos griegos, particularmente Proclo y Euclides.

La intención de este texto es mostrar ciertas dificultades dentro de la interpretación de Hintikka, solucionando las cuales sería posible formular una interpretación alternativa. Sin embargo, la formulación de tal interpretación alternativa excede el alcance de este texto, de modo que el objeto de éste será apuntar ciertas ideas que puedan servir para un planteamiento ulterior más elaborado. En ese sentido, los planteamientos propuestos aquí se pueden considerar como una base para una interpretación posterior.

El texto tiene la siguiente estructura: en primer lugar, se presenta la problemática dentro del contexto de la filosofía de las matemáticas de Kant, la cual consiste en la pregunta por la naturaleza de la intuición y de la construcción (punto 2); luego, se abordan críticamente ciertos aspectos de la interpretación de Hintikka sobre tales nociones (punto 3), los cuales son: la relación entre el método sintético y el analítico (punto 3.1), la identificación de la construcción con la *ékthesis* y la *kataskeué* (punto 3.2), y el alcance de la interpretación de Hintikka (punto 3.3); por último, se ofrecen las conclusiones del texto (punto 4).

---

<sup>1</sup> Hintikka ha desarrollado esta interpretación a lo largo de varios artículos, tales como Hintikka (1969, 1974, 1981, 1984, 1992). Este texto se basará en Hintikka (1992), artículo en el cual se ofrecen los argumentos que sostienen tal interpretación de modo más pormenorizado. Hintikka (1981) contiene una recapitulación de los planteamientos de tal interpretación hasta esa fecha.

## 2. La intuición y la construcción en Kant

Kant caracteriza la noción de intuición en diversos pasajes de su obra, pero, a primera vista, no todas estas caracterizaciones parecen ser equivalentes, pues unas resaltan ciertos aspectos, mientras otras otros<sup>2</sup>. Un pasaje fundamental para comprender esta noción es aquel en el cual la intuición es caracterizada a través de dos criterios que en la literatura son llamados “criterio de inmediatez” y “criterio de singularidad” (Parsons 1992):

El género es *representación* en general (*repraesentatio*). Bajo él está la representación con conciencia (*perceptio*). Una *percepción* que se refiere solamente al sujeto, como modificación del estado de él, es *sensación* (*sensatio*); una percepción objetiva es *conocimiento* (*cognitio*). Éste es o bien *intuición*, o bien *concepto* (*intuitus vel conceptus*). Aquélla se refiere inmediatamente al objeto<sup>3</sup>, y es singular<sup>4</sup>, éste, mediatamente, por medio de una característica que puede ser común a muchas cosas. (A320/B376-7)<sup>5</sup>

Sin embargo, al comienzo de la *Estética Trascendental* Kant la describe mencionando sólo el criterio de inmediatez y relacionándola, además, con la sensibilidad en el caso del intelecto humano:

Cualesquiera sean la manera y los medios por los que un conocimiento se refiera a objetos, aquella [manera] por la cual se refiere a ellos inmediatamente, y que todo pensar busca como medio, es la *intuición*. [...] Por medio de la sensibilidad, entonces, nos son dados objetos, y sólo ella nos suministra intuiciones. (A19/B33)

Por otro lado, Kant caracteriza la noción de intuición en sus lecciones sobre lógica apelando sólo al criterio de singularidad:

---

<sup>2</sup> Esta sección está basada en gran parte en Parsons (1992).

<sup>3</sup> A este aspecto hace referencia el “criterio de inmediatez”. Parsons (1992, p. 44) lo caracteriza del siguiente modo: “[...] evidentemente significa que el objeto de una intuición está en algún modo directamente presente a la mente, y que la intuición es así una fuente, en última instancia la única fuente, del conocimiento inmediato de objetos.” (Traducción propia.)

<sup>4</sup> A este aspecto hace referencia el “criterio de singularidad”. Parsons (1992, p. 44) caracteriza así la intuición en función de este criterio: “Puede tener sólo un objeto individual. Los objetos con los cuales el objeto “se relaciona” son evidentemente aquellos que caen bajo él, y estos pueden ser cualesquiera que tengan la propiedad que el concepto representa, de modo que un concepto tendrá un objeto singular sólo en casos excepcionales.” (Traducción propia.)

<sup>5</sup> Otra mención de ambos criterios en conjunto se encuentra en *Los progresos de la metafísica* (AA XX: 266).

Todo conocimiento, es decir, toda representación con conciencia referida a un objeto, es o intuición o concepto. La intuición es una representación singular (*repraesentatio singularis*), el concepto una representación general (*repraesentatio per notas communes*) o reflexionada (*repraesentatio discursiva*). (AA IX: 91)

La noción de intuición está estrechamente vinculada con la de construcción, a la cual Kant describe en la última parte de la *KrV*, la *Doctrina trascendental del método*, especialmente en su primera parte, *La disciplina de la razón pura en el uso dogmático*, cuyo tema principal es la distinción entre el conocimiento filosófico y el matemático. Según Kant, la matemática utiliza la construcción de conceptos, la cual se apoya en la intuición:

El conocimiento *filosófico* es el *conocimiento racional por conceptos*; el matemático [es el conocimiento] por *construcción* de los conceptos. *Construir* un concepto significa: exhibir *a priori* la intuición que le corresponde. (A713/B742)

A partir de esta breve revisión de pasajes cabe plantearse las siguientes preguntas: ¿qué criterios caracterizan finalmente a la intuición?, ¿cómo se relacionan tales criterios entre sí?, ¿hay alguna prioridad de uno respecto de otro?, ¿se sigue uno a partir de otro?, ¿son independientes?, ¿cómo entra en juego la sensibilidad para el caso del intelecto humano?, ¿cómo se vinculan la sensibilidad y los criterios?, ¿la sensibilidad está relacionada con ambos criterios o con uno de ellos?, ¿en qué consiste propiamente la construcción?, ¿qué quiere decir “construir un concepto”?, ¿qué significa “exhibir *a priori* la intuición” correspondiente a un concepto?, ¿cuál es la relación entre construcción e intuición? Una respuesta a cada una de estas preguntas está fuera del alcance de este texto, pues el objetivo de éste sólo es proponer una base a partir de la cual se pueda formular una interpretación que sea capaz de responder a preguntas como las planteadas.

### **3. Consideración crítica de la interpretación de Hintikka**

Para responder las preguntas planteadas al final de la sección anterior, resulta útil considerar críticamente una de las interpretaciones más importantes que se han ofrecido de

la filosofía de las matemáticas de Kant durante las últimas décadas, la cual corresponde a aquella ofrecida por Hintikka. Su tesis central es que la intuición pura se caracteriza sólo por el “criterio de singularidad”, mientras que el “criterio de inmediatez” y su identificación como forma pura de la sensibilidad son secundarios, lo cual expresa en el siguiente pasaje:

[E]l término ‘intuición’ debería considerarse en el sentido ‘no-intuitivo’ que Kant le dio en su definición de la noción<sup>6</sup>. En particular, la caracterización de las matemáticas de Kant como basada en el uso de construcciones tiene que considerarse que significa meramente que, en las matemáticas, uno está todo el tiempo introduciendo representantes particulares de conceptos generales y realizando argumentos en términos de tales representantes particulares, argumentos que no pueden realizarse por medio de sólo conceptos generales. (Hintikka 1992, p. 24) (Traducción propia.)

Hintikka (1992, p. 24) fundamenta su postura tanto sistemática como históricamente, para lo cual propone que las tesis que Kant sostiene en la *Doctrina trascendental del método* son anteriores a las que plantea en la *Estética trascendental*:

Mi principal sugerencia para una interpretación de la teoría de Kant sobre el método matemática, tal como es presentado en la primera *Crítica*, es que esta teoría no es posterior sino más bien sistemáticamente anterior a la *Estética Trascendental*. (Hintikka 1992, p. 24)

El punto de esta sugerencia de Hintikka es que cuando Kant aborda la intuición en varios pasajes de la *Estética trascendental* toma en consideración tanto el criterio de singularidad como el de inmediatez, mientras que en la *Doctrina trascendental del método* sólo toma en consideración el criterio de singularidad. Según Hintikka, esto mostraría que el criterio de inmediatez es secundario en relación al de singularidad, debido a una prioridad histórica y sistemática de la *Doctrina trascendental del método* en relación a la *Estética trascendental*.

Hintikka plantea varios argumentos para justificar su tesis. En este texto se revisarán dos de ellos, uno de los cuales se basa en los distintos órdenes de exposición de la *KrV* y de los

---

<sup>6</sup> Esta definición es aquella de las lecciones de lógica, la cual fue citada anteriormente.

*Prolegomena* (punto 3.1), mientras que el otro se basa en vínculos que Hintikka establece entre las teorías de Kant, por un lado, y las ideas de Proclo y los *Elementos* de Euclides, por otro (punto 3.2). La consideración crítica de estos dos argumentos, junto con una observación adicional en relación al alcance de la interpretación de Hintikka (punto 3.3), permitirá mostrar que los fundamentos de su tesis no son suficientemente sólidos.

### 3.1 El método sintético y el método analítico

Hintikka menciona dos sentidos según los cuales una teoría es anterior a otra. El primero de ellos es el de anterioridad sistemática o conceptual (Hintikka 1992, p. 24). Para demostrar que existe una prioridad tal de la teoría de la *Doctrina trascendental del método* respecto a aquella de la *Estética trascendental*, Hintikka plantea dos argumentos. Uno de los ellos, el cual será revisado a continuación, está basado en los *Prolegomena*, texto en el que Kant busca mostrar con mayor claridad los planteamientos de la *KrV*.

En los *Prolegomena* Kant ubica su concepción del método de las matemáticas en la sección que se identificaría con la *Estética Trascendental* de la *KrV*, mientras que en esta última tal concepción está contenida hacia el final de la obra. A partir de esto, Hintikka (1992, p. 24) concluye que hay una dependencia explícita de la *Estética Trascendental* respecto de la concepción del método de las matemáticas de Kant, el cual aparece en la *Doctrina trascendental del método* en la *KrV*.

Sin embargo, los órdenes de exposición de la *KrV* y los *Prolegomena* no son comparables sin más<sup>7</sup>. Por un lado, el orden de exposición de la *KrV* sigue el método sintético, es decir, aquel método planteando por los antiguos matemáticos griegos<sup>8</sup> según el cual se comienza desde lo conocido, sin presuponer nada, hasta llegar a lo que se quiere demostrar<sup>9</sup>:

---

<sup>7</sup> Este punto es destacado por Emily Carson (1997, pp. 495-496), aunque en el contexto de una crítica a algunas tesis de Michael Friedman.

<sup>8</sup> “El análisis es un camino que parte de tomar lo que se investiga como cosa aceptada mediante sus consecuencias hasta llegar a la síntesis. En el análisis, suponiendo que lo investigado ya se ha producido, observamos por qué sucede y vamos de nuevo a lo que lo precedió hasta que, haciendo el camino hacia atrás de esta manera, damos con algo de lo ya aceptado o que pertenezca a la clase de los principios. Y a este método lo llamamos análisis porque es una solución camino atrás. Por la otra parte, en la síntesis, partiendo de la marcha atrás, dando por sentado el elemento último captado en el análisis, colocando ahora lo que allí precedía en su orden natural como consecuencias y componiéndolas entre sí llegamos por último a la

En la *Crítica de la razón pura* he procedido sintéticamente con respecto a esta pregunta<sup>10</sup>, a saber, de tal manera, que investigué en la razón pura misma e intenté determinar en esta fuente misma, según principios, tanto los elementos como las leyes del uso puro de ella. (*Prolegomena* §4, AA IV: 274)

Por otro lado, el orden de exposición de los *Prolegomena* sigue el método analítico, el otro método planteado por los antiguos matemáticos griegos según el cual se asume lo que se quiere demostrar y se llega, a partir de ello, a resultados previamente conocidos, con lo cual es posible reconstruir el camino en sentido inverso:

[Los *Prolegomena*] deben, pues, apoyarse en algo conocido como ya seguro, de donde se pueda partir con confianza y ascender hasta las fuentes, que no se conocen todavía... El procedimiento metódico de los prolegómenos, especialmente de aquellos que deben preparar para una metafísica futura, será, por consiguiente, *analítico*. (*Prolegomena* §4, AA IV: 275)

Lo que Kant da por asumido en la exposición de los *Prolegomena* es la existencia de la matemática pura y de la ciencia natural pura como conocimientos sintéticos *a priori*:

Al avanzar ahora hacia esta solución [del problema ¿cómo son posibles los juicios sintéticos *a priori*?], y ello según un método analítico, en el cual suponemos que existen realmente tales conocimientos por razón pura, podemos remitirnos sólo a dos ciencias del conocimiento teórico (que es del único del que se trata aquí), a saber, la matemática pura y la ciencia pura de la naturaleza. (*Prolegomena* §5, AA IV: 280)

Por lo tanto, el uso que en los *Prolegomena* hace Kant de la existencia y del método de la matemática, en tanto conocimiento sintético *a priori*, no obedece a que las teorías correspondientes a la *Doctrina trascendental del método* tengan una prioridad lógica

---

construcción de lo investigado. Y a eso lo llamamos síntesis.” (Papo, *Synagogé* VII, pp. 634-6, en Arquímedes (2005))

<sup>9</sup> No es claro que Kant comprenda el método analítico y el sintético tal como se los ha descrito aquí, lo cual se ha hecho siguiendo una comprensión relativamente estándar. Un estudio sobre este aspecto queda fuera del alcance de este texto. Cf. las observaciones de Gary Hatfield en Kant (2002, pp. 35-38) y las de Paul Guyer y Allen Wood en Kant (1998, pp. 33ss., pp. 68ss.).

<sup>10</sup> La pregunta a la cual se refiere Kant es: ¿es, en general, posible la metafísica?

respecto de aquellas de la *Estética Trascendental*, es decir, a que la verdad de aquellas dependa de la de estas, sino todo lo contrario, ya que es el método sintético, y no el analítico, el que muestra cómo un conocimiento posterior se sigue de otro anterior.

### 3.2 La identificación de la construcción con la *ékthesis* y la *kataskeué*

Para defender su tesis principal a partir de un punto de vista distinto al considerado en la sección anterior, Hintikka (1992, p. 30) propone que la noción de construcción dentro de la filosofía de las matemáticas en Kant debe identificarse con las que Proclo, en su *Comentario al Libro I de los Elementos de Euclides*<sup>11</sup>, llama *ékthesis*<sup>12</sup> y *kataskeué*. De acuerdo a Hintikka (1992, p. 28), los *Elementos* de Euclides habrían sido un paradigma del método matemático para Kant<sup>13</sup>, por lo que sería razonable buscar allí las nociones que habría tenido en vista al desarrollar sus teorías sobre filosofía de las matemáticas<sup>14</sup>.

Para justificar la identificación de la construcción con la *ékthesis*, Hintikka (1992, p. 29) menciona la similitud que existe entre la descripción que da Kant de la construcción y la función que cumpliría la *ékthesis*, pues la primera considera conceptos generales *in concreto* y la segunda “muestra” o “exhibe” una proposición geométrica general por medio de un ejemplar singular. Para justificar la identificación de la construcción con la *kataskeué* (Hintikka 1992, pp. 29-30), destaca un pasaje (A716–7/B744–5) donde Kant menciona que el matemático, cuando pretende demostrar algún resultado, inmediatamente comienza a hacer construcciones adicionales que lo ayudan en esa tarea, lo cual Hintikka considera que tiene similitud con la descripción de la noción de *kataskeué*.

Posteriormente, Hintikka, además de identificar *ékthesis* y *kataskeué*, identifica la primera con la ejemplificación existencial (Hintikka 1992, p. 35), una regla de inferencia con

---

<sup>11</sup> De aquí en adelante este texto es referido simplemente como *Comentario*.

<sup>12</sup> Esta noción también está presente en los *Analíticos primeros* de Aristóteles (por ejemplo, en 28b14, 48a25 y 49b6). ¿Habrá obtenido Aristóteles esta noción a partir de los desarrollos de la matemática de su época? ¿Qué vínculo tienen la *ékthesis* planteada por Aristóteles y aquella por Proclo? Hintikka (1992, p. 34) parece identificar los usos de esta noción en ambos.

<sup>13</sup> Hintikka expresa este supuesto de la siguiente manera: “Es mucho más útil preguntar exactamente en qué características de la presentación de Euclides estaba pensando Kant en su teoría.” (Hintikka 1992, p. 28).

<sup>14</sup> Éste es precisamente uno de los puntos que aquí se rescata de la interpretación de Hintikka, aunque con otras consecuencias.

cuantificadores de la lógica actual. Probablemente, se debería suponer que la *kataskeué* también se identifica con la ejemplificación existencial, a pesar de que ella pierde relevancia en el resto del texto<sup>15</sup>. De este modo, dado que en la ejemplificación existencial se utilizan ejemplares singulares de una cierta clase, en la *ékthesis* y la *kataskeué* sucedería lo mismo, lo cual hablaría en favor de caracterizar a la intuición sólo mediante el criterio de singularidad.

### 3.2.1 Las partes de los teoremas y los problemas según Proclo

Para determinar si la identificación de la construcción en Kant con la *ékthesis* en Proclo es correcta, conviene estudiar las partes de los teoremas y los problemas que menciona Proclo, lo cual puede llevar a tener más claridad sobre qué son la *ékthesis* y la *kataskeué* y también sobre qué son la intuición pura y la construcción.

Proclo expresa en su *Comentario* que las partes de los teoremas y los problemas, cuando están completos, corresponden a la enunciación (*πρότασις*), la exposición (*ἔκθεσις*), la especificación (*διορισμός*), la preparación (*κατασκευή*), la prueba (*ἀπόδειξις*) y, por último, la conclusión (*συμπέρασμα*). Proclo describe estas partes del siguiente modo:

[L]a enunciación expresa qué es lo dado y qué es lo buscado, pues una enunciación completa está compuesta de ambas [partes]. La exposición, determinando lo dado mismo según sí mismo, lo prepara para la búsqueda. La especificación, separadamente, aclara qué es lo buscado. La preparación agrega a lo dado lo que falta para la consecución de lo buscado. La prueba concluye científicamente lo propuesto a partir de lo acordado. La conclusión vuelve nuevamente a la enunciación confirmando lo demostrado. (*Comentario* 203)<sup>16</sup>

Las descripciones de Proclo pueden parecer insuficientes. Por suerte, más adelante en el texto identifica estas partes en un problema determinado, a saber, *Elementos* I 1. Conviene

---

<sup>15</sup> En Hintikka (1978) dice explícitamente que la *ékthesis* y la *kataskeué* se refieren a lo mismo. Posteriormente, se abordará si la identificación de ambas nociones es correcta.

<sup>16</sup> Las traducciones del *Comentario* utilizadas en este texto son propias. Hasta donde se ha podido averiguar, aún no existe una traducción completa del *Comentario* al castellano.

revisar este ejemplo para entender mejor en qué consisten estas partes de los teoremas y los problemas.

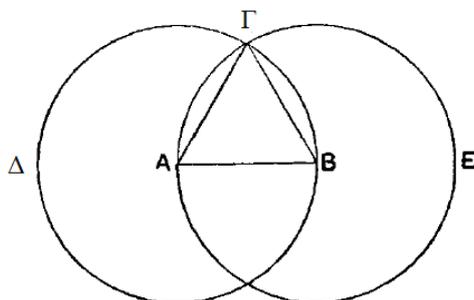
El primer problema de los *Elementos* es el siguiente:

Construir un triángulo equilátero sobre una recta definida dada.

Sea  $AB$  la recta finita dada.

Así pues, hay que construir sobre la recta  $AB$  un triángulo equilátero.

Descríbase con el centro  $A$  y la distancia  $AB$  el círculo  $B\Gamma\Delta$ , y con el centro  $B$  y la distancia  $BA$  descríbase a su vez el círculo  $A\Gamma E$ , y a partir del punto  $\Gamma$  donde los círculos se cortan entre sí, trácense las rectas  $\Gamma A$ ,  $\Gamma B$  hasta los puntos  $A$ ,  $B$ .



Y puesto que el punto  $A$  es el centro del círculo  $\Gamma\Delta B$ ,  $A\Gamma$  es igual a  $AB$ . Puesto que el punto  $B$  es a su vez el centro del círculo  $\Gamma A E$ ,  $B\Gamma$  es igual a  $AB$ , pero se demostró que  $\Gamma A$  es igual a  $AB$ , por lo tanto, cada una de las [rectas]  $\Gamma A$  y  $\Gamma B$  es igual a  $AB$ . Y las cosas iguales a una misma cosa son también iguales entre sí, por lo tanto,  $\Gamma A$  es también igual a  $\Gamma B$ . Luego, las tres [rectas]  $\Gamma A$ ,  $AB$  y  $B\Gamma$  son iguales entre sí. Por lo tanto, el triángulo  $AB\Gamma$  es equilátero y ha sido construido sobre la recta definida dada  $AB$ .

[Por lo tanto, sobre una recta definida dada se ha construido un triángulo equilátero.]<sup>17</sup> Lo cual [era lo que] había que hacer. (Traducción propia.)

Sobre la enunciación, Proclo afirma, entre otras cosas, que “está compuesta de lo dado y de lo buscado, pues se da una recta determinada y se busca cómo construir sobre ella un

<sup>17</sup> Euclides, *Elementos* I 1. Es importante resaltar que ni Puertas (Euclides 1991) ni Heath (Euclides 1986) incluyen esta línea en sus traducciones. Parece ser que ésta no se encuentra en todos los manuscritos, pero, tal como se verá más adelante, Proclo sí la menciona, lo cual es un punto a favor de las variantes que la incluyen. Además, hay una razón sistemática para incluirla, ya que Proclo distingue dos conclusiones, una preliminar y una general. La primera de éstas correspondería al paso contenido en la línea en cuestión.

triángulo equilátero” (*Comentario* 208), mientras que sobre la exposición afirma que corresponde a la frase “sea ésta una recta determinada dada” (*Comentario* 208). Entonces, la enunciación corresponde a lo que el problema plantea, es decir, “construir un triángulo equilátero sobre una recta definida dada”, mientras que la exposición es la presentación de los objetos específicos sobre los cuales la demostración se realizará, es decir, “sea AB la recta finita dada”. En otras palabras, la exposición cumple la función de plantear la hipótesis del teorema para un ejemplar considerado de modo arbitrario.

A continuación, Proclo plantea que la especificación corresponde a “es necesario construir sobre la recta expuesta determinada un triángulo equilátero” (*Comentario* 208), es decir, “así pues, hay que construir sobre la recta AB un triángulo equilátero”, por lo tanto, la enunciación es la reiteración de lo que la enunciación dice que hay que hacer, pero para el caso del objeto específico que se mostró en la exposición.

Posteriormente, Proclo afirma que la preparación dice “trácese una circunferencia con centro en uno de los extremos de la recta y con radio el resto [de la recta]’, y nuevamente ‘trácese una circunferencia con centro en el otro extremo y con radio idéntico a la anterior’, y ‘a partir del punto común de la intersección de las circunferencias únanse rectas con los extremos de la recta’” (*Comentario* 209), por lo tanto, la preparación corresponde a las construcciones adicionales que se realizan en la demostración, las cuales, posteriormente, serán fundamentales para obtener a la conclusión.

A continuación, Proclo se refiere a la prueba del siguiente modo:

[P]uesto que uno de los puntos de los [que están] sobre la recta dada es el centro mismo de la circunferencia que lo comprende, la [recta] sobre la intersección común es igual a la recta dada. Puesto que también el punto restante de los [que están] sobre la recta dada es el centro mismo de la circunferencia que lo comprende, la [recta] sobre la intersección común de las circunferencias es igual a la recta dada [...] Por lo tanto, ‘se construye un triángulo equilátero sobre esta recta dada’. Ésta es la primera conclusión que sigue a la exposición. Pero, después de ésta, la [conclusión] general: ‘por lo tanto, sobre una recta dada se

construye un triángulo equilátero<sup>18</sup>, pues, aunque duplicases la [recta] dada de lo expuesto, las mismas preparaciones y las [mismas] pruebas calzarían, y aunque la triplicases o la hicieses más grande o más que pequeña que ésta. (*Comentario* 209-10)

Por lo tanto, la prueba corresponde a una serie de pasos obtenidos a partir del objeto específico mostrado en la exposición y de las construcciones adicionales realizadas en la preparación, pero, por eso mismo, su conclusión aplica sólo al objeto específico que se está tratando, de ahí que Proclo la llame “primera conclusión”<sup>19</sup>.

Luego, a partir de la prueba, se obtiene la conclusión propiamente tal, a la cual Proclo llama “segunda conclusión”. Ésta corresponde a la conclusión general, ya que el resultado obtenido en la prueba se universaliza para cualquier objeto afín al objeto específico que se muestra en la exposición, de modo que, con ella, se realiza (en el caso de los problemas) o prueba (en el de los teoremas) lo que la enunciación había planteado en un comienzo.

### **3.2.2 La relación entre la construcción en Kant y las partes de los teoremas y los problemas en Proclo**

En esta sección se retoma la consideración crítica de la interpretación de Hintikka sobre la intuición y la construcción en Kant. Serán abordados dos puntos discutibles, con lo cual se pretende mostrar que la interpretación de Hintikka, a pesar de tener la buena idea de relacionar a Kant con Proclo, no acierta en las asociaciones que hace entre los conceptos utilizados por uno y por otro.

Un punto discutible es la identificación que Hintikka hace entre la exposición y la preparación. Aunque se puede considerar que ambas son proposiciones referidas a ejemplares considerados de modo arbitrario, su aparición dentro de la demostración está justificada por razones distintas. Mientras la exposición, como se mencionó anteriormente, cumple la función de plantear la hipótesis del teorema para un caso considerado de modo arbitrario, con lo cual constituye el punto de partida de la demostración en sentido estricto,

---

<sup>18</sup> Aquí se ve que Proclo habla en favor de la variante que incluye las dos conclusiones.

<sup>19</sup> Cabe destacar que Proclo (*Comentario* 209) plantea que en la preparación se usan los postulados (αἰτήματα), mientras que en la prueba se usan los axiomas (ἀξιώματα).

la preparación es un proceso por el cual se agregan premisas que ayudan a obtener el resultado esperado.

Otro punto discutible es el carácter inferencial que Hintikka reconoce en la *ékthesis* y la *kataskeué* al identificarlas con la ejemplificación existencial. Por un lado, como ya se ha mencionado anteriormente, la *ékthesis* cumple la función de plantear la hipótesis para un caso considerado de modo arbitrario, mientras que la *kataskeué* cumple la función de realizar construcciones adicionales necesarias para la demostración. Por otro lado, las inferencias dentro de un teorema o de un problema se encuentran en lo que Proclo llama las “dos conclusiones”, es decir, la prueba y la conclusión propiamente tal.

### **3.2.3 Las conclusiones de los teoremas en Proclo y la construcción en Kant**

A pesar de esta consideración crítica sobre la interpretación de Hintikka, su sugerencia de vincular a Kant con Proclo es muy perspicaz. Para encontrar tal vínculo conviene poner atención en un aspecto sumamente relevante de las demostraciones, el cual consiste en cómo es posible que un resultado que, al menos en principio, es válido sólo para un objeto considerado de modo arbitrario también sea válido universalmente. Este problema fue abordado tanto por Proclo como por Kant. De hecho, ambos parecen tener opiniones bastante similares al respecto.

Por un lado, Proclo opina lo siguiente:

Acostumbran a hacer doble la conclusión de cierta manera, pues demuestran en lo dado y concluyen en general elevándose de una conclusión particular a una general. Porque no utilizan la particularidad de los objetos, sino que, poniendo lo dado ante los ojos, dibujan un ángulo o una línea, [y] consideran que son lo mismo la conclusión sobre éste o ésta y el concluir sobre todo lo semejante. En efecto, pasan hacia lo general para que no entendamos que la conclusión es parcial, y razonablemente pasan, porque para la prueba utilizan las enunciaciones no en tanto son estos [objetos], sino en tanto son semejantes a los otros [objetos]. Pues no realizo una bisección del ángulo propuesto en tanto es de tal tamaño, sino en tanto es sólo una figura rectilínea. Mientras tal tamaño del [ángulo] propuesto es particular, el ser una figura rectilínea es [algo] común a todas las figuras rectilíneas. Ahora

bien, sea recto un [ángulo] dado<sup>20</sup>. En efecto, si hubiera utilizado para la prueba su ser recto, no habría sido capaz de pasar a la clase completa de figuras rectilíneas, pero si no utilizo su ser recto y considero sólo su ser rectilíneo, el argumento también aplica igualmente a todos los ángulos rectilíneos. (*Comentario*, 207.4-25)

Por otro lado, Kant afirma que:

El conocimiento *filosófico* es el *conocimiento racional por conceptos*; el matemático [es el conocimiento] por *construcción* de los conceptos. *Construir* un concepto significa: exhibir *a priori* la intuición que le corresponde. Para la construcción de un concepto se requiere, pues, una intuición *no empírica*, que por consiguiente, como intuición, es un objeto *singular*, pero que sin embargo, como construcción de un concepto ([como construcción] de una representación universal) debe expresar, en la representación, validez universal con respecto a todas las intuiciones posibles que hayan de estar bajo ese concepto. Así, yo construyo un triángulo al exhibir el objeto que corresponde a ese concepto, ya mediante mera imaginación, en la intuición pura, ya, de acuerdo con ella, también en el papel, en la intuición empírica, pero en ambos casos enteramente *a priori*, sin haber tomado de ninguna experiencia el modelo para ello. La figura singular dibujada es empírica, y sirve, sin embargo, para expresar el concepto, sin menoscabo de la universalidad de éste, porque en esta intuición empírica se atiende siempre sólo a la acción de construcción del concepto, para el cual muchas determinaciones, p. ej. [las] del tamaño, de los lados y de los ángulos, son enteramente indiferentes; y por consiguiente se hace abstracción de estas diferencias, que no alteran el concepto del triángulo. (A713-A714/B742-B743)

A partir de una lectura comparativa de los pasajes anteriores, se observa que tanto Kant como Proclo piensan que es precisamente la arbitrariedad en el modo de consideración del objeto, es decir, el hecho de que sólo se tomen en consideración ciertos atributos generales de él, mientras que otros son dejados de lado, lo que justifica que un resultado obtenido para él sea universalizable para todos los objetos que compartan aquellos atributos generales considerados al comienzo de la demostración.

---

<sup>20</sup> Proclo ejemplifica lo dicho anteriormente para el caso de una demostración de un teorema sobre lo que él llama un ángulo “rectilíneo”.

Dentro de las partes de los teoremas y problemas, Proclo se está refiriendo al paso que hay de la prueba a la conclusión. Por su parte, Kant parece concordar con ello cuando explica cómo interactúan la construcción y la intuición. Sin embargo, la descripción que Kant ofrece de la construcción parece indicar que ella está presente siempre que esté presente una intuición correspondiente a un concepto. Si se entiende que esta intuición corresponde a aquel objeto que es considerado de modo arbitrario, entonces tal intuición estaría presente, en términos de las partes de los teoremas según Proclo, desde la exposición hasta la prueba. Aquella intuición considerada de modo arbitrario es la que permite, por medio de la aplicación de una generalización universal, inferir la conclusión a partir de la prueba.

### **3.3 El alcance de la interpretación de Hintikka**

En *La disciplina de la razón pura en el uso dogmático*, Kant afirma que la construcción de conceptos está presente en los siguientes tres tipos de nociones de las matemáticas: 1) definiciones (“no quedan otros conceptos que sean aptos para ser definidos, que aquellos que contienen una síntesis arbitraria que pueda ser construida *a priori*; y por tanto, sólo la matemática posee definiciones” (A729/B757)), 2) axiomas (“la matemática es capaz de [tener] axiomas, porque ella, medio de la construcción de los conceptos, puede conectar *a priori*, y de manera inmediata, en la intuición del objeto los predicados de este” (A732/B760)), 3) demostraciones (“sólo la matemática contiene demostraciones, porque ella no deduce sus conocimientos a partir de conceptos, sino a partir de la construcción de éstos” (A734/B762))<sup>21</sup>.

A partir de la consideración anterior, se observa que otra debilidad de la interpretación de Hintikka, así como de las de varios autores que han estudiado la filosofía de las matemáticas de Kant, consiste en que se concentra exclusivamente en los papeles que desempeñan la intuición y la construcción dentro de las demostraciones, dejando de lado el hecho de que Kant también destaque que éstas juegan un papel dentro de las definiciones y de los axiomas.

## **4. Conclusiones**

---

<sup>21</sup> Una pregunta interesante en relación a este punto, la cual no es abordada en este texto, es si estos tres tipos de nociones agotan todas aquellas donde está presente la construcción, es decir, si esta lista es exhaustiva.

En este texto se ha buscado poner una base para una posterior interpretación de la intuición y la construcción en Kant, para lo cual se ha analizado la célebre interpretación desarrollada por Hintikka durante las últimas décadas. Tal análisis ha mostrado que esta interpretación presenta algunas debilidades, sin embargo, se rescatan dos puntos centrales de ella: 1) que para entender la intuición y la construcción es útil comprenderlas en conjunto y 2) que se puede alcanzar una comprensión de ellas a partir de identificar sus vínculos con algunos planteamientos de los antiguos filósofos y matemáticos griegos, especialmente Proclo y Euclides.

Lo que se ha mostrado en este texto es que un punto de partida razonable para desarrollar una interpretación de la intuición y la construcción en Kant es vincularlas con las dos conclusiones que Proclo plantea en su *Comentario*. Sin embargo, se debe tener en cuenta que tales vinculaciones son sólo razonables dentro del ámbito de las demostraciones, las cuales son sólo una de las nociones dentro de las cuales Kant afirma que está presente la construcción. Por lo tanto, una interpretación adecuada de la intuición y la construcción debería tomar en cuenta cómo se puede ampliar tal comprensión desde el ámbito de las demostraciones hacia el de las definiciones y de los teoremas, de modo que se tenga una comprensión de la intuición y la construcción que tome en cuenta todas las nociones en las cuales Kant considera que éstas juegan un papel.

### **Bibliografía**

- Arquímedes. (2005), *Tratados I*, trad. Paloma Ortiz García, Gredos, Madrid.
- Carson, Emily. (1997), “Kant on Intuition in Geometry”, *Canadian Journal of Philosophy*, no. 27:4, pp. 489-512.
- Euclides. (1968), *The thirteen books of Euclid’s Elements*, trad. Thomas Little Heath, Cambridge University Press, Cambridge.
- Euclides. (1991), *Elementos*, trad. María Luisa Puertas Castaños, Gredos, Madrid.
- Proclo. (1967), *Procli Diadochi in primum Euclidis elementorum librum commentarii*, ed. Gottfried Friedlein, Teubner, Leipzig.

Hintikka, Jaakko. (1969), "On Kant's Notion of Intuition (Anschauung)", en Terrence Penelhum y John. J. MacIntosh (eds.), *The First Critique*, Wadsworth Publishing Co. Inc., Belmont, pp. 34-53.

Hintikka, Jaakko. (1974), "Kant's 'new method of thought' and his theory of mathematics", en *Knowledge and the known*, D. Reidel Publishing Company Dordrecht, pp. 126-134.

Hintikka, Jaakko. (1978), "Aristotle's incontinent logician", *Ajatus*, no. 37, pp. 48-63.

Hintikka, Jaakko. (1981), "Kant's theory of mathematics revisited", *Philosophical Topics*, no. 12:2, pp. 201-215.

Hintikka, Jaakko. (1984), "Kant's transcendental method and his theory of mathematics", *Topoi*, no. 3:2, pp. 99-108.

Hintikka, Jaakko. (1992), "Kant on the Mathematical Method", en Carl Posy (ed.), *Kant's Philosophy of Mathematics: Modern Essays*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 21-42.

Kant, Immanuel., (1910-), *Gesammelte Schriften*, Akademie der Wissenschaften (ed.), Reimer (actualmente De Gruyter), Berlin.

Kant, Immanuel. (1998), *Critique of pure reason*, trad. Paul Guyer y Allen Wood, Cambridge University Press, Cambridge.

Kant, Immanuel. (1999), *Prolegómenos a toda metafísica futura que haya de poder presentarse como ciencia*, trad. Mario Caimi, Istmo, Madrid.

Kant, Immanuel. (2002), *Theoretical Philosophy after 1781*, trad. Henry Allison, Michael Friedman, Gary Hatfield, y Peter Heath, Cambridge University Press, Cambridge.

Kant, Immanuel. (2007), *Crítica de la razón pura*, trad. Mario Caimi, Colihue, Buenos Aires.

Parsons, Charles. (1992), "Kant's Philosophy of Arithmetic", en Carl Posy (ed.), *Kant's Philosophy of Mathematics: Modern Essays*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 43-79.

