

**Frege sobre Kant:
uma motivação filosófica do logicismo**

Frege on Kant: A Philosophical Grounding of Logicism

MANUELA TELES*

Universidade do Porto, Portugal

Abstract

In 1882, Frege wrote to Anton Marty that his project was to prove that the fundamental laws of arithmetic are analytical in Kant's sense. The answer to this letter was signed by Carl Stumpf, who advised Frege to write about his motivations for the creation of the formal language he had introduced in his *Begriffsschrift*, written three years before. The *Grundlagen der Arithmetik*, that Frege published two years after, may be seen as his result for following Stumpf's advice. In it, Frege mentions Kant again, both as a motivation for his logicist program and as an opposer to it. In this paper, I aim to understand this two-sided influence of Kant in Frege's purposes. To do that, I present and discuss excerpts of the *Grundlagen* where Frege talks about Kant. I show that, after rejecting Kant's proposal that numerical judgements (like $7+5=12$) are synthetic a priori, Frege has an insight on Kant's definition of analytical according to which it is possible through reason alone to achieve knowledge about objects that are neither perceived by the senses nor intuitions. It is this insight that rests on Frege's motivation for his logicist program. According to Frege's logicist program, numbers are objects known exclusively by their properties, with no connection to any representation (either sensorial or intuitional). Frege's insight allow us to think that Kant could have come to this result with his notion of analytical were he not compromised with a notion of concepts as representations that are the building blocks of thoughts. Instead, Frege proposes that new concepts can be discovered in the decomposition of thoughts, and this discovery is a task for logic alone. Being a task for logic alone is precisely Kant's sense of analytical. What Frege's insight adds to Kant's notion of analytical is, thus, that it may be a source of knowledge.

Keywords

* Doutoranda MLAG Instituto de Filosofia da Universidade do Porto. E-mail de contato: manelateles@gmail.com Agradeço as propostas e discussões da Prof. Sofia Miguens e do Prof. João Alberto Pinto que determinaram a versão final deste texto.

Frege, Kant, analytical, logicism, foundations of arithmetic, concept, judgement

Resumo

Em 1882, Frege escreveu a Anton Marty que o seu projeto era provar que as leis fundamentais da aritmética são analíticas no sentido de Kant. A resposta a esta carta foi assinada por Carl Stumpf, que aconselhou Frege a escrever sobre as suas motivações para a criação da linguagem formal que apresentou na sua *Begriffsschrift*, escrita três anos antes. Os *Grundlagen der Arithmetik*, que Frege publicou dois anos depois, podem ser vistos como o seu resultado por seguir o conselho de Stumpf. Aí, Frege menciona Kant novamente, tanto enquanto motivação para o seu programa logicista como enquanto um seu opositor. Neste artigo, pretendo compreender esta influência de dois lados de Kant nos propósitos de Frege. Para isso, apresento e discuto excertos dos *Grundlagen* onde Frege fala sobre Kant. Mostro que, depois de rejeitar a proposta de Kant de que juízos numéricos (como $7+5$) são sintéticos a priori, Frege tem uma visão da definição de Kant de analítico de acordo com a qual é possível conhecer objetos que não são perceptíveis pelos sentidos ou pela intuição apenas pela razão. É esta visão que está na base da motivação de Frege para o seu programa logicista. De acordo com o programa logicista de Frege, os números são objetos conhecidos exclusivamente pelas suas propriedades, sem ligação com qualquer representação (sensorial ou intuitiva). A visão de Frege permite-nos pensar que Kant poderia ter chegado a este resultado com a sua noção de analítico não fosse o seu compromisso com a noção de conceitos enquanto representações que são os blocos de construção dos pensamentos. Em vez disso, Frege propõe que novos conceitos podem ser descobertos na decomposição de pensamentos e que esta descoberta é uma tarefa para a lógica em exclusivo. Sendo uma tarefa da lógica em exclusivo é precisamente o sentido de analítico de Kant. O que a visão de Frege acrescenta ao analítico de Kant é, então, que pode ser uma fonte de conhecimento.

Palavras-chave

Frege, Kant, analítico, logicismo, fundamentos da aritmética, conceito, juízo.

Diz Michael Beaney que Carl Stumpf terá tido alguma influência na redação dos *Grundlagen der Arithmetik* (GLA)¹ por parte de Frege. Como se sabe, a primeira publicação de Frege, a *Begriffsschrift* (BS)² foi mal recebida pela crítica. Stumpf terá escrito a Frege que poderia ser vantajoso motivar o seu projeto, apresentando de forma informal o que aparece formalmente tratado na BS. Nos GLA, Frege não usa a sua notação conceptual mas apresenta cuidadosamente as motivações para a usar. É a estas motivações que estamos a chamar o enquadramento teórico da criação da notação conceptual.

Uma parte do que terá enquadrado teoricamente a criação da notação conceptual por parte de Frege é o contexto técnico do trabalho na matemática da sua época. Como Weiner, Mark Wilson descreve o contexto científico em que Frege começou a trabalhar como um período

¹ *Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl.* Breslau, Verlag von Wilhelm Koeber, 1884.

² *Begriffsschrift, eine der Arithmetischen nachgebildete formelsprache des reinen denkens.* Halle, Verlag von Louis Nebert, 1879.

de mudança do paradigma para resolver problemas trazidos por noções como as que Frege enuncia nos GLA:

“Os conceitos de função, continuidade, de limite, de infinito, revelaram-se carentes de definições mais precisas. Os números negativos, bem assim como os irracionais, de há muito integrados na Ciência, tiveram de ser submetidos a um exame mais rigoroso” (FREGE 1992:37).

Segundo Wilson, a notação conceptual e as motivações filosóficas que subjazem o logicismo de Frege têm raízes no que chama a tradição do logicismo relativo. Wilson caracteriza o logicismo relativo como uma adaptação da geometria projetiva, enquanto método para resolver problemas da aritmética. Sem entrar nos sofisticados pormenores e debates da teoria dos números, podemos definir um elemento de extensão como um número ou conjunto de números que não estão contidos no enunciado ou estão fora do domínio em causa mas que têm de ser trazidos para o cálculo matemático a fim de resolver um problema. Os números imaginários são exemplos de elementos de extensão. De acordo com Edward Zalta, Frege terá dito sobre a sua tese de doutoramento, publicada com o título: ‘Sobre Uma Representação Geométrica das Formas Imaginárias no Plano [*Über eine geometrische Darstellung der imaginären Gebilde in der Ebene*]’, que nela explicava como, por meio de uma representação geométrica das formas imaginárias no plano (pontos ou linhas), se podia compreender uma correlação entre essas formas imaginárias e um elemento “real” e “intuitivo” correspondentes a elas³. A caracterização de Zalta sugere que Frege poderá ter começado por se aproximar dos projetivistas. Mas o seu trabalho seguinte, que começa com a BS e os GLA, é claramente uma defesa do logicismo. Wilson chama logicismo absoluto à posição de Frege, uma vez que propõe que o logicismo deve estender-se a todas as áreas da matemática, por oposição a ser apenas um instrumento local para resolver problemas de fundamentação. Na Introdução dos GLA, Frege dá razão a Wilson:

“senti-me obrigado a ir um pouco mais atrás até às fundações lógicas gerais do que a maioria dos matemáticos, talvez, veria como necessário” (BEANEY 1997:89).

As questões e os assuntos específicos da matemática terão aqui de ser deixados de lado. O que há a salientar é o modo como Wilson apresenta o logicismo a partir dos problemas com que os matemáticos se deparavam na altura em que Frege começou a trabalhar. Wilson apresenta o logicismo como

“a reivindicação de que os elementos de extensão podem ser justificados usando apenas recursos puramente lógicos” (WILSON 2010:382).

A partir desta definição, Wilson desenvolve o logicismo relativo como a tese de que a lógica pode fornecer as entidades que preenchem os hiatos de uma prova matemática.

³ Cf. ZALTA 2014.

“Assim, construções lógicas passam a ser vistas como a metodologia crucial para que o matemático explore com liberdade criativa domínios mais alargados de objetos inalcançáveis por consideração ‘intuitiva’” (WILSON 2010:391).

Depois, Wilson considera que o programa de Frege corresponde a um logicismo absoluto que se sobrepõe ao logicismo relativo.

“O logicismo absoluto, tal como preconizado por Frege (...), reivindica que vários domínios da matemática tradicionais podem ser vistos, eles próprios, como tão compostos quanto ‘objetos lógicos’ engendrados pela necessidade de compreender a estrutura de domínios não-matemáticos” (WILSON 2010:406).

Propomos aqui que o programa de Frege vai além do logicismo absoluto. No final do Prefácio da BS⁴, Frege lista as várias ciências que considera poderem ser beneficiadas com o uso da sua notação conceptual, sugerindo que considera que o logicismo tem aplicação não apenas para todos domínios da matemática mas para todos os domínios da ciência. Por isso, chamamos logicismo universal ao logicismo de Frege.

A outra parte do enquadramento teórico da notação conceptual é a insatisfação confessada por Frege relativamente à fundamentação da matemática. Nos GLA, Frege afirma que o trabalho na matemática tem de ser precedido de uma investigação cuidada acerca da questão primordial da aritmética, que é a de saber o que é um número. De acordo com Frege,

“... ninguém consegue dizer o que o número é. Se um conceito que é fundamental a uma grande ciência levanta dificuldades, então é certamente uma tarefa imperativa investigá-lo com maior detalhe e superar estas dificuldades” (BEANEY 1997:85).

Segundo Frege, a investigação a levar a cabo tem de começar por esclarecer o que são realmente aquelas fórmulas matemáticas como ‘ $7+5=12$ ’. Sem uma resposta a esta questão, continua Frege, é impossível compreender a natureza do cálculo que está envolvido nos vários ramos da matemática e, usando esse cálculo, estabelecer com certeza os princípios e resultados que caracterizam cada um deles. Começar por uma definição geral de número— a que Frege frequentemente chama nos GLA ‘o conceito de número cardinal’—e partir daí para uma definição de cada um dos números particulares e das operações da aritmética, na qual assenta toda a matemática, é o plano de trabalho traçado por Frege nos GLA.

Frege acusa as teorias aritméticas até então disponíveis de não terem os instrumentos teóricos para apresentar uma definição de número e, por isso, de serem incapazes de garantir que os juízos matemáticos são verdadeiros. Como resultado, propõe-se ele próprio fazer essa investigação, atribuindo-se a tarefa de definir o que é um número, para, a partir dessa definição, estabelecer os princípios nos quais assentam todas as verdades aritméticas.

⁴ Cf. BEANEY 1997:50.

Uma investigação acerca do que é um número, propõe também, tem de ser feita por meio de um processo que parta do que é aceite como verdadeiro na aritmética e chegue até às definições e leis primordiais. Esse processo, a que chama uma demonstração, tem de ser tal que garanta a preservação de verdade em cada passo. Por isso, Frege caracteriza uma demonstração como um processo inverso ao de uma dedução. Se, numa dedução, se “constrói” um argumento para, a partir de premissas, se chegar a uma conclusão, numa demonstração, parte-se da conclusão para “descobrir” as premissas. Mais especificamente, àquelas premissas que já não podem mais ser demonstradas, a que Frege chama verdades primitivas.

Nos GLA, Frege preocupa-se em apresentar o seu projeto logicista como alternativa à tradição matemática e filosófica vigente, discutindo noções e teorias para, por exclusão de partes, chegar à prova de como, a partir do conceito geral de número se pode chegar à definição dos números naturais primitivos, o 0 e o 1, e à operação primitiva da aritmética, a adição. Frege começa por desmontar as perspectivas que podem ser agrupadas em teorias formalistas e teorias psicologistas. Encontramos uma descrição de Frege das primeiras teorias num dos seus últimos escritos (*‘Zahlen und Arithmetik’*⁵), onde diz:

“Quando comecei a procurar responder por mim próprio à questão sobre o que deve ser entendido por um número e pela aritmética, encontrei (...) o que era chamado aritmética formalista. A marca da aritmética formalista era a tese ‘números são numerais’” (BEANEY 1997:371).

Depois, Frege acusa os defensores desta tese de tomarem os numerais como as coisas, elas próprias, e não as suas designações, que estão em estudo na aritmética. Frege entende que as teorias formalistas esvaziam a aritmética de significado, impedindo as suas fórmulas e axiomas de poderem ser afirmados ou negados, e com essa possibilidade, de constituírem conhecimento. Por isso defende o oposto: que numerais são apenas partes de enunciados numéricos e, por isso, que as fórmulas da aritmética são algum tipo de asserção. Enquanto asserção, um enunciado numérico diz algo que é verdadeiro ou falso. Como se verá, e como continua a afirmar em *‘Zahlen und Arithmetik’*, Frege entende que “num enunciado numérico algo é asserido sobre um conceito”⁶.

O segundo grupo de teorias que Frege rejeita são aquelas que fundamentam a aritmética na experiência sensorial ou intuitiva. Estas teorias psicologistas dividem-se naquelas que defendem que juízos numéricos se fundam na experiência sensorial e naquelas que fundam os juízos numéricos na intuição. Notavelmente, entre os proponentes das primeiras está John Stuart Mill e entre os proponentes das segundas está Immanuel Kant. As propostas de Kant sobre a natureza dos juízos numéricos são uma resposta às propostas dos empiristas clássicos. Por isso, para considerar as teorias psicologistas contra as quais Frege monta o seu programa logicista, basta-nos ter em conta as propostas de Kant. Nelas encontraremos os mesmos motivos de Frege para rejeitar as teorias empíricas da fundamentação da

⁵ Cf. BEANEY 1997:371-3.

⁶ BEANEY 1997:372.

aritmética. Tendo em conta as propostas de Kant, saber o que é a intuição ou uma intuição torna-se um assunto relevante para compreender os motivos de Frege.

O programa logicista de Frege é simultaneamente modesto e ambicioso em relação a Kant. É modesto no que diz respeito à geometria:

“Encaro como um dos grandes méritos de Kant ter reconhecido as proposições da geometria como juízos sintéticos, ...”,

diz Frege a Marty, na carta de 1882. Contudo, e aqui começa a ambição, acrescenta:

“... não posso permitir-lhe o mesmo no caso da aritmética” (BEANEY 1997:80).

A ambição de Frege levá-lo-á a considerar que os axiomas básicos da aritmética não são sintéticos a priori, como Kant propõe. Como se verá, todo o seu programa se sustenta na tese de que juízos numéricos são analíticos.

Entende-se, por isso, ser necessário aqui abordar algumas propostas de Kant, presentes na sua Crítica da Razão Pura, a seguir ‘CRP’. Olhar-se-á apenas para os lugares de que Frege fala diretamente ou que é preciso ler para compreender o que Frege diz nesses excertos. Antes de dar início à nossa apresentação do que Frege diz sobre Kant, tendo em conta a CRP, precisamos de introduzir uma observação terminológica. Na literatura anglo-saxónica, as palavras ‘*Vorstellung*’ e ‘*Vorstellungen*’, utilizadas por Frege nos seus vários escritos, são traduzidas, respetivamente, por ‘*idea*’ e ‘*ideas*’⁷. Em português, a tradução resultaria em ‘ideia’ e ‘ideias’, também respetivamente. Ora, na história da filosofia, a noção de ideia é indissociável das propostas dos empiristas clássicos, nas quais ideias são entidades de natureza mental com origem na experiência sensorial. No entanto, a noção de ‘*Vorstellung*’ que Kant usa tem uma aplicação mais abrangente e sistemática, que precisamente se estende para lá da experiência sensorial e vai até à experiência intuitiva. Como é a noção de Kant, que corrige a dos empiristas, que Frege vai criticar, consideramos que a tradução mais adequada de ‘*Vorstellung*’, tal como é usada por Kant, primeiro, e por Frege, depois, é ‘representação’, como traduzem Manuela Pinto dos Santos e Alexandre Fradique Morujão⁸. A tradução de António Zilhão parece-nos também adequada pois considera que a tradução correta de ‘*Vorstellung*’ seria ‘representação mental’. À primeira vista, esta seria a tradução mais adequada porque expressa particularmente bem a distinção que Frege está interessado em fazer entre as representações de Kant e os seus ‘conceitos’ (*Begriffe*). Mas a tradução de Zilhão aparece como redundante, como aliás o próprio faz questão de notar⁹, se se notar que, para Frege, uma representação é sempre de natureza psicológica e jamais de natureza lógica, como bem expressa na Introdução dos GLA:

“Usei [nos GLA] sempre a palavra ‘representação’ [*Vorstellung*] na aceção psicológica, e

⁷ Cf. e.g. DUMMETT 1993, BEANEY 1997.

⁸ Cf. KANT 2001.

⁹ FREGE 1992:19.

distingui representações tanto de conceitos como de objetos” (BEANEY 1997:90).

Vamos, portanto, preferir a sugestão de Zilhão e usar a tradução mais curta de Pinto dos Santos e Fradique Morujão, ‘representações’, como aliás acaba por fazer o próprio Zilhão. Assim, ao longo deste capítulo, onde se lê ‘representações’, estamos a traduzir a palavra ‘*Vorstellungen*’ usada por Kant e Frege. O mesmo para o singular. Onde se lê ‘representação’ é a palavra “*Vorstellung*” que estamos a traduzir.

O primeiro lugar onde encontramos Frege a questionar propostas apresentadas por Kant na CRP é na Carta a Marty, onde diz o seguinte acerca de um livro que terá em mãos para publicar em breve:

“Neste momento, estou quase a terminar um livro no qual trato o conceito de número e demonstro que os primeiros princípios do contar, que até agora têm sido encarados como axiomas sem prova, podem ser provados a partir de definições apenas por intermédio de leis lógicas, de tal modo que podem ter de ser encarados como juízos analíticos, no sentido de Kant” (BEANEY 1997:79).

O mais certo é que o livro em causa seja os GLA, publicados dois anos mais tarde, em 1884. Isto mesmo pode ser verificado logo no §3, onde Frege escreve:

“[n]a origem destas investigações estiveram também, no meu caso, motivos filosóficos. As questões acerca da natureza apriorística ou aposteriorística, sintética ou analítica, das verdades aritméticas esperam aqui pela sua resposta” (FREGE 1992:38).

Apesar de não ser explícita, a referência a Kant é aqui óbvia. Mas voltando à Carta a Marty: o que quer dizer Frege com um juízo ser analítico *no sentido de Kant*? Nesta secção procuramos responder a esta questão olhando para o que Kant, ele próprio, diz acerca do que é analítico.

Kant usa a expressão ‘analítico’ na CRP para caracterizar um certo tipo de juízos por oposição aos que chama sintéticos. A oposição entre juízos sintéticos e juízos analíticos é introduzida por Kant na Introdução (B) da CRP para esclarecer uma possível confusão que pode resultar de uma outra distinção entre juízos: aquela entre juízos a posteriori e juízos a priori. Esta primeira distinção serve a Kant para se demarcar, precisamente, das propostas empiristas. Considere-se o que Kant diz ainda na Introdução (A):

“Até hoje, admitia-se que o nosso conhecimento se devia regular pelos objetos” (KANT 2001:19-20; BXVI).

Isso mesmo é que está implícito na teoria das ideias de Locke, por exemplo, que propõe que ideias são entidades mentais que resultam do impacto dos objetos exteriores nos nossos órgãos sensoriais. Segundo Kant, é neste sentido que os empiristas defendem que todo o conhecimento tem origem na experiência sensorial. A distinção entre a priori e a posteriori aparece inicialmente, na Introdução (B) para diferenciar dois tipos de

conhecimento. O primeiro tipo é precisamente aquele que se pode considerar ter origem na experiência sensorial. O segundo, o que não tem essa origem. É a este conhecimento que Kant chama a priori.

“Denomina-se a priori esse conhecimento e distingue-se do empírico, cuja origem é a posteriori, ou seja, na experiência (KANT 2001:37; B2).

No caso dos juízos, a distinção faz-se com base no mesmo critério:

“(...) designaremos, doravante, por juízos a priori, não aqueles que não dependem desta ou daquela experiência, mas aqueles em que se verifica absoluta independência de toda e qualquer experiência” (KANT 2001:37; B3).

Kant apresenta os juízos numéricos como um exemplo do conhecimento a priori. Os juízos numéricos, diz, são por definição necessários e universais, quando juízos que derivam da experiência são contingentes e particulares. Outro argumento de Kant contra a tese empirista é que, sendo contingentes e particulares, os juízos de experiência não podem fundamentar qualquer conhecimento, nem mesmo aquele que deriva da experiência. “Nenhuma experiência particular”, diz Kant, “pode dar a um juízo a necessidade e a universalidade necessárias para fundamentar o conhecimento em geral”. É preciso, então, aceitar que nem todo o conhecimento deriva da experiência sensorial e é esta aceitação que levanta a questão que conduz a investigação de Kant na CRP. Voltando à questão inicial sobre a origem de todo o conhecimento, Kant propõe a famosa inversão da investigação filosófica.

“(...) todas as tentativas para descobrir a priori, mediante conceitos, algo que ampliasse o nosso conhecimento malogravam-se com este pressuposto [de que o conhecimento se deve regular pelos objetos]. Tentemos pois, uma vez, experimentar se não se resolverão melhor as tarefas da metafísica, admitindo-se que os objetos se deveriam regular pelo nosso conhecimento, o que assim já concorda melhor com o que desejamos, a saber, a possibilidade de um conhecimento a priori desses objetos, que estabeleça algo sobre eles antes de nos serem dados” (KANT 2001:19-20; BXVI).

Ao aceitar o pressuposto empirista de que as ideias a partir das quais se forma todo o conhecimento têm origem na experiência sensorial de objetos, a metafísica encontra-se numa situação em que não pode apresentar-se enquanto ciência: ao procurar aplicar os princípios da razão ao que não pode ser universal ou necessário não tem como evitar elevar o que é apenas fonte de conhecimento formal a fonte de conhecimento material. Kant sugere que a sua crítica seja vista como uma revolução copernicana. Onde Copérnico propôs que se movesse o espectador e não os astros, para os observar (no sentido de os conhecer), Kant propõe que se inverta a ordem de investigação metafísica, do sujeito para o objeto. A proposta revolucionária de Kant é então que

“a nossa representação das coisas, tais como nos são dadas, não se regula por estas, consideradas como coisas em si, mas que são esses objetos, como fenómenos, que se regulam pelo nosso modo de representação” (KANT 2001:22; BXX).

É então que Kant precisa de introduzir a distinção entre juízos sintéticos e juízos analíticos. Kant entende que é a negligência da diferença entre juízos analíticos e juízos a priori que gera a identificação do conhecimento formal com conhecimento material, o que resulta no recurso a entidades incognoscíveis (deus e a alma, por exemplo) para fundamentar o conhecimento.

A famosa distinção entre juízos analíticos e juízos sintéticos é apresentada por Kant na parte IV da Introdução (B) da CRP, onde se lê:

“Em todos os juízos, nos quais se pensa a relação entre um sujeito e um predicado, esta relação é possível de dois modos. Ou o predicado B pertence ao sujeito A como algo que está contido (implicitamente) nesse conceito A, ou B está totalmente fora do conceito A, embora em ligação com ele. No primeiro caso, chamo *analítico* ao juízo, no segundo, *sintético*” (KANT 2001:42-3; B10).

Como vemos, a distinção entre os juízos que são analíticos e os que são sintéticos é feita com base nas noções de sujeito e predicado, que são, para Kant, conceitos. Para termos uma noção do que são conceitos para Kant, considere-se o que escreve na passagem A320/B376-7 da CRP:

“O termo genérico é a representação em geral [*Vorstellung überhaupt*] (*representatio*). Subordinado a este, situa-se a representação com consciência [*Vorstellung mit Bewußtsein*] (*perceptio*). Uma percepção que se refere simplesmente ao sujeito, como modificação do seu estado, é a sensação [*Empfindung*] (*sensatio*); uma percepção objetiva é conhecimento [*Erkenntnis*] (*cognitio*). O conhecimento, por sua vez, é intuição [*Anschauung*] ou conceito [*Begriff*] (*intuitus vel conceptus*). A primeira refere-se imediatamente ao objeto e é singular, o segundo refere-se mediadamente, por meio de um sinal [*Merkmals*] que pode ser comum a várias coisas. O conceito é empírico ou puro, e ao conceito puro, na medida em que tem origem no simples entendimento (não numa imagem pura da sensibilidade), chama-se noção (*notio*). Um conceito extraído de noções e que transcende a possibilidade da experiência é a ideia [*Idee*] ou conceito da razão [*Vernunftbegriff*]” (KANT 2001:312-3; B377).

Portanto, para Kant, conceitos são, em primeira instância, representações. Mais especificamente, e considerando o excerto supra, são representações *comuns, objetivas e conscientes*. No excerto supra, salientamos as palavras ‘intuição’ e ‘conceito’ porque serão relevantes para esclarecer o que está em causa nos juízos analíticos. Segundo Kant, a confusão entre juízos a priori e juízos analíticos resulta de uma confusão entre conceitos e

intuições¹⁰.

Os juízos numéricos surgem na exposição de Kant como exemplos notáveis de juízos a priori.

“É fácil mostrar que há realmente no conhecimento humano juízos necessários e universais (...). Se quisermos um exemplo, extraído das ciências, basta volver os olhos para todos os juízos da matemática” (KANT 2001:38; B5).

Ou ainda:

“A matemática oferece-nos um exemplo brilhante do quanto se pode ir longe no conhecimento a priori, independente da experiência” (KANT 2001:41; A4/B8).

Até aqui, Frege poderia concordar com Kant num ponto: juízos numéricos são a priori no sentido em que neles não há qualquer interferência da experiência sensorial. A discordância de Frege teria início no que Kant diz imediatamente antes:

“É certo que [a matemática] se ocupa de objetos e de conhecimentos, apenas na medida em que se podem representar na intuição” (KANT 2001:41; A4/B8).

Kant continua:

“Mas facilmente se deixa de reparar nesta circunstância [de os objetos e os conhecimentos da matemática poderem ser representados na intuição], porque essa intuição mesma pode ser dada a priori e, portanto, mal se distingue de um simples conceito puro” (KANT 2001:41; A4/B8).

Rejeitada a experiência sensorial como fundamento dos juízos universais ou necessários e, por isso, a priori, o próximo passo de Kant é rejeitar que essa fundamentação seja fornecida pela razão. Para isso, diz Kant, é preciso ter em conta que

“uma grande parte, talvez a maior (...)[,] da atividade da nossa razão consiste em *análises* dos conceitos que já possuímos de objetos” (KANT 2001:42; A5/B9, *ênfase nossa*).

Uma explicação do que são essas análises dos conceitos que já possuímos de objetos vem imediatamente a seguir:

“[A análise de conceitos] fornece-nos uma porção de conhecimentos que, não sendo embora mais do que esclarecimentos ou explicações do que já foi pensado nos nossos conceitos (embora ainda confusamente), são apreciados, pelo menos no tocante à forma, como novas intelecções, embora, no tocante à matéria ou ao conteúdo, não ampliem os conceitos já adquiridos, apenas os decomponham” (KANT 2001:42; A5/B9).

Fica assim esclarecida a especificidade dos juízos analíticos: decompõem conceitos introduzindo eventualmente novas formas para o que era já conhecido mas não novas

¹⁰ Cf. KANT 2001:40-2; A3-5/B7-10.

matérias, novos conhecimentos. Estes não são, portanto, os juízos a priori que Kant tem em mente quando procura o fundamento de todo o conhecimento. A especificidade dos juízos a priori tem de ser tal que permitem ampliar o conhecimento. É precisamente esta ideia de ampliação de conhecimento que Kant pretende captar com a noção de sintético.

A diferença entre juízos analíticos e juízos sintéticos é estabelecida pelo tipo de ligação entre conceitos que cada um deles envolve. Diz Kant:

“os juízos (os afirmativos) são analíticos, quando a ligação do sujeito com o predicado é pensada por identidade; aqueles, porém, em que essa ligação é pensada sem identidade, deverão chamar-se juízos sintéticos” (KANT 2001:43; A7).

Logo a seguir:

“Os primeiros poderiam igualmente denominar-se juízos *explicativos*; os segundos, juízos *extensivos*; porque naqueles o predicado nada acrescenta ao conceito do sujeito e apenas pela análise o decompõe nos conceitos parciais, que já nele estavam pensados (embora confusamente); ao passo que os outros juízos pelo contrário, acrescentam ao conceito de sujeito um predicado que nele não estava pensado e dele não podia ser extraído por qualquer decomposição” (KANT 2001:43; B11).

O resto da CRP é uma defesa e desenvolvimento da tese de acordo com a qual no fundamento de todo o conhecimento estão juízos sintéticos a priori. Frege vai rejeitar esta tese.

Podemos agora apresentar como analíticos para Kant juízos cuja verdade depende exclusivamente da análise dos conceitos envolvidos. Por análise de conceitos, Kant entende a sua decomposição em conceitos mais simples e é nesse sentido que afirma que o predicado de um juízo analítico explica o seu sujeito. Esta conceção de análise revela como Kant está prisioneiro do esquema linguístico de sujeito e predicado¹¹. O mesmo esquema linguístico pode expressar uma subordinação ou uma subsunção. Veremos adiante a especificidade de cada uma destas relações. Por enquanto, é relevante salientar que Frege alerta para o facto de Kant considerar apenas subordinações.

Apresentamos acima o que encontramos Kant a dizer sobre o que é, para um juízo, ser analítico. Notamos também que, na Carta a Marty, Frege apresenta a sua proposta como partindo da tese de que juízos numéricos são analíticos “no sentido de Kant”. Por isso, se é “no sentido de Kant” que Frege atribui uma natureza analítica aos juízos numéricos, a sua ambição consiste em mostrar que juízos numéricos são demonstráveis sem o envolvimento de qualquer experiência sensorial ou intuitiva mas apenas por análise dos conceitos que os compõem. Mas esta noção de análise revela-se insatisfatória para Frege. Tal como Kant, Frege pretende defender que juízos numéricos, como todos os juízos da matemática, são parte do conhecimento que não se funda na experiência sensorial.

Para Kant, o que torna um juízo analítico é que determinar a sua verdade depende apenas

¹¹ Cf. BEANEY 1997:79-83.

da decomposição dos conceitos que o constituem. Esta conceção de analiticidade assenta em duas teses de Kant. Uma sobre conceitos e outra sobre juízos. A primeira é que conceitos são representações que referem objetos por meio de sinais (*Merkmale*) que são comuns a várias coisas. A outra tese, é que juízos são relações entre conceitos. Portanto, para Kant, um juízo analítico é aquele onde a decomposição dos seus conceitos é suficiente para determinar a sua verdade. Por isso, juízos analíticos não constituem conhecimento material mas apenas formal. Para Frege, determinar a verdade de um juízo apenas por aplicação dos princípios da razão é mais do que meramente decompor conceitos nas suas características. Um sinal (*Merkmal*) de um conceito é uma propriedade das coisas que caem sob ele¹². Assim, a análise de um conceito, tal como é pensada por Kant, chega apenas a outros conceitos e não às coisas que têm aquelas propriedades. Talvez essa seja a razão pela qual Kant alerta para que juízos analíticos não constituam conhecimento material. Mas, como se verá, Frege entende que decompor o conteúdo de um juízo permite chegar, para lá dos conceitos, até aos próprios objetos. A reformulação da noção de analítico de Kant permite a Frege mostrar que, por decomposição de conceitos e aplicação exclusiva dos princípios da razão, podemos conhecer números, nomeadamente, os números inteiros 0 e 1, que estão na base de toda a fundamentação da aritmética.

Na BS, publicada dois anos antes da Carta a Marty, sem mencionar Kant, Frege sugere que há dois tipos de verdade, cuja distinção assenta no tipo de justificação:

“[D]ividimos todas as verdades que requerem justificação em dois tipos, aquelas cuja prova pode ser dada de modo puramente lógico [analíticas, dir-se-ia] e aquelas cuja prova tem de ser baseada em factos empíricos [sintéticas, dir-se-ia]” (BEANEY 1997:48).

Para avançar com o seu programa, Frege precisa então de justificar esta alteração de perspetiva acerca dos poderes da análise, entendida como Kant. Para alcançar este fim, Frege precisa também de afastar a noção de intuição de Kant da fundamentação da aritmética.

O segundo lugar onde encontramos Frege a falar de Kant são os GLA. Aí, encontramos referências a Kant em vários lugares, mas é essencialmente no Capítulo I, intitulado “Posições de alguns autores sobre a natureza das proposições numéricas” que Frege desenvolve as suas razões para rejeitar as propostas de Kant acerca da natureza dos juízos analíticos. O outro lugar dos GLA onde Frege fala em Kant é a conclusão.

A primeira menção de Frege a Kant nos GLA surge para discutir a demonstrabilidade de proposições numéricas. No §5 dos GLA, Frege começa por esclarecer que há dois tipos de proposições a que pode chamar-se numéricas: aquelas que dizem respeito a números inteiros particulares e aquelas que dizem respeito às leis da aritmética. Para simplificar, chamamos fórmulas numéricas às primeiras e leis numéricas às segundas. Depois, Frege alerta para a caracterização de Kant das fórmulas numéricas, segundo a qual são indemonstráveis mas não são axiomas. Se não são axiomas, sendo que pelo menos algumas

¹² Cf. GLA§53/FREGE 1992:78.

fórmulas numéricas decerto não são imediatamente evidentes, como podem ser indemonstráveis? Frege questiona:

“de que outra forma poderiam estas proposições [fórmulas numéricas] ser *inteligidas* senão através de uma demonstração, já que não são imediatamente evidentes?” (FREGE 1992:41, *ênfase nossa*).

Em nota, Frege remete a caracterização de Kant para a terceira secção do Capítulo II do Livro Segundo da CRP. De facto, nessa secção, encontramos Kant a dizer o seguinte:

“no que refere à quantidade (*quantitas*), ou seja, à resposta à pergunta acerca de quanto uma coisa é grande, não há, na verdade, a esse respeito, axiomas propriamente ditos, embora muitas dessas proposições sejam sintéticas e imediatamente certas (*indemonstrabilia*)” (KANT 2001:199; A164).

A resposta à pergunta sobre quanto uma coisa é grande resulta numa proposição sobre um número inteiro particular, uma fórmula numérica. Ao propor que não há axiomas para fórmulas numéricas, Kant admite que são indemonstráveis. Mas propõe também que são sintéticas. De que modo é isto problemático para Frege?

O excerto da CRP citado segue-se de um conjunto de considerações acerca do que Kant chama os princípios do entendimento puro. Investigar os princípios do entendimento puro é o objeto da parte da lógica transcendental a que Kant chama analítica dos princípios. De acordo com Kant, os princípios do entendimento puro são válidos a priori, ou seja, a sua validade é anterior a toda a experiência¹³. Os princípios do entendimento puro são também o que regula todos os juízos. Por isso, a analítica dos princípios funciona como cânone da faculdade de julgar.

Na parte da CRP em que discute os princípios do entendimento puro, Kant começa por considerar o princípio da não-contradição.

“a proposição: a coisa alguma convém um predicado que a contradiga, denomina-se princípio de contradição e é um critério universal, embora apenas negativo, de toda a verdade” (KANT 2001:190; A151).

O princípio da não-contradição é universal porque

“[q]ualquer que seja o conteúdo do nosso conhecimento e seja como for que se relacione com o objeto, a condição universal, embora apenas negativa, de todos os nossos juízos em geral, é que se não contradigam a si mesmos” (KANT 2001:190; A150).

A universalidade do princípio da não-contradição tem dois resultados imediatos nas propostas de Kant. O primeiro é que não é um princípio do entendimento puro mas um princípio da razão. Por isso, não compete à analítica dos princípios investigá-lo. O segundo

¹³ Cf. Kant 2001:195.

resultado imediato é que, se é universal, rege tanto os juízos analíticos como os juízos sintéticos a priori. Mas Kant nota que há uma diferença relevante entre a relação do princípio da não-contradição com os juízos analíticos e com os juízos sintéticos: apesar ser suficiente para determinar a verdade de um juízo analítico, é insuficiente para determinar a verdade de um juízo sintético. A diferente reside no que Kant expõe a seguir:

“No juízo analítico atendo-me ao conceito dado para estabelecer qualquer coisa a seu respeito. Se o juízo for afirmativo, só acrescento a este conceito o que nele está pensado; se for negativo, excluo apenas do conceito o seu contrário. (...) Nos juízos sintéticos, porém, tenho de sair do conceito dado para considerar, em relação com ele, algo completamente diferente do que nele já estava pensado; relação que nunca é, por conseguinte, nem uma relação de identidade, nem de contradição, e pela qual, portanto, não se pode conhecer, no juízo em si mesmo, nem a verdade nem o erro” (KANT 2001:193; B194).

Deste modo, mesmo que o conceito que ocupa o lugar de predicado não contradiga o conceito que ocupa o lugar de sujeito, o juízo sintético ainda pode ser falso. O princípio da não-contradição torna juízos analíticos verdadeiros. Mas o que torna os juízos sintéticos verdadeiros?

Serão os princípios do entendimento puro que fornecerão a resposta. Mas Kant formula já uma resposta possível na secção anterior à Analítica dos Princípios. No Capítulo I do Livro Segundo, a que chama Analítica dos Elementos, Kant apresenta aquilo a que chama o esquematismo dos conceitos puros do entendimento. O capítulo começa assim:

“Em todas as subsunções de um objeto num conceito, a representação do primeiro tem de ser *homogénea* à representação do segundo” (KANT 2001:181; A137/B176).

Kant explica logo a seguir que duas representações são homogéneas quando a que é o conceito inclui a que representa o objeto. Assim, por exemplo, diz-se do objeto a que se chama prato que é um círculo. Diz Kant:

“possui homogeneidade com o conceito geométrico puro de um *círculo*, o conceito empírico de um *prato*, na medida em que o redondo, que no primeiro é pensado se pode intuir neste último” (KANT 2001:181; A137/B176).

Veremos adiante como esta noção de subsunção é desafiada por Frege, ainda nos GLA. Por enquanto, interessa-nos apenas perceber que a noção de homogeneidade é o que permite a Kant explicar a relação especial entre um objeto e um conceito. Nesta explicação, tanto o objeto como o conceito são representações. O que os distingue é que há algo que é intuído no primeiro mas pensado no segundo.

A noção de homogeneidade é crucial para o projeto da filosofia transcendental. Deduzidos os conceitos puros do entendimento—as categorias—a questão que tem de ser respondida por Kant é como se aplicam aos fenómenos. Só assim pode a filosofia transcendental afirmar-se como anterior a todo o conhecimento material. Como não se cansa de salientar

Kant, o objetivo da filosofia transcendental é “mostrar a possibilidade de aplicar aos fenómenos em geral os conceitos puros do entendimento” (KANT 2001:181; A138). Diz, então, Kant:

“É claro que tem de haver um terceiro termo, que deva ser por um lado, homogéneo à categoria e, por outro, ao fenómeno e que permita a aplicação da primeira ao segundo. Esta representação mediadora deve ser pura (sem nada de empírico) e, todavia, por um lado, intelectual e, por outro, sensível” (KANT 2001:182).

Essa representação mediadora é intelectual na medida em que é pensada e é sensível na medida em que é intuível, como dizia Kant no excerto anterior. A essa representação mediadora, simultaneamente intelectual e sensível, Kant chama um esquema.

“Daremos o nome de *esquema* a esta condição formal e pura da sensibilidade a que o conceito do entendimento puro está restringido no seu uso e de *esquematismo* do entendimento puro ao processo pelo qual o entendimento opera com esses esquemas” (KANT 2001:183; A140).

Mas o que é para uma representação ser simultaneamente intelectual (pensada) e sensível (intuída). A explicação de Kant é que um esquema é um produto especial da imaginação. Sendo a imaginação a faculdade de produzir imagens—encaradas como representações sensíveis—, um esquema é produzido pela mesma faculdade sem envolver a sensibilidade. Kant apresenta um esquema como a representação do processo geral envolvido na imaginação para dar uma imagem a um conceito, ou seja, do método para representar um conjunto enquanto unidade. O exemplo de Kant nesta parte da CRP é depois mencionado por Frege. Considere-se cinco pontos. Os cinco pontos podem ser imaginados numa imagem (por exemplo, como os vértices de um pentágono) ou pensados num esquema (por exemplo, enquanto o número 5).

“O esquema puro da quantidade (*quantorum*), (...) como conceito do entendimento, é o número, que é uma representação que engloba a adição sucessiva da unidade à unidade (do homogéneo). Portanto, o número não é mais do que a unidade da síntese que eu opero entre o diverso de uma intuição homogénea em geral, pelo facto de eu produzir o próprio tempo na apreensão da intuição” (KANT 2001:184; B182).

Não nos interessa aqui ter em conta os diferentes esquemas que Kant apresenta. O que é relevante para nós é que Kant considera que um número particular, como o 5, é um esquema—uma representação que é simultaneamente intuível e pensável—e o número em geral é um esquema *transcendental*—uma representação mediadora entre um fenómeno em geral e uma categoria.

Até aqui, no Capítulo I do Livro Segundo, Kant fala na referência das categorias aos fenómenos ou ao fenómeno em geral. No início do Capítulo II do Livro Segundo, os fenómenos ou fenómeno em geral é substituído pela experiência possível. A substituição é

justificada pelo projeto maior da filosofia transcendental:

“(...) é precisamente a referência das categorias à experiência possível que deve constituir todo o conhecimento puro a priori do entendimento, e é a relação das categorias à sensibilidade em geral que terá, por isso mesmo, de expor integral e sistematicamente todos os princípios transcendentais do uso do entendimento” (KANT 2001:189; A148).

A noção de um terceiro termo para ligar os dois conceitos de um juízo aparece também adiante, na Analítica dos Princípios. Depois de considerar a insuficiência do princípio da não-contradição para determinar a verdade dos juízos sintéticos, Kant afirma:

“Admitamos, pois, que se tem de partir de um conceito dado para o comparar sinteticamente com um outro; é então necessário um terceiro termo, no qual somente se pode produzir a síntese dos dois conceitos. Qual é, pois, este terceiro termo, senão o *medium* de todos os juízos sintéticos? (KANT 2001:193; A155).

Tendo em conta o que ficou dito antes sobre o esquematismo, as palavras agora relevantes são ‘no qual’ e ‘*medium*’. Estes termos são relevantes aqui porque aparecem como surpreendentes. De acordo com o que Kant diz antes, como vimos, o terceiro termo de um juízo sintético é um esquema. Vimos também que um esquema é uma representação simultaneamente intuível e pensável que é produzida pela imaginação. Como pode uma representação ser um local *onde* se produz a síntese dos dois conceitos? Como pode ser um meio no qual essa síntese ocorre?

O mistério fica dissolvido considerando a unidade sintética da aperceção. Kant propõe que a ligação dos dois conceitos de um juízo sintético a priori tem origem na autoconsciência de uma representação muito particular, a que chama a unidade sintética da aperceção. A particularidade da aperceção é que é uma representação que acompanha todas as outras, unificando-as. A consciência da aperceção pode ser inicialmente analítica: ao considerar que todas as minhas representações me aparecem como minhas, concluo que há nelas um “eu penso” que represento como uno. Em nota, Kant explica que todos os conceitos pressupõem a unidade *analítica* da aperceção mas esta depende, afinal, da unidade *sintética* da aperceção. O exemplo de Kant é o conceito de vermelho. Para que a unidade analítica da consciência, diz, eleve vermelho a um conceito, tem de *pensar* previamente a unidade sintética das representações das várias coisas diferentes que têm em comum ser vermelhas. Por isso, diz:

“a unidade sintética da aperceção é o ponto mais elevado a que se tem de suspender todo o uso do entendimento, toda a própria lógica e, de acordo com esta, a filosofia transcendental (...).” (KANT 2001:133; B134).

Em secções anteriores, nomeadamente na segunda secção do Capítulo II do Livro Primeiro da Analítica dos Conceitos, Kant informa que usará o termo ‘síntese’ para falar no ato do

entendimento que liga representações numa unidade. Em contrapartida, a ‘análise’ consiste no ato de decompor o que a síntese liga. Por isso, Kant afirma a síntese como anterior à análise. A síntese, continua, é um ato “originário” cuja unidade não se segue da ligação das representações num conceito mas é antes a sua condição.

“A representação dessa unidade não pode, pois, surgir da ligação, foi antes juntando-se à representação do diverso que possibilitou o conceito de ligação” (KANT 2001:131; B131).

Por isso, a unidade sintética das representações não pode ser confundida com um conceito puro do entendimento—uma categoria—, não é a unidade em causa na tábua das categorias. Antes é o que é a priori e anterior às categorias elas próprias.

“A categoria pressupõe, portanto, já a ligação” (KANT 2001:131; B131).

Se não é um conceito puro do entendimento, o que é essa unidade a priori? A resposta de Kant é que é a condição de todo o pensamento. Essa condição do pensamento, a unidade sintética das representações, tem de ser para Kant uma intuição.

“A representação que pode dar-se antes de todo pensamento chama-se *intuição*” (KANT 2001:131; B132).

Portanto, temos aqui uma definição de intuição enquanto representação que pode ser dada antes do pensamento. Esta definição interessa-nos para perceber como Kant considera que a síntese que é preciso acrescentar ao princípio da não-contradição para determinar a verdade de um juízo sintético é uma representação deste tipo: uma intuição. O que é uma intuição para Kant tem de ser visto por oposição a o que é um conceito. Vimos antes como Kant trata ambos como representações. Mais especificamente, como percepções objetivas (representações com consciência que não se referem simplesmente ao sujeito). O que os distingue no sistema de representações que apresentamos acima é que intuições são se referem imediatamente a um objeto e são singulares, enquanto conceitos se referem a objetos por meio de sinais e podem ser comuns. Ora, na lógica transcendental, não há objetos sensíveis envolvidos. O objeto de estudo da lógica transcendental são os elementos e os princípios do conhecimento a priori—anterior à experiência. Por isso, nos juízos sintéticos a priori, a intuição envolvida não pode ser definida como uma representação consciente que se refere imediatamente a um objeto.

Kant conclui nesta parte da CRP que a unidade do diverso nas intuições—voltando ao exemplo, o vermelho comum às diferentes coisas—é o que antecede todo o pensamento e, por isso, é o primeiro conhecimento a priori. Kant chama-lhe também aperceção pura ou aperceção originária e considera que é o que produz a síntese de todas as representações, na qual estão incluídos quaisquer conceitos de um juízo sintético. O estudo do entendimento a priori que a filosofia transcendental leva a cabo pela lógica transcendental revela, então, que a unidade sintética da aperceção é a condição de todo o conhecimento:

nenhum objeto pode ser dado sem uma unidade sintética.

“A unidade sintética da consciência é, pois, uma condição objetiva de todo o conhecimento, que me não é necessária simplesmente para conhecer um objeto mas também porque a ela tem de estar submetida toda a intuição, para se *tornar objeto para mim*, porque de outra maneira e sem esta síntese do diverso não se *uniria* numa consciência” (KANT 2001:137; B138).

Podemos começar por apresentar a unidade da aperceção como a condição do que Kant chama a validade objetiva e que caracteriza como a realidade ou possibilidade de um objeto ser dado. A unidade sintética da aperceção está para o entendimento como o espaço e o tempo estão para a sensibilidade: é a sua condição.

Assim, também o tempo, enquanto forma pura da intuição, está submetido à aperceção sintética, enquanto unidade original da consciência:

“a forma pura da intuição no tempo (...) está submetida à unidade original da consciência, apenas através da relação necessária do diverso da intuição a um: eu penso” (KANT 2001:139; B140).

Na Segunda Secção do Capítulo II, encontramos Kant a dizer sobre o sentido interno e o tempo que o conjunto onde todas as nossas representações estão contidas, apesar de envolver a imaginação, é a unidade da aperceção. É pois na unidade da aperceção, continua Kant, que deve ser procurada a possibilidade dos juízos sintéticos a priori. Mas a possibilidade ainda não é a verdade que procuramos para os juízos sintéticos a priori. A resposta à nossa questão vem apenas a seguir:

“Para que um conhecimento possua realidade objetiva, isto é, se refira a um objeto e ele encontre sentido e significado, deverá o objeto poder, de qualquer maneira, ser dado” (KANT 2001:193; A155).

Um objeto é dado quando a sua representação se refere à experiência possível, antes ainda de se referir a uma experiência real¹⁴. Juízos sintéticos a priori são possíveis quando referem experiência possível em geral. Mas quando são verdadeiros? O que é a experiência possível? Uma experiência é, para Kant, uma síntese empírica. Vimos como uma síntese é, para Kant, uma ligação de várias representações. Uma tal ligação é empírica quando envolve representações sensíveis. Mas, apesar de empírica, a síntese envolvida numa experiência é ainda fundamentada em princípios a priori. São estes princípios que consubstanciam a possibilidade da experiência: são eles o que dão realidade objetiva a todo o conhecimento a priori.

“O princípio supremo de todos os juízos sintéticos é pois este: todo o objeto está submetido

¹⁴ KANT 2001:193.

às condições necessárias da unidade sintética do diverso da intuição numa experiência possível” (KANT 2001:195; A158).

Na Terceira Secção do Capítulo I do Livro Segundo, Kant define a tábua dos princípios do entendimento puro com base na tábua das categorias. Aqui, Kant trata os princípios do entendimento puro como regras para o uso *objetivo* das categorias. Como tal, propõe, todos os princípios do entendimento puro são axiomas da intuição, antecipações da percepção, analogias da experiência ou postulados do pensamento empírico em geral. A distinção entre os quatro tipos de princípio é fornecida pela sua evidência e aplicação. Considerando os axiomas da intuição, segundo Kant, o seu princípio é que todas as intuições são grandezas extensivas. De acordo com Kant, toda a apreensão de fenómenos tem de ter como condição a sua intuição a priori no espaço e no tempo. Como tal, nenhum fenómeno pode ser apreendido se não enquanto síntese.

“Ora, a consciência do diverso homogéneo na intuição em geral (...) é o conceito de uma grandeza (de um quantum)” (KANT 2001:198; B203).

Por isso, é no conceito de grandeza que é pensada a unidade sintética da intuição que é condição da percepção dos objetos enquanto fenómenos. Kant conclui que:

“os fenómenos são todos eles grandezas e grandezas extensivas, porque enquanto intuições no espaço ou no tempo, têm de ser representados pela mesma síntese que determina o espaço e o tempo em geral” (KANT 2001:198-9; B203).

E eis que chegamos à secção A163 mencionada por Frege no §5 e que começa assim:

“Chamo grandeza extensiva aquela em que a representação das partes torna possível a representação do todo (e, portanto, necessariamente a precede). Não posso ter a representação de uma linha (...) se não a traçar em pensamento, ou seja, sem produzir as suas partes, sucessivamente, a partir de um ponto e desse modo retraçar esta intuição” (KANT 2001:199; A163).

A seguir, Kant explica uma grandeza extensiva como a que é apreendida intuitivamente por síntese sucessiva. Por isso:

“Todos os fenómenos são, por conseguinte, já intuídos como agregados (...), o que não é o caso em todas as espécies de grandezas, mas apenas naquelas que por nós são representadas e apreendidas (...) como *extensivas*” (KANT 2001:199, B204).

É então que Kant afirma que a geometria, “a matemática da extensão” se funda nessa síntese sucessiva e tem como axiomas as condições da intuição sensível a priori. Mas o mesmo não afirma sobre o que seria “a matemática da quantidade”. Como vimos acima, de acordo com Kant, não há axiomas a respeito de saber quão grande é uma coisa, mas as

proposições que se referem a quantidades são “sintéticas e imediatamente certas”—são indemonstráveis.

Kant acrescenta:

“as proposições evidentes da relação entre números, embora sintéticas, não são gerais como as da geometria e, por isso mesmo, não se podem denominar axiomas, antes fórmulas numéricas” (KANT 2001:200; B205).

Depois, explica que fórmulas numéricas, como ‘ $7+5=12$ ’, não são analíticas porque o predicado (12) não é pensado na representação do sujeito (7+5), mas a síntese envolvida na determinação de fórmulas numéricas é diferente da que está envolvida na geometria. Se nesta última é possível usar a imaginação de várias maneiras—por exemplo, pode-se considerar um triângulo isósceles com linhas de diferentes tamanhos, desde que duas sejam do mesmo tamanho entre si e maiores do que uma—na síntese envolvida em fórmulas numéricas há apenas uma possibilidade—o 7 só pode ser considerado enquanto 7, e o mesmo para cada um dos números. Portanto, Kant conclui que:

“Muito embora sintética, [$7+5=12$] é simplesmente uma proposição individual” (KANT 2001:200; B205).

É aqui que Frege situa a origem do problema. Na sua perspectiva, Kant terá chegado a esta proposta por considerar apenas números pequenos. Fórmulas para números grandes não podem ser tratadas da mesma maneira, ou seja, propondo que se fundamentam em intuições particulares ou no princípio cognitivo a que Kant chama a intuição pura. Segundo Frege,

“Kant pretende recorrer à ajuda da intuição de dedos ou pontos, com o que cai no perigo de, contra a sua própria posição, deixar aparecer estas proposições [fórmulas numéricas] como empíricas” (FREGE 1992:41).

De facto, ainda na *Analítica dos Princípios*, Kant explica que, tal como podemos intuir um triângulo imaginando linhas a entrecruzar-se de acordo com determinadas regras, podemos intuir um número imaginando pontos que se sucedem de acordo com determinadas regras. As regras em causa serão os princípios a priori. Frege considera que, com esta proposta, Kant se compromete com uma tese contraditória: atribui a fórmulas numéricas uma natureza sintética a priori mas simultaneamente não tem como evitar atribuir-lhes também uma natureza empírica.

“a intuição de 37 863 dedos não é de todo uma intuição pura” (FREGE 1992:41).

Tendo como pano de fundo esta contradição quanto à natureza das fórmulas numéricas, no §12 dos GLA, Frege acusa a noção de intuição de Kant de ser ambígua.

“[Ao decidir-se pela natureza sintética a priori dos juízos da aritmética,] nada mais resta [a Kant] senão invocar uma intuição pura como último fundamento cognitivo, apesar de ser aqui difícil de dizer se se trata de uma intuição espacial ou de uma intuição temporal ou de o que quer que seja que uma intuição ainda possa ser” (GLA§12/FREGE 1992:48).

Encontramos na CRP uma resposta de Kant:

“[O fundamento cognitivo dos juízos da aritmética s]ó pode ser um conjunto em que todas as nossas representações estejam contidas, ou seja, o sentido interno, e a sua forma a priori, o tempo” (KANT 2001:193; A155).

Já antes, de modo mais extenso, Kant tinha dito que:

“uma determinação transcendental do tempo é homogênea à *categoria* (que constitui a sua unidade) na medida em que é *universal* e assenta sobre uma regra a priori. É, por outro lado, homogênea ao fenómeno, na medida em que o tempo está contido em toda a representação empírica do diverso. Assim, uma aplicação da categoria ao fenómeno será possível mediante a determinação transcendental do tempo que, como esquema dos conceitos do entendimento, proporciona a *subsunção* dos fenómenos na categoria” (KANT 2001:182; B178/A139).

Mas Frege consideraria que esta resposta é ainda insatisfatória. Ao propor que fórmulas numéricas são particulares, o que quer que seja a intuição pura que Kant propõe como princípio cognitivo tem de ser tal que possa explicar o que é, por exemplo, a intuição de 37863 dedos.

“Eu nem sequer sou capaz de admitir uma intuição de 100 000, quanto mais de número em geral ou de grandeza em geral. Recorre-se com demasiada facilidade à intuição interior quando não se é capaz de apresentar qualquer outra fundamentação. Mas seria conveniente que não se perdesse completamente de vista o sentido da palavra «intuição»” (FREGE 1992:49).

De acordo com Frege, ‘intuição’ surge nos escritos de Kant de modo ambíguo, ora como aquilo a que chama uma representação singular, que Frege trata como uma noção lógica de intuição, ora como uma faculdade do conhecimento, um “princípio cognitivo”, que Frege trata como uma noção psicológica de intuição. Qual destes sentidos é o que está envolvido na fundamentação da aritmética e, mais especificamente, nas fundamentação de fórmulas numéricas?

Antes de apresentarmos a resposta de Frege, considere-se novamente Kant. Encontramos Kant a falar na intuição enquanto princípio cognitivo quando, por exemplo, diz no primeiro parágrafo da Estética Transcendental da CRP, que:

“Sejam quais forem o modo e os meios pelos quais um conhecimento se possa referir a

objetos, é pela intuição que se relaciona imediatamente com estes e ela é o fim para o qual tende, como meio, todo o pensamento” (KANT 2001:61; A17/B31).

A intuição surge aqui como o que relaciona conhecimento com objetos de modo imediato. Mas antes da intuição efetivar essa relação (entre conhecimento e objetos) tem de operar a “capacidade de receber representações”, a que Kant chama *sensibilidade* (*Sinnlichkeit*). Na *Lógica Transcendental*, também no primeiro parágrafo, Kant acrescenta a esta capacidade uma outra, o *entendimento* (*Verstand*), como:

“[a capacidade de] conhecer um objeto mediante estas representações (espontaneidade dos conceitos)” (KANT 2001:88; A50/B74).

acrescentando que:

“(…) pela primeira é-nos *dado* um objeto; pela segunda é *pensado* em relação com aquela representação” (KANT 2001:88; A50/B74).

Os objetos, diz Kant, afetam “o nosso espírito” apenas quando sensibilidade e entendimento concorrem no fornecimento de representações. Sem esta contribuição conjunta, não há conhecimento material. Voltando à *Estética Transcendental*, Kant explica:

“Por intermédio, pois, da sensibilidade, são-nos dados objetos, e só ela nos fornece *intuições*, mas é o entendimento que *pensa* esses objetos e é dele que provêm os conceitos” (KANT 2001:61; A17/B31).

Sensibilidade e entendimento aparecem então como as faculdades que fornecem “ao espírito”, intuições e conceitos, respetivamente.

“Intuições e conceitos constituem pois os elementos de todo o nosso conhecimento, de tal modo que nem conceitos sem intuição que de qualquer modo lhe corresponda, nem uma intuição sem conceitos podem dar um conhecimento” (KANT 2001:88; A50/B74).

Como resultado, o trabalho conjunto da sensibilidade e do entendimento é a condição necessária de todo o conhecimento. Sem sensibilidade, o entendimento pode apenas produzir representações de representações, que nada dizem acerca de objetos—são abstrações. Sem entendimento, a sensibilidade apenas recebe representações sensoriais, que também nada dizem acerca de objectos—são sensações. Por isso, Kant afirma que:

“Pensamentos sem conteúdos são vazios; intuições sem conceitos são cegas” (KANT 2001:89; B75/A51).

Ora, Frege não concorda com esta afirmação de Kant. Veja-se, por exemplo, o que diz no §89, remetendo em nota para a secção da CRP anterior:

“Vejo-me também na obrigação de contradizer a validade geral da afirmação de Kant segundo a qual nenhum objeto nos seria dado sem o concurso da sensibilidade” (FREGE 1992:101).

De acordo com Frege, nem todos os objetos nos são dados com o concurso da sensibilidade. Mais especialmente os números, entre os quais o zero e o um aparecem como notáveis:

“O zero e o um são objetos que nos podem ser dados de modo não sensível” (FREGE 1992:101).

O logicismo de Frege começa aqui. A sua proposta é que números são objetos descobertos em asserções sobre conceitos e, por isso, não podem ser conhecidos na sensação ou na intuição, mas antes no pensamento. Por isso, fórmulas numéricas são analíticas “no sentido de Kant”, para Frege.

Pode-se tentar resistir ao logicismo de Frege procurando preservar as propostas de Kant que consideram que são intuições, enquanto representações singulares, o que fundamenta fórmulas numéricas. Mas Frege tem uma razão para o rejeitar. Considerando que números são objetos, pode-se compará-los com os objetos da geometria. Frege entende que estes são, de facto, objetos dos quais se tem representações singulares específicas. O que não entende é que se estenda a natureza específica dos objetos geométricos aos objetos aritméticos. No §13 dos GLA, Frege concorda com Kant: enquanto representações singulares, intuições podem fundamentar leis geométricas. Contudo, o mesmo não pode ser dito das leis numéricas. Se intuições fundamentam leis da geometria é porque os objetos geométricos têm uma natureza muito particular. Diz Frege:

“Se na Geometria se obtêm proposições de carácter geral a partir da intuição, isso esclarece-se facilmente pelo facto de os pontos, retas ou planos intuídos não terem um carácter individual e, portanto, poderem funcionar como representantes de toda a sua espécie.” (FREGE 1992:50).

No entanto, com os números, a situação é diversa:

“No caso dos números, o problema é diferente: cada um tem a sua especificidade. Até que ponto um dado número pode representar todos os outros e a partir de que altura é que a sua individualidade entra em cena, eis algo que não pode ser dito à partida” (FREGE 1992:50).

Por isso, intuições particulares podem fundamentar juízos geométricos mas não fundamentam juízos numéricos. A desambiguação da noção de intuição de Kant, enquanto princípio cognitivo ou representação singular, não fornece em nenhum dos casos uma razão para defender que fórmulas numéricas são sintéticas.

Resolvida a desambiguação e mostrada a ineficácia do recurso à intuição por parte de

Kant, Frege apresenta um argumento contra a tese de que fórmulas numéricas são sintéticas no §14 dos GLA. O argumento que Frege aqui apresenta é usado depois por Dummett como o primeiro passo da instituição de um ‘terceiro domínio’ de entidades, distintas daquelas a que Frege chama reais e daquelas a que chama imagéticas, e que podem ser chamadas entidades abstratas. No §14 dos GLA, Frege estabelece uma comparação entre diferentes tipos de verdade para rejeitar que fórmulas numéricas são sintéticas. Frege estabelece como critério de classificação dos diferentes tipos de verdades o tipo de coisas sobre as quais são. Assim, as “proposições da experiência” são verdades sobre a realidade física e psicológica, a que chamaremos domínio das coisas reais. As “verdades geométricas”, a que chamaremos proposições da intuição, são sobre o domínio do que é “espacialmente intuível”, a que chamaremos o domínio das coisas imagéticas.

“Mesmo os mais fantásticos delírios e as mais arrojadas invenções das lendas e dos poetas, que põem animais a falar e param os corpos celestes, que das pedras fazem pessoas e das pessoas árvores e que nos ensinam a puxarmo-nos a nós mesmos pelos cabelos para fora de um pântano, continuam, na medida em que permanecem intuíveis, sujeitos aos axiomas da geometria” (FREGE 1992:50).

Segundo Frege, o que é físico e real pode não apenas ser experienciado como intuído. Por isso, o domínio das coisas reais estende-se ao domínio das coisas imagéticas. Assim, se Kant está certo, então proposições da intuição—verdades geométricas—são o fundamento último de todo o conhecimento. Mas se proposições da intuição são o fundamento último de todo o conhecimento, nada mais há para além do domínio das coisas imagéticas: é o mais vasto de todos. Ora, Frege considera haver coisas que não se encontram nem no domínio das coisas imagéticas nem no domínio das coisas reais. Os exemplos de Frege são o espaço quadridimensional e o espaço de curvatura positiva. Frege afirma que há “pesquisas que se afastam do solo da intuição”¹⁵. Nomeadamente, aquelas que dizem respeito à negação do espaço euclidiano. Para Frege, embora o espaço euclidiano seja intuível, nem o espaço quadridimensional, nem o espaço de curvatura positiva o são. Mais, tanto um como o outro contradizem os axiomas geométricos nos quais se funda o espaço euclidiano sem entrar em contradição. Note-se como Frege parece estar a responder a Kant, apelando ao princípio da não-contradição, que Kant considera ser o princípio universal, que rege todos os juízos. Voltando ao argumento do terceiro domínio, se, continua Frege, seguindo as propostas de Kant, afirmar o contrário de axiomas geométricos (proposições da intuição) não envolve qualquer contradição, então as proposições que afirmam essa contrariedade podem ser verdadeiras de alguma coisa. Se os axiomas da geometria podem ser negados sem que envolvam qualquer contradição, então tem de haver proposições verdadeiras para lá dos axiomas da geometria. Por isso, conclui Frege, se é possível pensar em coisas como o espaço de curvatura positiva ou o espaço quadridimensional sem contradição, tem de haver um domínio de coisas que não são reais

¹⁵ GLA §14/ FREGE 1992:50.

nem imagéticas. O espaço quadridimensional e o espaço de curvatura positiva pertencem a este terceiro domínio a que Frege chama o domínio da ‘reflexão conceptual’ (*begrifflicher Denken*)¹⁶. Considerando que

“[dos axiomas da geometria] só o pensamento conceptual se pode, de certo modo, libertar” (FREGE 1992:50),

Frege afirma:

“Para o pensamento conceptual é sempre possível pressupor como verdadeiro o contrário deste ou daquele axioma geométrico sem cair em contradição consigo próprio ao extrair conclusões a partir de tais pressupostos contrários à intuição” (FREGE 1992:50).

Frege propõe a possibilidade de algumas proposições serem verdadeiras sem que sejam proposições da experiência ou proposições da intuição. Chamamos-lhes proposições da reflexão. O poder destas proposições está precisamente na possibilidade de ir além da experiência e da intuição negando o que nelas tem de ser afirmado.

Sobre o que são as proposições que negam proposições da intuição? Podemos já nomear duas coisas: o espaço quadridimensional e o espaço de curvatura positiva. Mas a resposta de Frege é muito mais abrangente. As coisas sobre as quais são as proposições que negam as proposições da geometria não são reais nem imagéticas, mas abstratas. Temos então três domínios de coisas sobre as quais é possível afirmar proposições verdadeiras: o domínio das coisas reais, o domínio das coisas imagéticas e o domínio das coisas abstratas.

O passo seguinte de Frege é questionar a que domínio pertencem as coisas que são contáveis. Se, como propõe Kant, a intuição—enquanto princípio cognitivo ou representação singular—é o fundamento último das fórmulas numéricas, então o domínio das coisas contáveis tem o seu limite coincidente com o domínio das coisas imagéticas. Mas Frege entende que esta solução é indefensável. Se o limite do domínio das coisas contáveis é coincidente com o limite do domínio das coisas imagéticas, então só é contável o que é real e o que é imagético. Contudo, podemos contar coisas que não ocupam lugar espacial ou temporal e não são intuíveis. Podemos, por exemplo, contar conceitos e pensamentos, como contamos sonhos, nuvens ou carneiros. Entre as coisas contáveis, diz Frege, está

“o que é real, (...) o que é intuível, mas também o tudo o que é pensável” (FREGE 1992:50).

Por isso, as coisas contáveis estão também no domínio das coisas abstratas. Frege reivindica que *tudo* é numerável, incluindo o que não é temporal ou espacial.

¹⁶ Novamente, traduzimos “Denken” por “reflexão” e não por “pensamento”, como faz Zilhão. O objetivo, mais uma vez, é reservar a expressão “pensamento” para o uso mais técnico que Frege vem a fazer mais tarde.

“... não apenas o que é justaposto no espaço, não apenas o que é sucessivo no tempo, não apenas os fenômenos externos, mas também processos e eventos mentais internos e mesmo conceitos, que não estão em relações (...) temporais ou espaciais mas apenas lógicas” (FREGE 1992:80).

Portanto, o âmbito da aritmética estende-se para lá do âmbito da geometria até ao âmbito da lógica. Depois de introduzir os diferentes domínios de coisas sobre as quais são os diferentes tipos de proposição, Frege nota como, ao contrário do que acontece com os axiomas geométricos, não é possível negar os princípios da aritmética sem contradição. Pergunta Frege:

“Não se instalaria a confusão total se quiséssemos negar algum deles? Seria, nesse caso, o pensamento ainda possível?” (FREGE 1992:50).

Deste modo, o domínio das coisas abstratas, sobre as quais são as proposições da reflexão, é o mais vasto de todos.

Perante este resultado, considera Frege, Kant ou rejeita que o que está para lá do domínio das coisas imagéticas pode ser contado ou aceita que as coisas abstratas são contáveis e, por isso, nega que a intuição seja o fundamento último das fórmulas e leis numéricas. A única solução de Kant seria então a de abandonar a sua proposta de que a intuição é o fundamento último de todo o conhecimento e, a partir daí, também a proposta de que juízos numéricos são sintéticos a priori. Frege pode então perguntar o seguinte.

“Não será assim de esperar que as leis dos números estejam na mais íntima das ligações com as do pensamento [a lógica, dir-se-ia]?” (FREGE 1992:50).

No §15 dos GLA, Frege considera que o assunto fica encerrado com o que foi exposto acima e declara que juízos numéricos são analíticos. A seu favor, Frege recorda como Leibniz propôs que o domínio do a priori e o domínio do analítico são coincidentes e que todas as verdades são demonstráveis e reconduzíveis a identidades. Note-se que, aqui, Frege está a afirmar não apenas que as leis numéricas são analíticas mas também que fórmulas numéricas o são.

No §16, Frege questiona: se leis numéricas são analíticas, radica toda a aritmética—“a ciência dos números”—em “simples identidades”?¹⁷. A resposta de Frege é afirmativa. Toda a aritmética radica em simples identidades. Mas para o afirmar é preciso considerar o que não são as simples identidades a que se refere. Não são o resultado do mero “manuseamento habilidoso da linguagem” de que fala Mill. As simples identidades em causa para Frege não são apenas os sinais que compõem as fórmulas numéricas. Para que possa ser afirmado de toda a aritmética que radica em simples identidades, é preciso admitir que é daquilo a que se referem os sinais que compõem as fórmulas numéricas que se fala.

¹⁷ FREGE 1992:51

“Todo aquele que usa palavras ou sinais matemáticos exige que estes denotem alguma coisa e ninguém esperará que se diga alguma coisa com sentido por meio de sinais vazios” (FREGE 1992:51).

Por isso, as simples identidades a que apela Frege, partindo de Leibniz, para radicar toda a aritmética não são um mero manuseamento da linguagem, no sentido de Mill, mas um manuseamento da linguagem enquanto expressão de pensamentos. Manusear a linguagem habilmente, termina Frege, torna-se uma necessidade para, precisamente, chegar aos pensamentos nela envolvidos. Nomeadamente, as simples identidades nas quais radica toda a aritmética.

Na conclusão dos GLA, Frege afirma:

“Espero ter tornado verosímil neste escrito que as leis aritméticas são juízos analíticos e, por conseguinte, que são *a priori*” (FREGE 1992:99).

No §88, Frege diz:

“...é manifesto que Kant subestimou o valor dos juízos analíticos. Se se tomarem as suas definições como pontos de partida, poderá verificar-se que a divisão em juízos analíticos e sintéticos não é exaustiva” (FREGE 1992:100).

Segundo Frege, a classificação dos juízos de Kant diz respeito apenas aos juízos universais. Mas, pergunta Frege, “e se o sujeito [do juízo] for um objeto individual? E se se tratar de um juízo singular?”^{18 19}. Relevantemente para o seu projeto logicista, Frege considera que juízos deste tipo contêm a relação mais primordial da lógica: aquela que fica estabelecida entre um objeto individual, ou “um indivíduo”, e um conceito. Para Frege, de uma tal relação não se pode dizer que o predicado está contido no sujeito, como diz Kant sobre os juízos analíticos. Ao falar de juízos analíticos, diz Frege,

“Kant parece pensar o conceito como sendo determinado por características justapostas; este é porém um dos modos menos frutíferos de formar conceitos” (FREGE 1992:100).

Frege irá reivindicar um modo mais frutífero de considerar a formação de conceitos. Na Carta a Marty, Frege salienta que um conceito fica determinado apenas onde é possível saber quais os indivíduos que caem nele. Nos GLA defende:

“As determinações conceptuais mais fecundas são aquelas que traçam linhas de demarcação que ainda não estavam de todo dadas” (FREGE 1992:100).

¹⁸ Cf. FREGE 1992:100.

¹⁹ Frege usa a expressão “existencial” mas vamos preferir usar “singular”, uma vez que aqui não está a ser aplicado qualquer quantificador.

Enquanto relação entre um indivíduo e um conceito, é num juízo singular que conceitos são determinados. Se o projeto logicista de Frege depende de saber quais os indivíduos que caem sob certos conceitos (notavelmente, o conceito de número cardinal), então os juízos singulares tornam-se nele fulcrais. Mas há outra razão para que juízos singulares tenham um papel fulcral no projeto logicista de Frege. Voltando à Carta a Marty, Frege diz:

“Neste caso [de um juízo singular], a relação do sujeito ao predicado não é uma terceira coisa acrescentada aos dois mas pertence ao conteúdo do predicado” (BEANEY 1997:81).

Chegamos então à noção de conceito que Frege considera ser a “mais frutuosa”²⁰. Frege propõe que a característica mais importante de um conceito é que é insaturado (*ungesättigt*). Para um conceito, ser insaturado, é precisar de ser completado e, neste contexto, ser completado é ter algo que cai sob ele. Deste modo, um conceito é vazio se nada cai sob ele. A partir desta caracterização da natureza insaturada dos conceitos, Frege traça uma distinção que é também fulcral para o seu programa: a própria distinção entre um conceito e o que chama, primeiro, um indivíduo e, mais tarde, um objeto (*Objekt*). Ao contrário de conceitos, objetos são saturados e isto significa que nada pode cair sob eles. Para um objeto, cair sob um conceito é preenchê-lo. É precisamente esta relação de preenchimento que Frege toma como primordial para a lógica.

Com a nova noção de conceito, Frege pode agora responder a Kant que encontrar ou descobrir conceitos é um processo inverso àquele que este tinha proposto. A negligência de Kant dos juízos singulares, alerta Frege, impede-o de considerar:

“[q]ue um indivíduo cair sob um conceito é um conteúdo julgável” (BEANEY 1997:81).

Um conteúdo julgável (*beurteilbarer Inhalt*) é para Frege um ‘pensamento’ (*Gedanke*). Por isso, se um conteúdo singular é julgável, pode ser asserido como verdadeiro ou falso. Assim, a decomposição de um juízo singular verdadeiro nas suas partes mais simples separa o que nele é insaturado—um conceito—para chegar ao que nele é saturado—um objeto. Diz Frege:

“Penso num conceito como tendo sido alcançado por decomposição de um conteúdo julgável” (BEANEY 1997:81).

Num juízo singular, um objeto preenche o lugar vazio de um conceito, saturando-o. Esta noção de conceito é o que permite a Frege afirmar a natureza ampliativa dos juízos analíticos. A tese é que por mera análise do conteúdo de um juízo, e, mais uma vez, sem qualquer apelo à sensação ou à intuição, é possível descobrir como funcionam os conceitos e, ao mesmo tempo, encontrar os objetos que neles caem. De facto, para Frege, um conceito fica determinado quando é possível saber com exatidão quais os objetos que nele

²⁰ Cf. BEANEY 1997:79.

caem. Ora, é precisamente esta determinação que permite contar. Saber com exatidão quais os objetos que caem num conceito é a condição para se chegar a um número.

Esta ideia encontra-se também explicada no §17 dos GLA, onde Frege afirma que considerar que juízos numéricos são analíticos permite pensar que as fórmulas numéricas introduzidas na matemática, cuja verdade se pretende provar, estão contidas nas leis numéricas, de tal modo que cada verdade aritmética condensa e expressa uma cadeia inferencial.

“Em virtude do que ficou dito, abre-se a seguinte possibilidade: em vez de ligar de forma imediata uma cadeia inferencial a um facto, pode, deixando-o ficar onde está, introduzir-se nela o seu conteúdo como condição” (FREGE 1992:52).

Deste modo, uma fórmula numérica revela-se como uma conclusão de uma sucessão de condições independentemente de qualquer facto.

“Esta verdade [a conclusão] seria estabelecida apenas por meio de pensamento” (FREGE 1992:52).

A determinação da verdade de um juízo numérico não termina, portanto, em axiomas indemonstráveis e cujo conhecimento depende da intuição, ou de intuições. Como Frege irá mostrar nos GLA, a demonstração de juízos numéricos termina em pensamentos de carácter geral: leis lógicas e definições.

Assim, no §48 dos GLA, Frege parece responder diretamente a Kant:

“A força aglutinadora do conceito ultrapassa largamente a capacidade unificadora da apercepção sintética” (FREGE 1992:76).

E acrescenta:

“Por intermédio desta última nunca seria possível ligar num único todo os habitantes do império alemão; todavia, estes podem ser colocados sob o conceito «habitante do império alemão» e podem, enquanto tal, ser contados” (FREGE 1992:76).

O percurso aqui traçado mostra como Frege propõe que só se pode chegar ao conhecimento dos números e das operações aritméticas mais básicas aceitando que determinar o que são conceitos e objetos não é uma tarefa da psicologia, entendida num sentido amplo, enquanto investigação de representações (empíricas ou a priori) mas exclusivamente da lógica, a que pode ser associada a filosofia, apenas se garantido que não se trata de uma filosofia psicologista, ou que se baseia de algum modo na psicologia. A “nova lógica” fornece os meios para identificar as cadeias de inferência condensadas no conteúdo de juízos numéricos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BEANEY 1997 / Michael Beaney (ed.), *The Frege Reader*, Blackwell Publishers, Oxford, 1997.

DUMMETT 1993 / Michael Dummett, *Origins of Analytical Philosophy*, Harvard University Press, Cambridge Massachusetts, 1993.

KANT 2001 / Immanuel Kant, *Crítica da Razão Pura* (Trad.: Manuela Pinto dos Santos e António Fradique Morujão), Serviço de Educação e Bolsas, Fundação Calouste Gulbenkian, 2001.

FREGE 1992 / Gottlob Frege, *Os Fundamentos da Aritmética, uma investigação lógico-matemática acerca do conceito de número* (Trad.: António Zilhão), Imprensa Nacional – Casa da Moeda, Estudos Gerais Série Universitária • Clássicos da Filosofia, 1992.

WILSON 2008 / Mark Wilson, “Frege's mathematical setting” in Michael Potter e Tom Ricketts (ed.), *The Cambridge Companion to Frege*, Cambridge University Press, 2010.

ZALTA 2014 / Edward N. Zalta, “Gottlob Frege”, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2014 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL

=<<http://plato.stanford.edu/archives/spr2014/entries/frege/>>.



