CON-TEXTOS KANTIANOS.
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908

Reflexiones de matemática

Immanuel Kant

Laura Pelegrín*, Marcelo Lerman**, Felipe Montero***,

Teo Iovine****, Luciana Martínez*****

Introducción.

A continuación, lx lectorx encontrará las reflexiones del legado manuscrito de Immanuel Kant que Erich Adickes, el editor de estos textos, clasificó como relativas a la matemática[1]. El texto que hemos empleado para su traducción se encuentra en las páginas 3-61 del tomo 14 de la Edición Académica (AA) de la obra del filósofo.[2] También hemos considerado la completa y anotada versión en francés, realizada por Arnaud Pelletier y publicada como anexo en el *dossier* sobre Kant y la matemática de *Les Cahiers Philosophiques de Strasbourg.*[3]

Las reflexiones son anotaciones del filósofo, elaboradas en márgenes de papeles que usualmente contienen otros textos, entre 1778 y 1791. No están hechas para la publicación y en muchos casos no contienen un pensamiento desarrollado o un razonamiento completo, sino que expresan ideas aleatorias o simples ocurrencias. En su introducción para el volumen 14 de las obras completas de Kant, Adickes señala que una dificultad para la interpretación

* Universidad Diego Portales – Universidad de Leiden. lauraalejandrapelegrin@gmail.com.
** Universidad de Buenos Aires. lermanmarcelo@hotmail.com.
*** Universidad de Buenos Aires. felipemontero272@gmail.com.
**** Universidad de Buenos Aires. teoiovine@gmail.com.
***** Universidad Kant de Kaliningrado (IKBFU). luciana.mtnz@gmail.com.

[1] El legado manuscrito de Kant es vastísimo y no son éstas las únicas anotaciones que debe tener en cuenta quien busque reconstruir las ideas kantianas sobre esa disciplina.

[2] Kant, Immanuel. *Gesammelte Schriften* Preussische Akademie der Wissenschaften, Bd. 23 Deutsche Akademie der Wissenschaften zu Berlin, ab Bd. 24 Akademie der Wissenschaften zu Göttingen. Berlin 1900 ss.

[3] Paris, Vrin, 2019, pp. 265-294.

[Received: 21 de abril de 2021
Accepted: 6 de noviembre de 2021]

de las anotaciones que contiene es que el filósofo no desarrolló sus temas en su obra publicada. Las reflexiones, por lo demás, no constituyen anotaciones para sus cursos.[4] De hecho, Kant no enseñó matemática en la universidad después de 1770.[5] Como consecuencia de todo esto, no es una tarea sencilla, y cabe preguntar si es una tarea posible, reconstruir el mapa general del pensamiento que ordena las notas que aquí se traducen.

Estas anotaciones fueron recogidas, copiadas, ordenadas por Adickes, quien tras un trabajo de décadas propuso una clasificación cronológica de ellas que identifica 33 etapas. Para ello, estudió numerosos aspectos de los textos del legado manuscrito, como su disposición en las hojas, la naturaleza de los soportes, el estudio químico de las tintas, análisis estilísticos y consideraciones relativas a la evolución registrada del pensamiento del filósofo[6]. A partir de la información indicada por Adickes, luego de mencionar el número de reflexión, en conformidad con el orden de presentación en la edición académica, señalaremos la fecha en la que es posible que el texto haya sido escrito, según las estimaciones del editor[7].

El texto alemán en el que se basa esta traducción de las reflexiones contiene además referencias relevantes para la manipulación de tales fuentes, como por ejemplo las indicaciones acerca de los manuscritos en los que pueden encontrarse los textos. Aquí sólo se indicará la numeración que cada pasaje ha recibido en esa edición y el número de página en la que se encuentra. Estos datos permitirán a lx lectorx que así lo desee buscar los textos en la edición académica o citarlos según las convenciones estándar.

Los temas referidos a lo largo de las anotaciones son bastante variados y se circunscriben a diferentes subdisciplinas de la matemática. Erich Adickes identifica dos temas centrales, que son: el problema geométrico de especificar las relaciones entre las dimensiones de una circunferencia y los polígonos de cualquier número de lados que puedan trazarse en su interior y la pregunta por la definición de las rectas paralelas. Para Adickes, este corpus constituye un testimonio interesante acerca de la psicología de su autor y sus competencias

[4] Cf. Adickes, "Vorwort zum XIV. Band", en AA 14: vii s.
[5] La descripción más completa y actualizada de la labor docente de Kant se encuentra en la página web "Kant in the classroom", coordinada por el Dr. C. Naragon. La sección sobre los cursos de matemática se encuentra en el siguiente enlace:
https://users.manchester.edu/facstaff/ssnaragon/kant/Lectures/lecturesListDiscipline.htm#mathematics
[6] La descripción de los procedimientos se encuentra en AA 14: xxv-xlviii.
[7] Fernando Moledo señala algunos problemas que ha suscitado el modo de edición de las reflexiones, y en particular las estrategias de datación, propuesto por Adickes. Cf. Moledo, F., *Los años silenciosos de Kant. Seguido de la traducción del Legado Duisburg, ca. 1775*. Buenos Aires, Prometeo, 2014, pp.139 ss.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908

en esta disciplina, ya que, a su juicio, en él se torna evidente una diletantismo constante, una falta de claridad respecto de los problemas que se pretende resolver y las respuestas ya disponibles.[8]

Arnauld Pelletier ha considerado ese juicio precipitado e imprudente. En un detallado estudio de este texto, Pelletier identifica cinco líneas temáticas en él, algunas de las cuales exhiben pensamientos propios y no superficiales del filósofo regiomontano. En primer lugar, encuentra un tratamiento de la construcción de polígonos regulares en las reflexiones 2 a 4. La primera de ellas, de acuerdo con el filósofo francés, contiene una fórmula general y las dos restantes presentan el problema de la construcción de polígonos de rango superior. Pelletier interpreta estos pasajes como la realización de una tarea de manual escolar. Luego, en las reflexiones 5 y 6 halla una explicación de algunos aspectos de la doctrina de las definiciones, particularmente por medio de la exhibición de diversas presentaciones del concepto de círculo que son insuficientes para definirlo. En las reflexiones 7 a 10 se desarrollan algunas observaciones acerca del problema de las paralelas y el quinto postulado de Euclides. Pelletier advierte que Kant no utiliza la definición de "paralelas" de Euclides, sino la caracterización wolffiana de ese término y califica el tratamiento de Kant como un "ensayo original e informado" del tema (p. 115)[9]. En las reflexiones 13 y 14 se encuentran anotaciones que Kant hizo cuando recibió una objeción a su doctrina crítica de la aritmética por parte de August Wilhelm Rehberg. En estas anotaciones, en pocas palabras, se problematiza la construcción de cantidades no discretas. Por último, en las reflexiones 15 a 19 encontramos listas y permutaciones de números.[10]

Puesto que todo en este *corpus* parece prometer dificultades y obstáculos, podrá preguntarse lx lectorx por las razones de este trabajo de traducción. Quisiéramos señalar dos motivaciones principales. La primera es que, contra lo que la recepción que tuvo en la historia de la filosofía posterior podría sugerir, los textos de Kant no son bastantes para reconstruir satisfactoriamente su visión de la matemática. Ciertamente, el filósofo de

[8] Adickes, E. *Kant als Naturforscher. Band 1.* Berlin, De Gruyter, 1924, pp. 19-25.

[9] En esta misma línea, Jeremy Heis considera que las notas de Kant sobre el paralelismo constituyen un gran aporte para comprender cómo entendía Kant uno de los problemas matemáticos más relevantes de la época: la discusión sobre las geometrías no euclidianas. Heis muestra que la explicación del carácter evidente del postulado es indisociable de la construcción de conceptos. En este respecto, para Heis, las reflexiones constituyen una valiosa fuente. Heis, Jeremy, "Kant on Parallel Lines. Definitions, Postulates, and Axioms". En Posy, C., *Kant's Philosophy of Mathematics*, Cambridge, Cambridge University Press, 2020. pp 157-180.

[10] Véase: Pelletier, A. "Les *Réflexions mathématiques* de Kant (1764-1800)". En *Les Cahiers Philosophiques de Strasbourg. Kant et les mathématiques.* Paris, Vrin, 97-116.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908

Königsberg nos ha legado pasajes exquisitos al respecto, pero no es menos cierto que ninguna obra suya ha tenido como objetivo principal explicar su concepción de esta ciencia y sus contenidos. En este sentido, y sin perder de vista las discusiones que ha suscitado la matemática de Kant, consideramos que conviene aprovechar hasta el más escueto documento disponible.

Por otra parte, como señaló el gran Adickes parafraseando a Kant, los genios son inusuales[11] y más raro aún es tener la posibilidad de examinar cómo han germinado y sido elaboradas sus ideas.[12] El legado manuscrito de Kant puede y suele ser presentado como el espacio en el que las tesis de nuestro filósofo llegaron a ser y se perfeccionaron. El laborioso editor retoma a Kant para justificar la publicación, tal vez incluso en contra de la voluntad de su autor, de unos textos que no fueron escritos para ser leídos. Aquí traemos otra vez la referencia para justificar la osadía que hemos tenido al decidir traducir esta pequeña muestra de ellos al español.

Este proyecto de traducción se originó en parte en un seminario sobre la matemática de Kant que dictamos en la Universidad de Buenos Aires. En ese seminario hubo más preguntas que respuestas. Esperamos que esta traducción anime los debates sobre el tema en el creciente ámbito de los estudios kantianos en esta lengua.

Luciana Martínez (IKBFU), Laura Pelegrín (UDP)

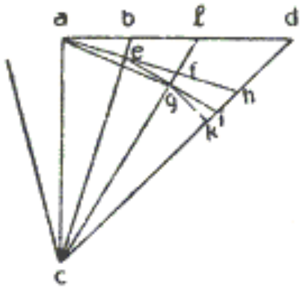
El texto de las reflexiones

R1. 1773 *Anotaciones de Kant en la última página de la carta de su hermano J.H. Kant del 3 de julio de 1773 (véase AA 10: 140s.)*:

|3|

[11] Cf. v.g. V-Ant/ Fried, AA 25: 557.
[12] AA 14: xxiv.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908



[13]

$ae = \sqrt{(eb \times ec)}$
$eg = \sqrt{(gf \times gc)}$
$ag =$ [14]

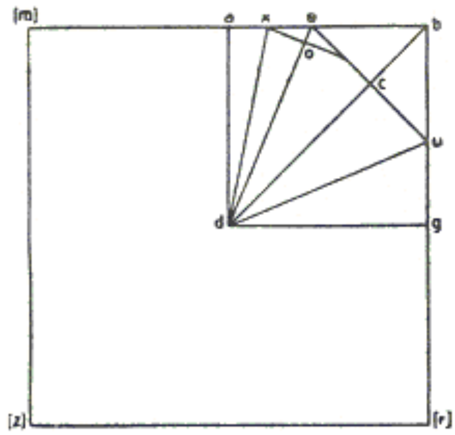
R2. 1778-1779. Traducción: Felipe Montero.

|5|

$\overline{ae = ec}$

$ec : eb = ad : db$

$db : ad = eb : ec$
$\cancel{oe : xe = ae} : ed$
$ax = xo$
$\cancel{xo : xe = ad : de}$



[13] Hemos tomado las imágenes de la versión digital disponible en el software *Kant im Kontext III*.
[14] Esta fórmula está incompleta. En su traducción, Pelletier comenta la dificultad de dar una expresión concreta a "ag", dado que no parece ser ortogonal a ninguna recta de la figura. Véase la nota 1 de su traducción.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908

[porque ae = cb < ceb]
< ceb = < dba, ergo
(ec = cb)
[ahora] cb : eb = ab : db
(así que ec : eb = ab : db)
[si también ec =ae entonces]
ahora si [ae] eb = ae entonces
ec : ae = ab : db.
entonces debe ser ec = ae
o bien au = uo
(ab - eb) [(= ae)] (= ec) = cb
entonces (ab - eb) : eb = ab : db
pero ec = cb, luego (ab - eb) = cb
entonces ab : eb = ab : db.
y cb = ~~ec = ae~~
entonces ae : eb = ab : db | (ax : xe = R : $\sqrt{(2R^2)}$)

ab : db = 1 : $\sqrt{2}$

ec : eb = ad : db
sed ec = ae. *Ergo*
ae : eb = ab : db
= 1 : $\sqrt{2}$

$ae^2 : eb^2 = 1 : 2$

Si se divide *ab* en tres partes iguales y [por el punto de intersección de un tercio con] se traza una [tercera] línea media entre uno de los tercios y los dos tercios, geométricamente proporcional **|6|**, ésta es =*ae* y es la mitad del lado del octógono.

Supuesto que se conoce en el cuadrado *abgd* [la cant] el punto *e*, tal que la línea *ec,* perpendicular a la línea *db* (trazada desde el centro del cuadrado grande hacia *b*), es igual a la línea "ae", así están en los triángulos *aed* y *dec*; *ac*=*ec*, *ed* es común a ambos triángulos [y], *a* y *c* son ángulos iguales; entonces ambos triángulos son iguales entre sí y tanto *ae* como *ec* son la mitad del lado del octógono regular.

Si además ahora se toma *ax* de tal manera que es igual a la perpendicular *xo*, entonces *ax* y *xo* [los] es cada una la mitad del lado del hexadecágono regular, y, procediendo así con cada lado hasta el infinito, surge finalmente un círculo, ya que *ad*, *do*, *dc* son iguales entre sí y al radio. Ahora el primer problema es: encontrar la línea *ae* o *ax*, etc., que sea igual a la perpendicular *xo* o *ec*. Segundo: hallar la serie infinita de los triángulos, su suma duplicada y un cuadrante del círculo restado del cuadrado *abgd*, para ofrecer así la relación del círculo respecto del cuadrado del diámetro.

Primera solución. Como el △ *abd* es semejante al *ecb*, del mismo modo que el △*exo* al △ *ead*, así de manera general *xo*:*xe*= *ad*:*de*. Pero por hipótesis *xo*=*ax*. Entonces

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908

|7|

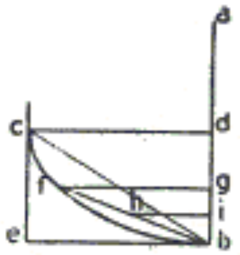
ax : xe = ad : de, pero
xe : eo = de : ae = ax + xe, entonces ax : eo = ad : ax + xe
ergo ad . eo = ax . (ax + xe)
sed ax . (ax + xe) = ax^2 + (ax . xe)
Ergo ad . eo = ax^2 + (ax . xe)
sed ad = do, *ergo*
[do : eo = ax^2 +(ax . xe)]
do . eo = ax^2 + (ax . xe), *ergo*
do . eo - (ax . xe) = ax^2, *ergo* ax = √((do . eo) - (ax . xe))
ax : xe = ad : de |
xe : eo = de : ae | ad = do

Ergo ax : eo = do : ae

Ergo $^{eo \cdot do}/_{ae}$ = ax [es ae]

De ahí que como el lado del octógono[es] al radio =do, así la diferencia entre el radio y el radio del octógono [y] =eo: al lado del polígono de 16 lados. Así también como el lado del cuadrilátero *se interrumpe el texto.*

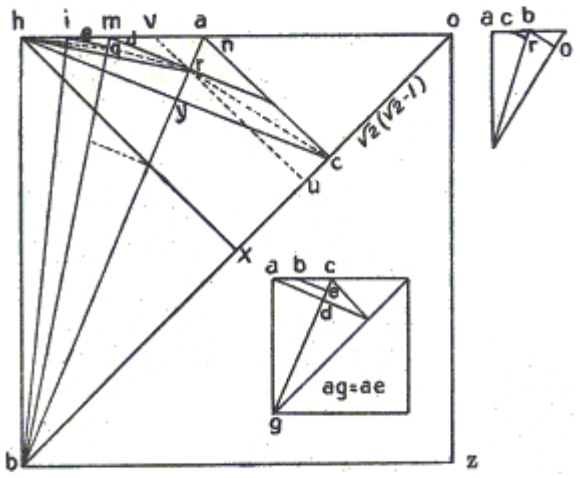
Junto al texto previo se encuentra la siguiente figura, para mí incomprensible y evidentemente incompleta:



R3. 1778-1779

|8|
< d = < hba [= < abc] Δ hbo = ½ q.
< e = < hbm [= < hba] Δ hbo : Δ aco = ½ q : ½ ((√2) -1)^2
< n = < hbo

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908



|9|

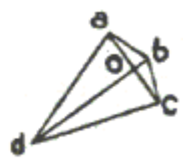
A la izquierda de la figura:
[Δ ahr ∞]
hm (=mr) : ma = hy : ha
hm + ma : ma = hy : hm + ma
ma x hy = ha2
$^{ar}/_{rm}$ = ah

A la derecha de la figura:
co= (√2) -1
co= ac
ar : rm = ah : 1
ar= rm x ah

Sobre la figura menor, en el triángulo boz *de la mayor, se encuentra la ecuación:*
gc : ac = ac : [ad] dc

Bajo la figura grande:
[$\sqrt{}$(bo^2)- bc^2]
[hb = √] bo=√($2hb^2$)

|10| *A la derecha, debajo de la figura grande hay dos pequeñas figuras más:*



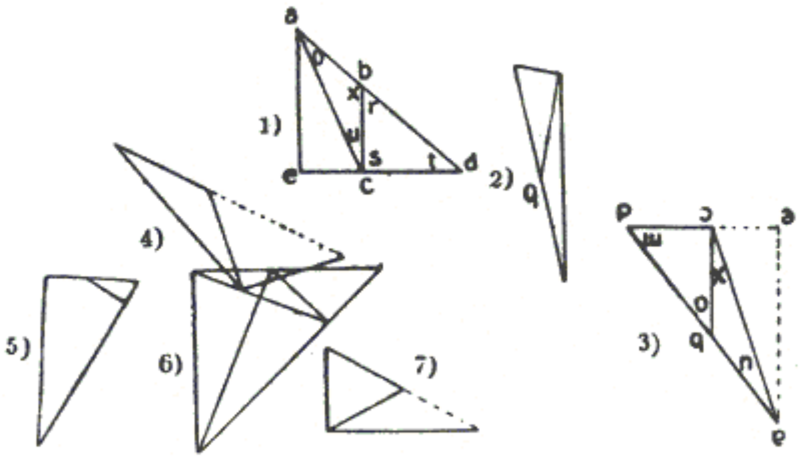
Las siguientes ecuaciones se refieren a la figura cuyas letras son visibles (cuya mitad superior naturalmente corresponde al triángulo hab *de la figura mayor):*

bo : oc = oc : od
bo : bc = bc : bd
bc : bo = bd : bc
bc : oc = bd × oc : bc × od
bd × oc^2 = od × bc^2

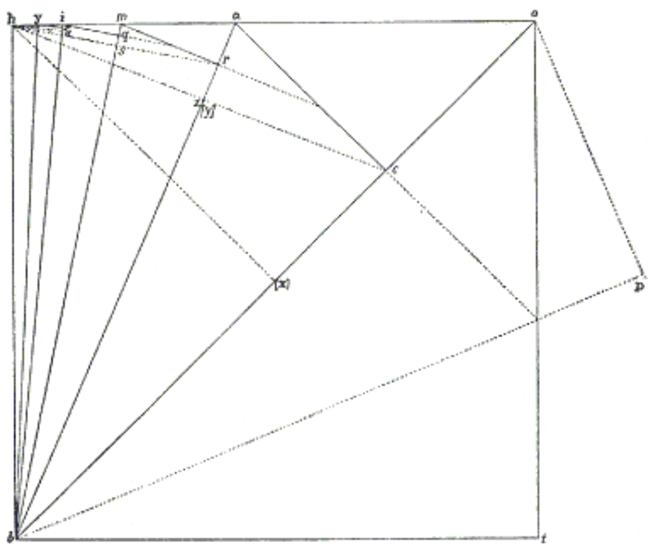
P. II:
x = s + t 2u + s + t = rst

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908

r = 2u   2u = r



|11| R4.1778-1779



|12| *Luego se encuentran las ecuaciones, que en el ms. están en el lado derecho de la figura:*

|14|
1)[15]
$\sqrt{(2(d-1)^2)}$ = ao = 1- (($\sqrt{2}$) - 1)
l - ao = ha
bc:ac = 1:($\sqrt{2}$)-1
bc : ac = mr : ar
mr:ar = 1:($\sqrt{2}$)-1

[15] Esta separación y enumeración de los conjuntos de ecuaciones ha sido realizada por el editor. Los textos en cursiva son sus comentarios (adaptados a la disposición espacial del texto en la edición presente). Los corchetes indican textos tachados o sobreescrituras de Kant en el manuscrito.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908

$\left(\text{ar : ac = mr : 1} \right)$

iq : qm = bc : hm
bc : ac = 1 :(√2) - 1
hm : bc = qm : iq
hm : ha = qm : ac× iq
ac : co = 1 : 1 |
mr : ra = 1 : ac |
iq : qm = 1 : mr | $^{ac}/co = 1$
ac : co = 1 : co |
mr : 1 = ra : ac |
iq : 1 = qm : mr |
1 : iq = hm : qm
mr : iq =

|15|
$mr \times {}^{ac}/_{ra} = iq \times {}^{mr}/_{qm}$

$mr \times {}^{ac}/_{ra} = 1$
$[{}^{ac}/ra = {}^{iq}/qm\ ]\ {}^{ac}/_{co} = 1$

$[ra : qm = iq : ac]\ {}^{mr}/_{ra} = {}^{1}/_{co}$

[ac : iq = qm : ra]
ac × qm = iq× ra

ac : iq = ra : qm
ha : hi = ra : qm

$ra = (\sqrt{(2\ ha^2 + 1)}\ ) - 1$
qm = √

$\left(\begin{array}{l} \text{qvaest : ac : mr = co} \\ \text{[hm] ar} \end{array} \right)$

mr× co = ra

|16| *A la izquierda, debajo de la figura, se encuentran las siguientes ecuaciones:*

2)
ha : hi = ra : qm | ho : hm = oc : ra
ac : iq = ra : qm | $\left(\text{ac : ra = iq :} \right)$

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908

mr : [hx] yx = qm : ix |
ac×mr : iq × [hx] yx = ra : ix | ha × hm : hi × hy = ra : ix
[ha× hm : hi] | hi : ha= qm : ra
| (g = mr : yx)
| hm : hy=qm : ix
| ha : hi = ra : qm
| hm × ha : hy ×hi=ra : ix

A la derecha de las primeras dos líneas de la anotación previa se repiten otra vez las siguientes ecuaciones:

ac : iq = ra : qm
ha : hi = ra : qm

En el medio, abajo de la figura, se encuentra (en parte tachado y por consiguiente ilegible) lo siguiente:

3)
(ah = 1 -)
ah : hb = ar : mr
(√2) - 1 : 1 = ar : mr
ar : mr : hz

|17|
4) Sea hb = cb = rb = qb etc. = 1.
Sea ac = ha = A, entonces:
ra = √ (1+A2) -1
mr = ra/A = $^{\sqrt{(1 +-A2) - 1}}/_{A}$
ma = ac - mr = A - $^{ra}/_{A}$
mr : rz = am : ar = ac - mr : ar
$^{ra}/_{A}$ × ra = rz × (A - $^{ra}/_{A}$)
[$^{ra}/_{A}$] (A -$^{ra}/_{A}$) : $^{ra}/_{A}$ = ra : rz o ma : ra = mr (o mh) : rz
ra$^{2}/_{A2}$ × A/A-ra = $^{ra2}/_{A\text{-}ra}$ = rz, i.e.
$^{ra2}/_{A}$: (A - $^{ra}/_{A}$) = rz = $^{ra2 \times A}/_{A2}$-$^{ra}/_{A}$

Sobre la mitad inferior, en el medio:

5) mr : 1 = qm : iq. ac : ra = iq : qm
[ha = 1]
ac = (√2) - 1
ao = 1 - (√2) + 1
ao = 2 - (√2)
[ma = √ac2 -]

|18| *En la parte superior del triángulo* obt:

6) ah - mr = ma

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908

En la parte inferior del triángulo obt:

7)
En el medio: co = $(\sqrt{2}) - 1$
$2-2\sqrt{2} + 1 = 3 - 2\sqrt{2}$
ao = $\sqrt{(6 - 4\sqrt{2})}$
ao2=$36 - 18\sqrt{2} + 1$
8) *a la derecha*:
ao : co = 1 : 1
mr : ra = 1 : ac
ac = co = 1
$^{mr \times ac}/_{ra}$ = ac
ac : co = 1 : ho
mr : ra = 1 : ac
$^{ac \times ho}/_{co} = {}^{mr \times ac}/_{ra}$
[co:] oh : co = ob : ao | $^{ho}/_{co} = {}^{mr}/_{ra}$
1 : $(\sqrt{2}) - 1 = \sqrt{2} : 2 - \sqrt{2}$ |
ao = 2ho - ob | ho × ra = mr × co
o *se interrumpe el texto*.

9) *a la izquierda:*
$^{co}/_{ac} = 1$
mr × $^{ac}/_{ra}$ = 1
mr × $^{ac}/_{ra} = {}^{co}/_{ac}$
mr × ac^2 = co × ra
mr : ra = co : ac^2
|19|
Arriba en el triángulo hba:
10) $^{ra}/_{ac}$: ac - $^{ra}/_{ac}$ = rz : ra
$^{ra2}/_{ac}$: ac - $^{ra}/_{a}$ = rz

Siguen las cuentas que también consideran los triángulos imq *y* hms. *Primero en la parte superior del triángulo* abc:
11) ar $=\sqrt{(1 + ah^2)} - 1$
mr = $^{ra}/_{ah} = {}^{ra}/_{ac}$
ac : 1 = ao : ob
ah = 1 - ao
1 : ah = mr : ra
(ah : hi = ra : qm)

En el triángulo aoc *y alrededor:*
12) hz : mr : rz = mr : ar = hz : za = zr + ra
hs : iq : qs iq : qm = hs : sm = qs + qm
hm = mr : rz = am : ar = ac - mr : ar

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908

|20| ha : hm = co : ar   △ mra : △ hab = qr2 : 1
hm : hi = ar : mq   △ iqm : △ hbm = iq2 : 1
ha : hi = co : mq
= ac : iq = hm : hi
[rz : mh]
rz : [mh] mr = ra : am

Arriba, en el margen izquierdo:
13) im : [mq] ih = ih : hs

14) *En el triángulo* hab *bajo las líneas de (10):*
hm : 1 = mq : iq
mr = hm
mr : 1 =mq : iq - hi
= ra : ah = ac
iq = ^{mq} / $_{mr}$
iq × mr = mq
[ra : mr]
[mq/mr = iq] ah : ra=1 : mr

En la mitad inferior del triángulo abc *y alrededor:*
15) $mr^2 : iq^2 = mb^2 - 1 : ib^2 -1$
$mr^2 + iq^2 : iq^2 = mb^2 + ib^2 : ib^2$ |
|21| (($mb^2 - 1^2 = mr^2$) mr^2 +
$1^2 = mb^2$
$mb^2 - 1^2$ $\sqrt{}(mr^2+1^2)) = mb$)
= ha : hi
ra : qm = (ac : iq)
mr : iq = hm : hi
ra × mr : qm× iq = ha × hm : hi^2

Por último, las ecuaciones que se vinculan con el triángulo yix*, en el margen izquierdo:*
16) ha : ra = iq : qm
[iq : ac = ra : qm]
iq : ac = qm : ra
iq : qm = ac : ra = ha : ra
yx : ix = qm : mr
△mrb : △ iqb = mr : iq = hm : hi
(△mab : △ imb = 1 + ar : 1 + qm)
[△hmb : △ hib =]
ar : qm = ha : hi
△ mab : △ imb = 1 + ha : 1 + hi
iq : qm = ac : ra
yx : ix = qm : mr
qm : iq = mr : 1
yx × qm : ix × iq = qm : 1

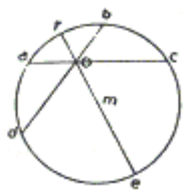
CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908

|22|
En la parte superior del triángulo obt*:*
17) $iq : qm = 1 : mr$
$hx : ix = 1 : iq$
${}^{iq \times mr}/_{qm} = {}^{hx \times iq}/_{ix}$
${}^{mr}/_{qm} = {}^{hx}/_{ix}$
$mr \times ix = hx \times qm$
$mr : hx = qm : ix$

En el ángulo inferior izquierdo del triángulo obt:
18) $ya : ah : ab$ [$ya : yh \quad yh : hb$]
$sm : mh : mb$
$\left(ac \times mr : ra = yx \times iq \right)$

R5. 1778-1789. Traducción: Teo Iovine.

|23|



$ab : dec = or : oe$

El círculo es una línea (sobre un plano), en relación con la cual son perpendiculares todas las líneas que puedan trazarse desde un punto (determinado).

R6. 1778-1789. Traducción: Teo Iovine.

|31| P. 1

Definitio

El círculo es una línea curva, cuyos arcos son divididos en dos partes iguales por la misma línea perpendicular que divide sus cuerdas en dos partes iguales.

¿Cuánto se sigue de esta elucidación del círculo?

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908

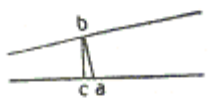
Pienso que, de una definición que no contiene en sí a su vez la construcción del concepto, nada se sigue ([como] que fuera predicado sintético).

P. 2

"De modo que la proposición podría invertirse, y probarse en esta inversión, lo cual es de hecho requerido en una definición. La definición de líneas paralelas de Euclides es de este tipo.

R7. 1778-1789 (?) Traducción: Laura Pelegrín.
|32|
P. I:
Si dos líneas son intersecadas por una tercera de modo tal que ésta forma un ángulo recto sólo con una de las dos, entonces no son paralelas. En estas circunstancias [es], siempre que se traza una perpendicular desde el punto del ángulo recto hasta la otra línea, las líneas quedan [en el infinito] del lado de la convergencia; pero si se establece sobre el punto allí donde la línea no forma ninguna perpendicular, entonces todas las **|33|** líneas se encuentran en el lado de la divergencia. Si el trazo [a la v.] en una línea es perpendicular también en la otra línea, no convergen ni divergen.

P. II:



Toda distancia[16] debe ser recíproca, entonces, si *ab* es la distancia del punto *a* desde la línea superior y al mismo tiempo del punto *b*, sin embargo, la distancia del punto *b* desde la línea inferior, es decir, bc, no es la distancia desde el punto a, entonces ab es la distancia de a desde b, pero no la distancia de b desde a.

La distancia de una línea a la otra es la distancia de todos los puntos de una línea a la otra línea. Entonces, todos ellos deben estar a la misma distancia; es decir, ser paralelos, de lo contrario no puedo hablar de la *distancia* en absoluto, sino de la *inclinación* o *posición* de uno en relación con el otro en un plano.

[16] Siguiendo la decisión de Pelletier, traducimos *Entfernung* (por ej., en R7), al igual que *Weite* (por ej., en R8), por "distancia".

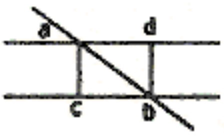
CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908

R8. 1778-1789. Traducción: Laura Pelegrín

P. I: |

Tenemos ciertamente una definición de líneas paralelas, i.e., aquellas (líneas rectas) cuya distancia es consistentemente igual de una a otra, pero ninguna de la distancia de una línea (recta) a partir de [la] cualquier otra en el mismo plano.

De aquí se sigue que la primera proposición de Euclides pudo deducirse sin rodeos pero la inversa no se seguiría.



|34| Se asumió que la línea perpendicular desde un punto *a* de la superior debería medir la distancia de la primera a la segunda, pero que la perpendicular de *b* desde *da* debería medir la distancia de la segunda a la primera y, dado que se supuso que la distancia era igual, estas líneas son iguales. Hasta aquí esta conclusión también es correcta, aunque [a través] a través de un paralogismo. En tanto puedo tomar *db* tan cerca de *ac* como quiera, el punto *b* puede [también con *ac* en conj] coincidir con *c* si solo $bd = ca$.

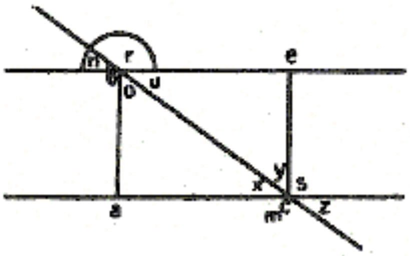
R9. 1778-1789. Traducción: Laura Pelegrín.

P. 1

La distancia de dos rectas entre sí es la línea perpendicular, que se traza de un punto de una a otra, en la medida en que es congruente con [con esta] la que (está) erigida desde el mismo punto en la primera (perpendicular). Pues solo esta línea mide la distancia (de las líneas entre sí). Pero que una línea recta, que está a una distancia determinada de la otra, esté a la misma distancia de la otra en todos los puntos, es una proposición idéntica; porque eso es sólo la distancia determinada de una línea completa desde la otra.

|35|

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908



A la izquierda de la figura:

(*be* = *ac*, en consecuencia, los tres lados del triángulo *el texto se corta*).

A la derecha de la figura:

o + u = x + y = a =
e
r + u = m + x = a +

[Si ahora la línea perpendicular *ba* también forma un ángulo recto o + u en b y la línea perpendicular *ce* también forma la misma x + y en *c,* entonces: r + u = 2R, y + s + z = 2R. Ahora o + u + x + y = r + u + y + s + z. Entonces: o + x = r + s + z. Pero z = y. Entonces: o + x = r + s + y. Ahora s = o + u, entonces: o + x = r + o + u + y, x = r + u + y.]

o + u = x + y

o + u + x + y = 2R

u + r = 2R; ergo o + u + x + y = u + r

o + x + y = r.

|36|

o + u = x + y. Ahora u = n

y n + R + o = 2 (o + u), por tanto

u + R + o = 2 (o + u). Así es

P. 2

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908

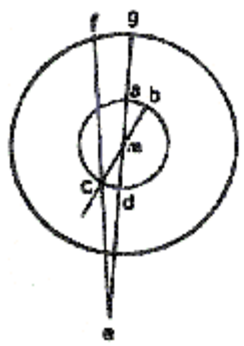
La distancia de un objeto a otro es recíproca e igual.

La distancia de un punto a una línea es la línea perpendicular que se puede trazar desde ese punto hasta ella.

Una línea (recta) en la que la distancia [cuya distancia] de un punto a otra línea no es igual a la distancia del punto, donde su perpendicular la interseca, no tiene una determinada distancia de ella, pues la distancia de las líneas no es recíproca e igual.

Por lo tanto, la distancia determinada de una línea a otra es solo la posición de la misma, ya que la línea perpendicular, que se traza de un punto de una a otra, es totalmente [zu] congruente con la que se traza desde el punto de intersección en la última sobre la primera.

Ahora debería probarse que esta distancia es al mismo tiempo la medida de la distancia entre las dos líneas en toda su longitud.
|37| Ahora bien, esto no se puede probar, sino que es el concepto de una cierta distancia [o] el de una línea a partir de otra en general y, por lo tanto, es totalmente válido para ambas líneas, i.e., por muy extensas que sean.
(Las posiciones de dos líneas se pueden determinar, independientemente de si alguna otra línea tiene una distancia determinada de la otra. La posición depende de la proporción de las perpendiculares cuando las líneas se encuentran en uno y el mismo plano.



Si las líneas se encuentran en un punto, entonces delimitan en su posición un ángulo, y esta posición puede ciertamente medirse por una curva del movimiento de una sobre la otra; pero esto no expresa realmente la posición, que consiste en la relación [de la] bien de la igualdad de la distancia en su posición mutua o del acercamiento de una hacia la otra y la distancia entre ellas. Quizás esta sea una proposición para la geometría de las posiciones.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908

R.10. 1778-1789. Traducción: Laura Pelegrín.

P. I:

Teorema 1. Una línea está a una determinada distancia de otra que se encuentra en el mismo plano que ella si todos los puntos de una línea están a la misma distancia de la otra.

|39| Prueba. Debido a que la distancia [total] determinada no concierne a un punto de la línea sino a toda la línea, pero todo punto de la otra línea se encuentra a una determinada distancia de la otra, por tanto, no se puede decir que toda la línea está a una distancia definida de la otra, a menos que cada punto de la primera línea esté equidistante de ésta.

1. Principio. La distancia de un punto a una línea es la línea perpendicular que se puede trazar del punto a la línea dada.

2º Principio. Toda distancia es recíprocamente igual entre sí, es decir *a* está tan lejos de *b* como *b* está de *a.*

Apéndice 1. Entonces, si la línea perpendicular (EF) desde un punto de una de dos líneas dadas AB sobre la otra CD no es la igual a la perpendicular desde un punto de la segunda CD sobre la primera AB, entonces ambas líneas no están a una distancia determinada una de otra, es decir ninguna de estas perpendiculares es la medida de la distancia entre ellas.

Apéndice 2. Las líneas que están a una determinada distancia (entre sí) están continuamente [todas] a la misma distancia * entre sí, es decir, son paralelas, y las líneas que no son paralelas no están a ninguna distancia determinada entre sí, sino sólo en una posición determinada, es decir, la relación según la cual las distancias entre sí aumentan o disminuyen en diferentes puntos.

* (Si la [línea] perpendicular, que corta desde un punto de una de dos líneas a la otra, coincide con la que se construye sobre la primera, entonces esas dos líneas son paralelas).

Apéndice 3. Si de dos líneas rectas [al infinito] (que no pueden considerarse meramente como partes de una tercera línea recta, **|40|** es decir, yacen *in directum*) la distancia [que decrece] en el lado que se intersecan, a medida que disminuye, se vuelve finalmente = 0, entonces la posición se llama ángulo, y la magnitud del ángulo no es la magnitud de la distancia entre estas dos líneas, sino la magnitud de la relación según la cual (la distancia de) los puntos de una línea disminuyen o **|42|** aumentan en relación a la otra. (Dado que no es el arco entre los catetos del ángulo, sino el seno del arco lo que mide la distancia de un punto de una línea a la otra, y la

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908

posición de estas líneas debe medirse a partir del (g la relación del) aumento (g o disminución) de la distancia de todos los puntos igualmente espaciados de una línea a la otra, entonces habría que mostrar cómo esta relación es igual a la relación de los arcos, que se describirían con los mismos radios; porque de lo contrario no se puede ver claramente cómo [por qué] el arco puede ser la medida de la posición de las dos líneas una en relación a la otra, es decir, la magnitud de las distancias [de la crec] crecientes de las dos líneas, si se prolongan, sino que solo indican la medida [de esta] de la creación de esta posición.)

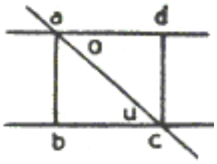
P. II.
Teorema 2. La línea que es perpendicular a una de dos líneas paralelas, también es perpendicular a la otra (si se prolonga). [Pues de acuerdo con el primer principio la distancia de un punto a una línea es la]
(Si una línea [que] interseca dos líneas perpendicularmente, entonces éstas son paralelas. *
De la proposición se deduce que si ambas cortan perpendicularmente, los ángulos alternos también deben ser iguales).
|44|* Esta proposición no se puede exhibir matemáticamente, sino que simplemente se deriva de conceptos: que las líneas paralelas sólo están a una determinada **|45|** distancia entre sí, que esta distancia es medible [medida], a través de la línea perpendicular, que se traza de un punto a otro (A), que, debido a que la distancia debe ser recíprocamente igual, la distancia del punto B de la otra línea, y consecuentemente la perpendicular a esta línea, será al mismo tiempo la distancia de esta línea a aquélla y será perpendicular [con] a ella al mismo tiempo. (Y) (porque de lo contrario dos lados tomados en conjunto en un triángulo serían tan grandes como el tercero) estas dos perpendiculares son una y la misma.
Ahora, como la prueba geométrica se basa únicamente en esta proposición (sin involucrar superficies infinitas) y, en consecuencia, en **|48|** un concepto de distancias determinadas y de líneas paralelas como líneas cuya distancia está determinada, que no puede construirse y, por tanto, no puede probarse matemáticamente: entonces [sólo entre], incluso si faltara una prueba geométrica, donde la cantidad (cuyas relaciones se van a establecer) se puede dar completamente, una prueba matemática es mejor que una prueba puramente filosófica.
¿Cómo es posible que a partir de la igualdad de los ángulos alternos (en) **|50|**, pueda derivar la igualdad de la distancia de todos los puntos de una línea a la otra línea, i.e., el paralelismo de los mismos, pero a la inversa, de [de tal] la igualdad de todas las distancias, del paralelismo no

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908

se pueda derivar la igualdad de los ángulos alternos? La razón es ésta: porque si [un] el ángulo que forma la línea de intersección (g con uno de los dados) es un ángulo recto, [también] la misma línea también forma un ángulo recto con la otra, que ya es la definición de la distancia determinada y también del paralelismo. Por el contrario, si la distancia de todos los puntos (de) una línea dada [y] es igual a otra, suponiendo que aquella es perpendicular a ésta, [por lo tanto, ninguna distancia determinada] no se sigue que también sea perpendicular a la primera, en consecuencia, no se sigue la igualdad de los ángulos alternos.

Por lo tanto, la igualdad de los ángulos alternos no se puede deducir de la igualdad de las distancias de una línea a la otra, sino más bien que se puede deducir ésta de aquélla, porque la distancia [determinada] de toda la línea a otra solo puede determinarse por la igualdad de los ángulos, cuya línea de intersección determinante da la distancia de un punto a una línea, es decir, precede (el concepto de paralelismo). Porque si los ángulos alternos son completamente los mismos, la línea de intersección es perpendicular a ambos y las líneas son paralelas. Esto se deriva del concepto amplio de determinación y no necesito probar expresamente la igualdad de las perpendiculares. Pero si las distancias deben llamarse [ser] iguales, entonces [**51**] no solo se debe probar la perpendicularidad de la línea a una, sino a ambas, lo que, sin embargo, no se sigue de la igualdad de las líneas que se intersecan.

Pues, *ab* está trazado de la superior por *a*, *cd* de la inferior por *c*. Puesto que si trazara ambos a partir de la superior *ab* y luego dibujara la línea ac, entonces es ab = dc. ac = ac, b = d y, en consecuencia, los triángulos o = u iguales



(Si la igualdad de las distancias de dos líneas constituye la definición de paralelismo, entonces el *definitum* y la definición deben ser recíprocos. Por tanto, se puede ver aquí que el primero no necesita agotar todo el concepto del segundo. Sin embargo, la proposición es recíproca, pero no se puede probar porque la totalidad de un concepto conduce aquí al concepto de igualdad de los ángulos, pero no a la construcción de los mismos. La razón por la que todas las distancias son iguales es: porque la línea de intersección es perpendicular a ambas. Por lo tanto, debido a que la causa no se puede deducir de la consecuencia, en la construcción tampoco se puede

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908

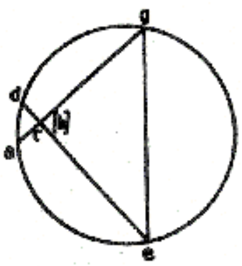
concluir la igualdad de los ángulos alternos a partir de la igualdad de las líneas, ya que sólo se toma en consideración un ángulo.)

R 11. 1790-1804. Traducción: Laura Pelegrín.

|52|P. II:

Cómo la proposición: si 2 líneas paralelas son intersecadas por una tercera, etc., etc., puede probarse estrictamente por un modo filosófico de representación por conceptos pasando la construcción, pero no de modo euclidiano.

R12. 1780-1789 ?



$ac : cd = ce : cg$

$[ac \times cg = cd \times ce]$

$[ac^2]$

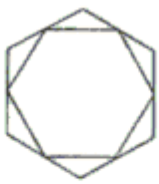
$ac^2 : cd^2 = ce^2 : cg^2$

$ce^2 + cg^2 : cg^2 = ac^2 + cd^2 : cd^2$

$ce^2 + cg^2 = ge^2$

$ge^2 : cg^2 = ac^2 + cd^2 : cd2$

|53|



R13. 1790. Traducción: Marcelo Lerman.

|53| P. I:

Si no tuviésemos conceptos de espacio, entonces la cantidad $\sqrt{2}$ no tendría para nosotros ningún significado, porque en ese caso uno podría representarse cada número como un conjunto de unidades indivisibles. Ahora, representémonos una línea como producida por fluxión y, por

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908

consiguiente, [producida] en el tiempo, en la que no nos representemos nada simple, y podemos pensar en 1/10, 1/100, etc. de la unidad dada.

|54| En la representación del espacio, no hay nada pensado sobre el tiempo, [como] sino en la construcción del concepto [mismo] de un espacio determinado, por ejemplo [como] en una línea. Toda cantidad es producida en el tiempo por la mera posición repetida de lo mismo.
Los objetos de la aritmética y del álgebra no están, en lo que hace a su posibilidad, bajo las condiciones de tiempo, aunque sí la construcción del concepto de cantidad [en tanto a través de esos objetos] en la representación de aquellos por medio de la síntesis de la imaginación, es decir, la composición sin la cual no puede darse ningún objeto de la matemática.
El álgebra es en realidad el arte [el arte común del enlace] de llevar bajo regla, con independencia de todo número efectivo [dado], apenas a través de las relaciones de ellos, la producción [de las cantidades] de una cantidad desconocida.
La cantidad que se produzca es siempre una regla del contar según la cual la cantidad puede ser determinada [pensada como dada]; por ejemplo, la línea diagonal de un cuadrado tiene significado, pero sólo en la construcción, no por medio de un número, sino [un] por un símbolo del número $\sqrt{2}$ que significa el concepto de una cantidad [a cuyo concepto una], que solo significa la regla de la aproximación [a uno] del contar hacia un número que expresa el último. Que una cantidad tal sería posible, no lo podríamos saber sin la geometría. Pero sin la aritmética (aún antes del álgebra) **|55|** no podríamos tener ningún concepto de la cantidad de la línea diagonal de un cuadrado.

P. II:
No es la cantidad de tiempo (pues ello contendría una elucidación circular), sino solo la forma del tiempo lo que viene a cuento en la estimación de cantidades. Pero, sin espacio, el tiempo mismo no podría ser representado como cantidad y ese concepto no tendría ningún objeto en absoluto. Los conceptos numéricos requieren justamente imágenes sensibles puras (ej. Segner)[17].

____

[17]Johann Andreas von Segner (1704-1777) fue docente en Halle, sucesor de Christian Wolff en su cátedra. Dictó cursos de Física y Matemática. Influido por las lecturas de Newton y el intercambio con Euler, objetó algunas tesis wolffianas. Cf. Klemme, H. y Kuehn, M. (eds.), *The Bloomsbury Dictionary of Eighteenth-Century German Philosophers,* New York, Bloomsbury Publishers, 2016, pp. 715s.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908

R 14. 1790. Traducción: Marcelo Lerman.

P. I:

|55| [Que a partir de ciertos números dados y [[de esos]] una [[relación de la misma]] regla dada de la síntesis positiva o negativa de los mismos].

El problema es: ¿por qué el entendimiento, que crea arbitrariamente los números, no puede pensar $\sqrt{2}$ en números? ¿No hay aquí como fundamento una facultad de la imaginación exuberante [facultad], al menos no sometida a la condición del contar, es decir, al tiempo, a la que el entendimiento le da la regla de manera incondicionada? Y, si se descubriera esta última, ¿no sería posible esperar el descubrimiento de un nuevo sistema del álgebra, en el que podría esperarse la resolución [de las] de todas las ecuaciones, [algunas de] muchas de las cuales (ahora) solo podemos llevar a cabo por tanteo, según principios generales?

|56| Me parece que, sin volvernos a los primeros fundamentos de la posibilidad de una ciencia de los números, podemos dar respuesta a esta pregunta de la siguiente manera.

Puedo considerar cada número como el producto de dos (números como factores); si estos no me son dados a la vez, [pero], si uno de esos factores -cualquiera que sea-, está dado, puedo calcular el otro, según las formas aritméticas habituales (de la división) [por medio de]. Por ejemplo, 15 se vería como el producto de dos números; tomo ahora uno de ellos como dado, por ejemplo, si este fuera =3, entonces el otro factor =5. Si el primer factor tomado fuera =2, entonces el otro sería $={}^{15}/_{2}$ y así [hacia el infinito] en todos los demás casos; pues $1:2 = x:15$, entonces $15 = 2x$, y con ello ${}^{15}/_{2} = x$. Si, en cambio, respecto de un número dado que se considere como originado por (la) multiplicación de dos (factores), no está dado ningún factor, sino sólo la relación, [por ejemplo] que los dos deben ser iguales entre sí, por ejemplo: $1 : x = x : 2$, entonces (no es siempre posible verlo como un producto de tales. Yo) debo encontrar un número que [así] a partir de otro [igual] se vuelva =x, así como resulta =x de la unidad; (sin embargo, cómo este resulta de la unidad siempre es desconocido, porque x no está de ningún modo dada). (Los factores buscados se encuentran siempre entre cada número supuesto, pero claro que siempre entre los números, no como, por ejemplo, $\sqrt{-2}$, que no significa nada.) Luego, para todos los números, que según un orden natural (por sucesiva adición de unidad tras unidad) sean representados como dados, ese factor desconocido o el que le sigue (entre los naturales) solo es encontrado por medio de tanteo (e intentos) y no según un principio.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908

Así, por ejemplo, el número entero [más grande] inferior [más cercano] más cercano a la raíz cuadrada de 15 es =3 y el superior más cercano es 4 [pero la raíz entre los dos]. Si el número dado está compuesto de dos partes **|57|**, después de haber encontrado la raíz del primero por medio de un mero intento, pueden encontrarse las dos partes dadas del número entero según un principio de la multiplicación y la división. Ahora, si la raíz cuadrada no puede ser hallada como número entero de esa manera, entonces es un número irracional, esto es, tampoco puede ser hallado en las fracciones; por consiguiente, no es en realidad ningún número, sino sólo una determinación de la cantidad mediante una regla del contar, [mediante] la cual se da la proporción según la cual la unidad con la que uno cuenta siempre constituye (p. ej.) la décima parte de la precedente. Por consiguiente, también la serie cuya suma es igual a la raíz cuadrada

P. II:

aunque nunca pueda ser inmediatamente contada (en consecuencia, tampoco se considera completamente dada), sin embargo [como sin parar] por medio del principio de acercarse a ella tan cerca como se lo quiera, expresa [una determinada] la cantidad del objeto.

La respuesta a la primera cuestión sería entonces algo así. El entendimiento [piensa] puede pensar entre dos cantidades similares, por ejemplo 1 y [dos] 2, todo el tiempo una cantidad intermedia geométrico-proporcional); también darla efectivamente (en el objeto), por ejemplo, en la diagonal de un cuadrado; (en cambio, si las cantidades fueran desiguales, por ejemplo 1 y -2, la media proporcional =$\sqrt{-2}$ indicaría (una) cantidad absolutamente imposible). Él solo no puede dar esa cantidad intermedia proporcional en un número, y esto por un motivo que no se basa en absoluto en la facultad de la imaginación como (una) (facultad) (a su manera) organizada en cierto modo mediante el entendimiento para la representación de lo irracional, sino en una condición que el entendimiento pone en su concepto (número), esto es, que el cuadrado supuesto no es el cuadrado de un número entero, en consecuencia, tampoco de alguna fracción que se pueda especificar completamente, pero, sin embargo, su raíz se encuentra en la serie de fracciones posibles entre los dos enteros consecutivos según una cierta progresión de los denominadores, y por consiguiente sólo se puede dar por aproximación infinita.*

|58| * (Si no se pudiese probar a priori que (en casos de esa clase) la cantidad intermedia proporcional es [una] cantidad irracional, sino que esto se encontrase de modo meramente empírico, entonces uno debería adivinar un motivo especial, no contenido en el concepto de

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908

número (del entendimiento) y por consiguiente subjetivo, en una naturaleza inexplorada de la imaginación, cuya naturaleza haría surgir [aquello] lo que no puede venir directamente del entendimiento mismo en el pensamiento.)

Siempre queda aquí algo digno de admiración: a saber, cómo es que lo que entendimiento [se figura] piensa, a fin de cuentas arbitrariamente, para las relaciones entre cantidades, de modo que sólo la regla de la síntesis correspondiente no se contradiga ella misma, encuentra las intuiciones que le corresponden en el espacio.

Pues [no parece así que] sí permanece[no] problemático en sí, según la mera aritmética, si a aquellos conceptos de cantidad (por ejemplo, irracionales) les corresponde o no un objeto. De allí que también el principiante (en álgebra) se sorprenda con una agradable admiración por el éxito de las construcciones (geométricas) de las ecuaciones. Dado que el espacio da la realidad objetiva a tales relaciones, pero el entendimiento [el] en el concepto de número no considera el espacio, le parece al aprendiz que éste, por así decir, tiene éxito (solamente) por suerte. Considerado de cerca, es la producción sucesiva del espacio la que da base a los números en el tiempo por medio de algún principio de divisibilidad infinita.

La dificultad pensada podría entonces descomponerse: ¿Cómo sería posible, que pueda pensarse una cantidad (finita) [que por medio de Z] cuyo concepto [entre todas las Za] entre todas las particiones a dar **|59|** de la unidad, se encuentre en la serie de números? Y ¿Cómo puede esto concordar con la facultad de reconocer cantidades a priori por medio de números?

Esto se debe a que siempre resulta posible ver [respecto a] la cantidad en general, como unidad, como un conjunto de otras unidades y la cantidad no contiene ninguna unidad absoluta.

R15[18] *Anotación de Kant en la carta de Moritz y Maimon del 14 de Mayo de 1791 (vgl. AA 1: 258).*

86	5.2	6.3	7.1	2.1	3.1	4.1	5.1
68	25	36	17	12	13	14	15
18	27	27	54	9	18	27	36

6.2	6.4	6.5.2	20
26	46	256	2
36	18	396	18

[18] Desde aquí, según Adickes, se reúnen juegos de números (*Zahlenspielereien*) anotados por Kant.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908

|60| R16 *Anotación de Kant en la carta del conde de Keyserling del 7 de Febrero de 1784 (cf. AA 10: 364).*

7.4	3 : 5		
47			
27			
3 : 5 = 47			
		5	
(2)|			
235|	7		
		33	

R17. 1764-1768 ?

29		29		29
12		33		14
58		87		116
29		87		29
	957		406	3 [3] 4
	12		122	
			36	
			48	

|61| R18 1764-1768 ?

25		25		25	8	
13		2		3		
75		50	17			
25		33			25	
325					14	
17		24			100	
30	342	11	14			25
30		96			35.0	
42		24			8	
30		33.6		30	342	11
12		8			42	
		328			12	

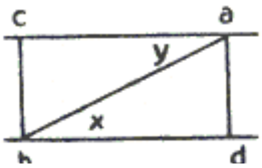
R19 1764-1766? 1773-1775?

P. II:

22	44
22	44
44	176
44	176
484	1936
4	4
1936	7744

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908

En la misma página se encuentra la siguiente figura geométrica, sin texto:



CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 7-34
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775908