CON-TEXTOS KANTIANOS.
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 222-236
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775994

Construcción, esquematismo e imaginación

J. MICHAEL YOUNG

Universidad de Kansas, USA

(Traducción de Efraín Lazos[*])

Kant sostiene que los juicios matemáticos son sintéticos —[es decir,] que no podemos fundamentarlos meramente reflexionando sobre los conceptos que los constituyen. Argumenta, en cambio, que debemos construir tales conceptos, i.e., "exhibir a priori la intuición que les corresponde", fundamentándolos en lo que puede hacerse evidente solo mediante tal construcción (A 713/ B741).[1] Primero, esbozo una interpretación de la doctrina de Kant, enfocándome en la construcción de conceptos aritméticos. Luego, indico cómo una comprensión de lo que Kant piensa sobre la construcción aritmética puede arrojar luz en lo que piensa sobre la imaginación.

1. Construcción

La enunciación de Kant de cómo piensa la construcción de conceptos matemáticos es, lamentablemente, opaca. Además, su concepción es más enredada de lo que sugieren sus enunciados más simples. Esto se debe a que la noción de construcción incluye dos casos bastante diferentes: la construcción ostensiva, en la cual, se dice, descansan los juicios aritméticos y geométricos, y la construcción simbólica, la cual presuntamente provee la base para los juicios algebraicos (A 717/ B745, A 734/ B762-3). Sin embargo, si nos concentramos en lo que dice sobre la construcción ostensiva, parece claro cuál es la concepción de Kant. Él sostiene que los juicios aritméticos y geométricos descansan, al final,

[*] Instituto de Investigaciones Filosóficas, Universidad Nacional Autónoma de México. eflazos@unam.mx. El equipo editor de CTK declina cualquier responsabilidad en la obtención de derechos de reproducción de los textos traducidos.

[1] Cito de la traducción de Kemp Smith de la Crítica de la razón pura, 2ª edición con correcciones, MacMillan, Londres, 1963.

[Received: 21 de abril de 2021
Accepted: 6 de noviembre de 2021]

en la representación de cosas particulares que instancian nuestros conceptos; pues él piensa que solo mediante tal representación podemos exhibir el contenido de nuestros conceptos, haciendo así evidente la verdad de nuestros juicios matemáticos.

Es comprensible que algunos comentaristas hayan sido reacios a aceptar sin más la concepción de Kant, pues resulta difícil ver cómo podemos fundamentar los juicios matemáticos, los cuales son presuntamente a priori y, por lo tanto, universales y necesarios (B3-4), examinando colecciones particulares de marcas o figuras geométricas particulares. No es de sorprender, pues, que se hayan desarrollado interpretaciones alternativas. Así, partiendo de la obra de Johann Schultz, quien fuera estudiante de Kant, Gottfried Martin arguye que la aportación real de Kant, aunque un poco ocluida, fue el reconocimiento de que tanto la geometría como la aritmética pueden presentarse en forma axiomática, y que en ambas ciencias la prueba depende no solo de las definiciones sino de otras proposiciones, que tomamos como necesarias, pero que pueden ser negadas sin contradicción.[2] Jaakko Hintikka ofrece una concepción un tanto diferente, desarrollando una sugerencia de E.W. Beth.[3] Hintikka nota que la noción de intuición está ligada esencialmente, según Kant mismo, solo con la noción de singularidad en la representación, mas no con la de sensibilidad; pues la intuición se define simplemente como representación singular, o como aquello que hace posible la representación singular (A 320/ B376-7, A 19/ B33). La conexión entre la intuición y la sensibilidad se deriva no del concepto de intuición por sí mismo, sino de lo que Kant considera una limitación inherente de la inteligencia humana —o, más generalmente, de la inteligencia finita, discursiva, esto es, que puede representar cosas particulares solo si es sensiblemente afectada. Enfatizando este punto, Hintikka arguye que lo que Kant quiso decir, o debió haber querido decir, no es que el conocimiento matemático dependa de la representación de objetos sensibles particulares, sino que depende de argumentos de un tipo específico, en lo que los términos singulares juegan un papel esencial. Kant se percató tenuemente, según Hintikka, de que el conocimiento matemático, tanto en la geometría como en la aritmética, depende de argumentos que, cuando se les representa en lógica de predicados de primer orden, involucran esencialmente la introducción de variables libres, i.e., de términos singulares que se refieren a un miembro particular, pero no especificado, de una cierta clase de objetos, los cuales hacen así posible extraer conclusiones acerca de todos los objetos en esa clase.

Ambas interpretaciones despiertan interrogantes, y ambas sirven para iluminar aspectos importantes de la concepción de Kant. Como ha argumentado Charles Parsons convincentemente, sin embargo, ninguna de las dos es satisfactoria como interpretación de Kant, pues ninguna de ellas hace espacio apropiadamente para la insistencia de Kant en que el conocimiento matemático depende, al final, de la representación de particulares en la

[2] *Arithmetik und Kombinatorik bei Kant* (disertación doctoral elaborada en Freiburg, 1934), Itzehoe, 1938.
[3] "Kant on the Mathematical Method", Monist 51 (1967); reimpreso en este volumen [Posey 1992], pp.21-42.

sensibilidad.[4]

En su intento por darle sentido a tal insistencia, al menos en el caso de la aritmética, Parsons señala que es natural pensar que los números son representados en los sentidos mediante señas numéricas perceptibles [*perceptible numeral tokens*].[5] (5) Eso se debe a que los sistemas numéricos que usamos para representar los números naturales característicamente proveen no solo nombres para los números, sino también modelos de lo que tomamos como la estructura de los números mismos. En el sistema que usa numerales arábigos y base diez, por ejemplo, el numeral '12' sirve como un nombre del número doce, pero la secuencia de numerales del '1' al '12' también provee un modelo para lo que tomamos como la estructura de los números correspondientes, puesto que tiene un elemento inicial y una relación de sucesión. Este punto vale, más aún, no solo para los numerales considerados como tipos, o como objetos matemáticos abstractos, sino también para las señas concretas y perceptibles de los numerales. Si producimos señas perceptibles de los numerales '1' al '12' sobre papel o el pizarrón, tenemos un modelo de lo que tomamos como la estructura de los números uno a doce. Puesto que las señas perceptibles pueden usarse meramente como representantes de una estructura abstracta, reemplazable por cualquier otra instancia de esa estructura, podemos usarlos, como indica Parsons, para verificar proposiciones matemáticas.

Parsons puntualiza algo relacionado en lo que concierne a las bien conocidas 'pruebas' de algunas verdades aritméticas elementales.[6] Parece claro que éstas no constituyen pruebas en ningún sentido del término que Kant reconocería, pues para él una prueba sería una pieza de razonamiento consistente en juicios e inferencias. Pero las 'pruebas' bien conocidas no son piezas de razonamiento sino estructuras simbólicas, las cuales pueden ser materia del razonamiento y pueden ser usadas para apoyar razonamientos, pero que no son ellas mismas piezas de razonamiento. Como sugiere Parsons, Kant probablemente las clasificaría como 'construcciones simbólicas'.[7] Sin duda también le daría importancia al hecho de que ellas involucran construcciones que exhiben o son isomórficas con los números y sus relaciones, y que por tanto despliegan o hacen evidente, en una estructura que podemos percibir, la verdad aritmética a 'probar'. Si representamos los números mediante un conjunto de numerales definidos mediante un elemento inicial y una relación de sucesión, por ejemplo, y si incrustamos el sistema numérico en una teoría de primer orden con 'axiomas' y 'reglas de inferencias' apropiados, podemos entonces 'probar' que siete más cinco es doce. Hacemos eso produciendo una construcción en la que el numeral que representa el número

[4] "Kant´s Philosophy of Arithmetic", en S. Morgenbesser, P. Suppes, y M. White (eds.) *Philosophy, Science, and Method: Essays in Honor of Ernest Nagel*, Nueva York, St. Martin´s, 1969[; reimpreso en este volumen pp. 43-79].
[5] *Ibid.*, p.64ss.
[6] *Ibid.*, p.67.
[7] Kant introduce la noción de construcción simbólica solo en su discusión del álgebra. Al igual que Parsons, no obstante, creo que es legítimo extender la noción y describir tanto el uso de numerales en los cálculos como el uso de fórmulas en lógica como [algo] que involucra la construcción simbólica. Para una discusión más amplia de este punto, ver mi "Kant on the Construction of Arithmetical Concepts", *Kant-Studien* 73 (1982), 17-46.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 222-236
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775994

doce es reemplazado, mediante una serie de pasos, por el numeral que representa siete más cinco, y en el cual la fórmula que representa la verdad trivial de que doce es doce se transforma en una que representa la verdad no trivial de que siete más cinco es doce. Kant seguramente querría señalar que la 'prueba' funciona solamente porque el doceavo sucesor del elemento inicial en un conjunto de numerales es el quinto sucesor de su séptimo sucesor, y porque una secuencia de cinco traslaciones, autorizada por los 'axiomas' y 'reglas' apropiados, resulta entonces en el reemplazo de un numeral por el otro. En otras palabras, la prueba funciona porque exhibe o despliega, en una estructura que puede percibirse, la verdad aritmética relevante. Lejos de refutar la concepción de Kant de que el conocimiento matemático descansa en la construcción de conceptos, por tanto, la existencia de tales 'pruebas' sirve más bien para confirmarla.[8]

Parsons tiene mucha razón al insistir en que, para Kant, el conocimiento matemático se supone que descansa, al final, en la representación de particulares sensibles. Más aún, Parsons ha indicado exitosamente cómo, usando instancias sensibles de estructuras abstractas meramente como representantes de esas estructuras, podemos establecer verdades acerca de las estructuras mismas, verdades que son más que 'meramente empíricas' a pesar de que nuestro conocimiento de ellas pueda descansar en la percepción concreta[9]. Sin embargo, Parsons ha focalizado la posibilidad de que usemos construcciones simbólicas para verificar verdades aritméticas, mientras que la concepción de Kant, al menos en la *Crítica*, es que las construcciones ostensivas dan la base última para nuestro conocimiento de las verdades matemáticas.[10] No piensa en los números como objetos no sensibles a ser representados simbólicamente mediante señas-numerales [*numeral-tokens*] sensibles. En cambio, piensa el número como atado al concepto de cantidad y, por lo tanto, considera fundamentales las construcciones sensibles que exhiben o despliegan la cantidad en cuestión. En la sección siguiente doy una indicación acerca de por qué adopta tal concepción, y trataré de mostrar que tiene razón al pensar que las construcciones ostensivas pueden servir para verificar verdades matemáticas. Antes de hacerlo, sin embargo, quiero agregar un comentario sobre la posición que Kant pudiera adoptar en torno a los numerales.

Hasta donde sé, Kant no discute en ningún lugar la naturaleza de los sistemas numéricos ni su papel en el conocimiento aritmético.[11] Sospecho, sin embargo, que la posición que adoptaría es que lo fundamental de tales sistemas —al menos de aquellos que son adecuados para propósitos aritméticos— es que nos dan procedimientos mediante los cuales podemos generar construcciones ostensivas de conceptos numéricos. El conocido sistema que emplea

[8] Como nota Parsons, se pueden hacer puntualizaciones análogas para las 'pruebas' del tipo que Leibniz propuso, así como para las 'pruebas' de los esquemas cuantificacionales que están estrechamente relacionadas con las identidades aritméticas. *Ibid*., pp.66-67.
[9] Los puntos de vista de Parsons sobre este asunto se desarrollan más en "Mathematical Intuition", Proceedings of the Aristotelian Society, vol. 80 (1979-80), pp. 145-68.
[10] Parsons está consciente de este punto. Como él nota, la concepción que él desarrolla y clarifica está más cerca de la que Kant enuncia en el ensayo del premio de 1764 (Ak. II, 272-301) de lo que enuncia en la Doctrina del Método en la *Crítica*.
[11] Hay una referencia al pasar a nuestro uso de un sistema numérico de base diez en A 78/B104.

numerales arábigos y base diez, por ejemplo, nos da un procedimiento por el cual podemos generar una secuencia indefinidamente larga de señas numéricas. Cada numeral tiene un lugar determinado dentro de esa secuencia y puede servir como un índice de la secuencia finita de numerales hasta él mismo, e incluyéndolo a él mismo. Kant probablemente argüiría que lo más importante acerca de tales secuencias de señas numéricas es que cada secuencia constituye al mismo tiempo una colección de objetos perceptibles. Por ejemplo, una secuencia de señas perceptibles de los numerales '1' a '12' constituye una colección de doce objetos perceptibles. Así, las colecciones de señas numéricas perceptibles –marcas o dedos– pueden usarse para desplegar o hacer evidentes las verdades aritméticas correspondientes. Al producir colecciones de señas perceptibles de '1' a '7' y al añadirles las señas perceptibles '1' a '5', por ejemplo, podemos hacer evidente que siete y cinco son doce, tal y como lo haríamos usando dos colecciones de marcas sensibles. Lo que resulta importante acerca de las secuencias de señas numéricas perceptibles, a diferencia de las colecciones de otros tipos de cosas perceptibles, es simplemente que son fácilmente producidas, identificadas y distinguidas, y que cada secuencia puede fácilmente ser indexada por uno solo de sus miembros, es decir, el elemento final. Al tener control de tal sistema numérico tenemos la capacidad de generar construcciones ostensivas para hacer evidentes las verdades aritméticas elementales. Más aún, porque cada numeral puede servir como índice de la cardinalidad de la secuencia comenzando con '1' y terminando en él mismo, tenemos la capacidad de enunciar verdades matemáticas de una manera económica y fácilmente comprensible. Al escribir '7+5=12', por ejemplo, estamos afirmando que cualquier colección de la misma cardinalidad que la que resulta de unir las señas perceptibles de '1' a '7' con las señas perceptibles de '1' a '5', tiene la misma cardinalidad que una colección de señas de '1' a '12'.

Éste último punto es más importante de lo que podría parecer a primera vista. Sospecho que Kant querría argumentar que no podríamos afirmar que controlamos el concepto de número, y que no seríamos capaces de articular o entender verdades aritméticas, si no contáramos con un medio para designar las cantidades que se despliegan en varias colecciones de objetos sensibles. Él probablemente querría argumentar, por tanto, que dominar el concepto de número requiere el empleo de un sistema numérico.[12] También concedería, sin duda, que hay mucho más que decir acerca de los sistemas numéricos que lo hasta ahora indicado. La construcción ostensiva, aunque quizás es fundamental como base para el conocimiento, es pesada y farragosa, especialmente con números grandes. Un rasgo importante del sistema numérico que usa numerales arábigos y base diez es obviamente que facilita el cálculo, y la conexión entre el cálculo y la construcción ostensiva necesita ser explorada. Mi interés en este momento, sin embargo, es simplemente anotar que lo que Kant consideraría como lo más importante en los sistemas numéricos conocidos es su uso para generar construcciones ostensivas. El tema de la construcción ostensiva es lo que ahora quiero pasar a considerar.

[12] Esto puede ser lo que Kant tiene en mente cuando dice (A78/B104) que contar involucra una síntesis según conceptos "pues tiene lugar según un fundamento común de unidad (la decena)."

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 222-236
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775994

II. Esquemas

Con estas observaciones como trasfondo, abordo algunas cuestiones en torno a la afirmación de Kant que el conocimiento aritmético descansa en la construcción ostensiva de conceptos.

Kant mismo se percata de que su afirmación da lugar a requerimientos inconsistentes. Por un lado, construir un concepto ostensivamente es representar, en la intuición, algo que exhiba el concepto. En el caso de los conceptos aritméticos, esto requiere que representemos colecciones particulares de cosas y, por lo tanto, que nuestra representación involucre contenido sensible.[13] Por otro lado, como dice Kant, aunque lo que representemos pueda ser particular, debe "en su representación expresar validez universal para todas las posibles intuiciones que caen bajo el mismo concepto" (A 713/B 741).

Al explicar cómo pueden satisfacerse ambos requerimientos, Kant se refiere ocasionalmente a la intuición pura, a priori, o no empírica. A pesar de lo que sugieren las frases, una lectura cuidadosa hace patente que él no pretende postular un tipo especial de intuición que milagrosa, pero también misteriosamente, nos permite intuir objetos matemáticos y fundar juicios a priori. Su afirmación es simplemente que nuestra representación puede ser universal, a pesar de que representemos solo una cosa o una colección particular de cosas. Pues podemos representarla como una instancia de un concepto y nada más que como una instancia de ese concepto. Más aún, dado un concepto del tipo adecuado, nos es posible extraer, en una instancia particular, consecuencias que habrán de valer en todas las instancias de ese concepto. Cuando construimos un concepto aritmético, por ejemplo, la concepción de Kant es que representamos una colección de particulares sensibles que tiene el número en cuestión, y que representamos esa colección como nada más que una colección que tiene ese número. Kant también sostiene que al representar tal colección como poseedora de ese número la representamos como conforme con ciertas "condiciones universales de construcción" para los conceptos numéricos en cuestión (A 714-16/ B742-4). Lo que pueda mostrarse que vale para una colección particular como consecuencia de estas condiciones, Kant mantiene, se muestra por ello mismo que vale para cualquier colección que pudiera igualmente servir para exhibir el concepto aritmético en cuestión.

Tal vez podamos iluminar la concepción de Kant si reflexionamos en un ejemplo donde encontramos algo análogo a la construcción aritmética. Para establecer cuántas letras hay en la palabra 'sintético', podemos simplemente escribir la palabra y contar sus letras. Más cuidadosamente, podemos generar una cuerda de letras-señas, identificarla como una seña

[13] Podemos usar cosas sensibles reales, tales como las marcas en un papel. Por otro lado, podemos representar cosas meramente 'en la cabeza'. En ambos casos hay un contenido sensible involucrado.

(correctamente escrita) de la palabra, contar el número de caracteres de la cuerda, y con ello determinar cuántas letras hay en la palabra.

Se admite que el ejemplo es humilde, y que en algunos aspectos solo es un accidente histórico que la ortografía aceptada sea la que es, y obviamente, la ortografía puede cambiar. Aún así, mientras la ortografía aceptada siga así, cualquier seña (correctamente escrita) de la palabra debe contener necesariamente nueve letras. Y esto es algo que podemos establecer examinando un objeto particular y perceptible: la cuerda de caracteres impresa justo arriba. Bajo estas premisas el ejemplo es interesante.

No es difícil ver lo que nos permite usar una cuerda de caracteres perceptibles de esta forma. En primer lugar, lo que determinamos contando no es meramente el número de caracteres en una cuerda, la cual ha sido especificada ostensivamente, sino el número de caracteres en una seña (correctamente escrita) de la palabra. Más aún, habiendo determinado esto, sabemos de inmediato cuántas letras hay en la palabra, y cuántas debe haber en cualquier otra de sus señas (correctamente escritas). Pues esta cuerda particular de caracteres califica como una seña de 'sintético' solo porque, y solo en la medida que, es conforme con una regla que especifica cómo ha de escribirse la palabra.[14] Identificamos la cuerda particular como conforme con esta regla. Más aún, no la representamos como otra cosa sino como una cuerda de caracteres que es conforme con esta regla, ignorando el tamaño, los colores, etc., de las señas-de-letras. Puesto que la regla requiere exactamente la misma secuencia de caracteres en cualquier seña de la palabra, y puesto que, como es obvio, la misma secuencia va a contener exactamente el mismo número, vemos de inmediato que cualquier otra seña (correctamente escrita) deberá contener nueve letras, tal y como lo hace ésta.

Además de indicar cómo podemos alcanzar conclusiones universales examinando instancias particulares, el ejemplo también arroja luz sobre otro punto importante. La regla que determina cómo ha de escribirse una palabra especifica solo qué secuencia de letras debe haber en una seña de una palabra. Puesto que la secuencia es única, es obvio que el número de letras no puede variar de una seña a otra. La regla que determina cómo una palabra ha de escribirse determina así cuántos caracteres debe haber en cualquiera de sus señas (correctamente escrita). Sería tentador decir que de aquí se sigue cuántas letras hay en la palabra. Vale la pena, sin embargo, tener precaución. Kant seguramente querría insistir que la conexión en cuestión no es analítica. Pienso que estaría en lo correcto. Pues, en primer lugar, aunque de hecho tiene sentido decir que tenemos un concepto de la palabra 'sintético' (no de la propiedad sino de la palabra), e incluso si ciertos juicios acerca de la palabra podrían establecerse mediante un análisis de ese concepto, los hechos que hemos estado

[14] Podría objetarse que no hay en realidad ninguna regla general que especifique cómo ésta, o cualquier otra palabra, haya de escribirse. Lo que tenemos, más bien, es sólo una ortografía paradigmática, i.e., una seña de la palabra que tomamos como correctamente escrita, y que usamos para juzgar la corrección de la escritura en otras señas. Sin embargo, sigue sosteniéndose el punto de que tal señal tomada como paradigma sirve entonces como base de una regla general mediante la cual se determina, para cualquier cuerda de caracteres, si es una seña (correctamente escrita) de esa palabra.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 222-236
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775994

considerando están determinados, no por el concepto de la palabra, sino por la regla que especifica cómo identificar señas de la palabra así concebida. En segundo lugar, además, esta regla especifica solo cuál debe ser la secuencia en cualquier cuerda de caracteres que haya de acreditarse como una seña de la palabra: ‘s’, seguida de ‘i’, seguida de ‘n’, etc. Para establecer cuántos caracteres hay en esta secuencia, necesitamos usar la regla para identificar una seña perceptible de la palabra (o algo con una estructura apropiadamente análoga), y para enumerar los caracteres en ella. Sin duda, Kant argüiría, consecuentemente, que el juicio de que ‘sintético’ contiene nueve letras es, él mismo, sintético y, en efecto, que nuestro conocimiento de ello descansa en algo muy parecido a la construcción matemática.

Ahora bien, una palabra es, desde luego, un símbolo. Sin embargo, una seña de esa palabra no es una representación simbólica de la palabra, sino una instancia perceptible de la misma. Cuando basamos un juicio acerca de una palabra, o acerca de todas sus señas posibles, en lo que encontramos verdadero en una sola seña, estamos en una situación análoga a lo que hacemos al fundar un juicio acerca de todas las colecciones de *n* objetos en lo que encontramos verdadero para una sola colección. Los puntos que hemos establecido pueden extenderse. Pues si bien no queremos decir que una colección particular de siete más cinco es una seña del número que posee, ella está no obstante relacionada con ese número de modo muy similar a como una seña de una palabra está relacionada con esa palabra.

Cuando identificamos una colección de 7+5 marcas, podemos determinar que suma 12, y podemos ver de inmediato que cualquier otra colección como esa también debe hacerlo. Debe ser evidente, ahora, qué es lo que nos permite hacer esto. Cuando enumeramos las marcas, no determinamos solamente el número de objetos en una cierta colección ostensivamente especificada, sino el número de objetos en una colección (correctamente identificada) de 7+5. Más aún, nos percatamos de que esta colección particular se acredita como una colección de 7+5 solamente porque es conforme con las reglas generales que especifican cómo ha de identificarse tal colección. De hecho, la representamos meramente como algo que está conforme con estas reglas, ignorando el tamaño, el color, la composición, etc., de las marcas. Incluso ignoramos el hecho de que los objetos en cuestión son marcas, representándolas meramente como unidades o ‘unos’, i.e., como instancias arbitrarias de un concepto arbitrario. Por lo tanto, atribuimos a la colección de marcas solo lo que requieren las reglas generales que lo destacan como una colección de 7+5. Puesto que es evidente que cualquier colección que sea conforme con estas reglas tendrá que tener exactamente la misma cantidad de miembros que cualquier otra, es evidente que cualquier otra colección sumará 12 tal y como lo hace ésta en particular.

Es verdad, desde luego, que cometemos errores. Podemos juzgar que la colección ante nosotros es una colección de 7+5 cuando no lo es, o que suma 13 cuando en realidad suma 12. Esto no implica, sin embargo, que no podamos establecer juicios aritméticos, que son *a priori*, examinando colecciones particulares de cosas perceptibles. De nuevo son útiles los paralelos entre los dos ejemplos. Cuando juzgamos que una cierta cuerda de caracteres perceptibles es una seña (correctamente escrita) de ‘sintético’, necesitamos hacer varios juicios empíricos. Necesitamos juzgar que el primer carácter en la cuerda es una 's', el segundo una 'i', etc., que no falta ningún carácter, que ninguno haya sido accidentalmente incluido, etc. Al enumerar los caracteres de la cuerda, necesitamos, de nuevo, hacer varios juicios empíricos: que todos los caracteres hayan sido enumerados, que ninguno haya sido contado dos veces, etc. Es posible que nos equivoquemos en cualquiera de estos juicios. Pero esto no implica que los procedimientos que hemos descrito –los procedimientos para escribir una palabra y contar sus letras— sean un apoyo inadecuado para el juicio de que cualquier seña de 'sintético' debe tener nueve letras. Pues este último juicio no descansa en el mero hecho de que nos encontremos diciendo 'nueve' cuando llegamos al último carácter de la cuerda, sino en el juicio de que nos encontramos diciendo 'nueve' en este punto, después de ejecutar correctamente todos los procedimientos relevantes. Es obviamente innecesario ejecutar los procedimientos correctamente cada vez que lo intentemos. Lo que sí es necesario, empero, es que la ejecución apropiada de estos procedimientos nos dé un resultado único. Así, determinar el número de caracteres en una seña de una palabra es determinar el número de caracteres en cualquier otra seña. Se pueden formular los juicios correspondientes acerca del uso de una colección particular de $n + m$ objetos para determinar cuántos objetos debe haber en cualquier colección de ese tipo.

Las analogías entre los dos ejemplos también ayudan a mostrar cómo Kant sostiene que los juicios aritméticos son sintéticos. Kant piensa que no podemos dar un sentido cognitivo claro al discurso acerca de objetos particulares a menos que podamos, al menos en principio, representar e identificar tales objetos. Puesto que la representación de objetos particulares siempre involucra la intuición, y puesto que nuestra intuición es siempre sensible, no podemos dar un sentido cognitivo claro al discurso acerca de los números como objetos, a pesar de lo que digan en contra los platónicos. En cambio, Kant piensa que tenemos que construir el discurso acerca del número como algo concerniente a la cantidad de colecciones de objetos sensibles (con la "numerosidad" o "el ser-cuánto" de tales colecciones). La representación de número, por lo tanto, requiere intuición, de hecho, intuición sensible, puesto que, al menos para nosotros, la representación de objetos particulares y, por lo tanto, de colecciones de tales objetos, y del 'ser-cuánto' de tales colecciones, requiere que seamos afectados sensiblemente. Para representar el número 7 debemos, al final, representar una colección particular, aunque arbitraria, de 7 cosas perceptibles. Para representar 7+5 debemos hacer algo similar. Para determinar que una colección de 7+5 suma necesariamente 12 debemos, al final, enumerar las cosas en tal colección arbitraria.[15] La razón por la que esto es así se aclara una vez que vemos la analogía entre nuestros dos ejemplos. Las reglas que especifican cómo ha de escribirse 'sintético' son en realidad solo procedimientos para

[15] Es obvio que Kant no querría afirmar que necesitamos usar este procedimiento cada vez que nos preguntamos cuál es la suma de 7 y 5. Tampoco querría negar que podemos usar otros procedimientos para establecer verdades matemáticas –e.g., los procedimientos involucrados en los cálculos usando numerales arábigos y base diez—y que, en muchos casos, eso sería más simple. Pero, probablemente, insistiría que el procedimiento de la construcción ostensiva es el estándar final mediante el cual deben ser juzgados los procedimientos alternativos, incluyendo por supuesto la memoria. Para un tratamiento más completo de este punto ver "Kant on the Construction of Arithmetical Concepts".

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 222-236
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775994

identificar señas perceptibles de esa palabra. Para determinar cuántos caracteres hay en la palabra, debemos usar esos procedimientos para identificar una seña y luego enumerar sus caracteres. Similarmente, las reglas que especifican cómo representar el número 7+5 son simplemente los procedimientos para identificar colecciones perceptibles de 7+5. Para determinar cuántas cosas debe haber en tales colecciones, necesitamos usar estos procedimientos para identificar una colección arbitraria y luego enumerar sus miembros. Nuestro conocimiento de la verdad matemática descansa, por lo tanto, no en el mero concepto de la suma de 7 y 5, sino en los procedimientos por los cuales podemos identificar y enumerar colecciones que exhiben ese concepto y, de hecho, en el empleo de tales procedimientos en un caso particular, aunque arbitrario.

Vale la pena notar que la razón de Kant para sostener que los juicios aritméticos son sintéticos es extremadamente general. El punto gira simplemente en torno al hecho de que, para nosotros, el pensamiento es siempre meramente general o discursivo, mientras que la intuición, la cual hace posible la representación de particulares, es siempre sensible. Si supusiéramos, por tanto, como Kant parece hacerlo (en B 71-72), que pudiera concebirse una inteligencia en la que la intuición fuera sensible, como lo es para nosotros, pero ni espacial ni temporal, entonces para tal inteligencia el conocimiento aritmético requeriría, presumiblemente, la construcción de conceptos, y los juicios aritméticos serían, presumiblemente, sintéticos. No obstante, tal inteligencia identificaría colecciones de *n* objetos por medios muy diferentes de los que nosotros debemos emplear. Pues para Kant los procedimientos que debemos al fin usar involucran, todos ellos, el acto temporal sucesivo de recorrer los miembros de la colección, logrando lo que describe como "la adición sucesiva de unidad a unidad (homogénea)". (A 142/ B 182)

El punto puede abordarse de un modo alternativo. Sugerí hace un momento que distinguiéramos el concepto de una palabra de los procedimientos para identificar señas perceptibles de esa palabra. Una distinción paralela debe hacerse entre el concepto del número *n* y los procedimientos para identificar colecciones de *n* objetos perceptibles. Parece claro que el discurso acerca de las palabras particulares requiere del uso de señas perceptibles de esas palabras. Por razones paralelas, parace claro que no podemos darle un sentido claro al discurso acerca del número *n* excepto empleando colecciones de *n* objetos sensibles, o empleando una seña numérica sensible que pueda funcionar como un índice del número solo porque es la última cosa que se generaría en una colección estándar de *n* cosas sensibles, es decir, una colección del primero a la enésima seña numérica. Parece claro, por tanto, que no podemos darle sentido al discurso acerca de los números sin apelar a algunos procedimientos mediante los cuales identificamos colecciones de *n* objetos. Creo que Kant concordaría en ambos puntos. No obstante, insistiría en que la distinción entre el concepto y los procedimientos para identificar instancias del concepto necesita, aún así, ser trazada. La necesidad de la distinción es tal vez más evidente en el primer caso, puesto que los procedimientos mediante los cuales generamos e identificamos señas de palabras podrían ser, obviamente, muy diferentes de lo que son. Aún así, la distinción sí que es necesaria en el caso de los conceptos numéricos. Aunque no seamos capaces de visualizar un procedimiento fundamental para identificar colecciones de *n* objetos que no involucren finalmente lo que Kant describe como la "adición sucesiva de unidad a unidad (homogénea)", y aunque no podamos por ello darle sentido al discurso sobre el número sin referencia a los procedimientos que son temporalmente sucesivos; aún así podemos ver que el concepto y el procedimiento son, no obstante, distintos (16).[16]

La concepción de Kant sobre la aritmética involucra, así, dos tesis distintas. La primera es que, puesto que nuestro pensamiento es meramente discursivo y nuestra intuición siempre sensible, nuestro conocimiento aritmético descansa en la construcción de conceptos, y nuestros juicios aritméticos son, así, sintéticos. La segunda tesis, más específica, es que, dada la forma de nuestra intuición, la construcción de conceptos aritméticos requiere que controlemos los procedimientos para generar o identificar colecciones de *n* objetos, y estos procedimientos son temporalmente sucesivos.

Como lo indiqué previamente, Kant se refiere a estos procedimientos como a "condiciones universales de construcción" para los conceptos numéricos correspondientes. También les llama 'esquemas' de estos conceptos (A714/B742, A 142-3/B 182), y los adscribe no al entendimiento sino a la imaginación. Deseo ahora abordar este último punto.

[16] Es claro que Kant traza una distinción entre el concepto de cantidad o magnitud ('Groesse', 'quantitatis'), y el de número ('Zahl´), pues dice que "el esquema puro de magnitud (quantitatis), como concepto del entendimiento, es el número, una representación que comprende la adición sucesiva de unidades homogéneas"(A142/B182). Uno podría concluir de esto que, puesto que la representación del número depende de la esquematización, no hay concepto puro de número, o de números particulares. Pero tal conclusión sería equivocada. Sugiero que para Kant sí que tenemos conceptos puros, no solo de cantidad o magnitud, sino también de cantidades o magnitudes determinadas, e.g., de la magnitud que posee una colección de tres cosas. Si nos referimos a tales cantidades determinadas como a números, entonces sugiero que, para él, tenemos conceptos puros de números. No obstante, Kant mismo no usa 'Zahl' de este modo. El uso de 'Zahl' se deriva de 'zählen', el verbo para contar o enumerar. El punto de Kant, como lo entiendo, es que sí que tenemos un concepto puro de cantidades determinadas (e.g., de tres), y que es solo en virtud de que poseemos este concepto podemos, en su frase, llevar a unidad la síntesis lograda mediante la actividad de contar o enumerar. (Cf. A78-9/B103-4) Sin embargo, él también sostiene que no podemos establecer las relaciones entre tres y otras cantidades meramente por reflexión sobre tal concepto puro; para hacer eso, necesitamos representar una colección particular aunque arbitraria de tres cosas, lo cual requiere el procedimiento de enumeración ('zahlen'). Aunque es cierto que este punto no resulta del todo claro en la primera *Crítica*, Kant de hecho enuncia esta posición justamente de este modo en una carta a Schultz (25 de noviembre de 1788; Ak X, pp. 528-31). Ahí arguye que "3 y 4, como muchos otros conceptos de cantidad ('*Grösse'*), pueden, cuando se conjuntan, generar el concepto de una cantidad ('*Grösse'*)", pero que este es un mero pensamiento, a partir del cual no podemos determinar cuál es la cantidad. Para hacerlo necesitamos "el número ('Zahl') siete", el cual es "la representación de este concepto en una enumeración ('Zusammenzählung')". Solo mediante ésta última representación –i.e., mediante la construcción del concepto mediante el procedimiento de enumeración—podemos determinar cuál es esa cantidad determinada que concebimos cuando concebimos la suma de 3 y 4.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 222-236
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775994

III. La imaginación

Kant caracteriza la imaginación como “la facultad de representar en la intuición un objeto que no está presente” (B 151). Podría fácilmente pensarse que esto significa que la imaginación es simplemente la capacidad para hacer imágenes mentales, para representar en imágenes sensibles las cosas que no están de hecho presentes. Si fuera eso lo que Kant quiso decir, no obstante, mucho de lo que dice acerca del papel de la imaginación en el conocimiento resultaría insostenible. Pues si bien es concebible que se argumentara la afirmación de que hacer imágenes mentales juega algún papel causal en ocasionar el desarrollo de ciertos conceptos o hacer ciertos juicios, es obvio que no es esa la afirmación que Kant desea hacer. Sugiero, por tanto, que su caracterización sea leída de otra manera muy diferente.

Vale la pena notar que en el habla ordinaria, cuando usamos ‘imagina’ y sus asociados, no implicamos necesaria ni característicamente que hacer imágenes mentales deba tener lugar. De un niño jugando puede decirse que imagina que su trozo de madera es un arma. De un paranoide puede decirse que meramente imagina que una mirada al pasar es una amenaza. En ninguno de esto casos, como lo mostrará la reflexión, consideramos esencial que ocurran episodios de hacer imágenes mentales. Lo que es importante es simplemente que alguien construya o considere, o tome lo que está presente sensiblemente como algo distinto, o al menos como algo más, de lo que se presenta inmediatamente. El niño, por ejemplo, considera el trozo de madera como un arma. El paranoide construye la mirada inocente como amenazadora.

Estas observaciones sugieren lo que, considero, es la concepción de Kant. Él no sostiene que la imaginación es la capacidad para hacer imágenes mentales de objetos ausentes, como uno podría suponer a primera vista. Sostiene, más bien, que se trata de la capacidad de construir (*construe*) o interpretar lo sensiblemente presente como algo distinto, o algo más, que lo que inmediatamente se presenta. Es, por lo tanto, la capacidad de representar en la intuición algo que, estrictamente, no está presente ahí, al menos completamente.

Estas observaciones sobre los usos comunes de ‘imagina’ son útiles si nos ayudan a resistir la tentación de suponer que Kant debe concebir la imaginación como una capacidad para hacer imágenes mentales. Su concepción de la imaginación va mucho más allá de la reflexión de sentido común, sin embargo. No sostiene meramente que cuando percibimos algo, también podemos imaginarlo –i.e., construirlo, tomarlo— como algo distinto, algo más, que lo que percibimos. Sostiene, más fuertemente, que percibir algo en primer lugar, esto es, percibirlo como algo, involucra construir o tomar la consciencia sensible [*sensible awareness*] como la consciencia de algo que puede presentarse sensiblemente de muchas otras maneras, y como algo que no está, por tanto, presente, al menos no completamente presente, en nuestra consciencia sensible inmediata. Este, sugiero, es precisamente el punto de la conocida afirmación de Kant de que “la imaginación es un ingrediente necesario de la percepción misma" (A 120n). Él no quiere con ello afirmar que la percepción involucra necesariamente hacer imágenes mentales, una afirmación que sería de poco interés filosófico incluso si fuera plausible. En cambio, quiere rechazar la concepción de que la percepción puede ser entendida como meramente un estado pasivo de consciencia sensorial, tal y como Hume lo había pensado, e insistir más bien en que involucra, además de la consciencia pasiva, el acto de construcción o interpretación de tal consciencia como la consciencia de algo.

No es este el lugar para intentar elaborar la totalidad de la concepción de Kant de la imaginación.[17] (17) Deseo puntualizar, no obstante, que si aceptamos mi sugerencia sobre lo que Kant quiere decir con 'imaginación', podemos echar mano de los puntos indicados en la sección II para iluminar su concepción de la imaginación, así como para explicar por qué sostiene que la construcción de conceptos aritméticos involucra el ejercicio de la imaginación.

Kant piensa que concebir el número *n* es concebir la cantidad o el 'ser-cuánto' de una colección de *n* cosas. Para representar esta cantidad, sostiene, debemos al final representar una colección particular, aunque arbitraria, de *n* cosas perceptibles. La representación de tal colección –como una colección de *n*— requiere obviamente de presencia sensible. También requiere que controlemos procedimientos por los cuales podemos determinar, para esta o para cualquier colección de cosas sensibles, si es que suma *n*. Tales procedimientos son generales y, por lo tanto, nuestra representación de ellos no es meramente sensible. Sin embargo, tampoco es meramente conceptual. Pues, como vimos en la sección II, hay una distinción que trazar entre el concepto del número *n* y los procedimientos mediante los cuales identificamos colecciones de *n* objetos perceptibles. El concepto es simplemente la representación de la cantidad o 'ser-cuánto' de tal colección. Los procedimientos son actividades regladas que usamos para determinar si una colección dada de cosas sensibles exhibe esa cantidad, actividades que requieren recorrer secuencialmente las cosas en la colección y tomarlas conjuntamente como una colección (cf. el uso de '*Zusammennehmung*' en A99), logrando así lo que Kant llama "la adición sucesiva de unidad a unidad (homogénea)" (A 142/B 182). Kant denomina tales procedimientos 'esquemas' de los conceptos correspondientes debido al papel que juegan al permitirnos identificar cosas sensibles como exhibiendo un concepto.

La construcción de conceptos aritméticos involucra el ejercicio de la imaginación, no porque Kant piense que tal conocimiento descanse de algún modo en hacer imágenes mentales, sino porque piensa que depende de nuestra habilidad para usar tales procedimientos generales para construir cosas sensibles como constituyendo colecciones de números determinados. Construirlos (interpretarlos) así es construirlos como algo más que lo que se presentan, puesto que es construirlos conforme a ciertas reglas generales o procedimientos. El

[17] Las ideas esbozadas aquí se desarrollan de un modo un poco más completo en mi "Kant´s View of Imagination", *Kant-Studien* 79 (1988), pp. 140-164.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 222-236
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775994

conocimiento aritmético descansa, así, en el ejercicio de la imaginación justamente en el sentido que he sugerido que Kant le da a este término en general.

Para ver por qué mantiene Kant que el conocimiento aritmético descansa en el ejercicio de la imaginación 'pura, a priori' (A 141-2/ B 180-1) o 'productiva' (B 151-2), necesitamos considerar más detenidamente el carácter de los conceptos aritméticos, y el de los procedimientos mediante los cuales identificamos las colecciones de cosas sensibles como instancias y exhibiciones de esos conceptos.

Cuando construimos nuestra consciencia sensible como la consciencia de, digamos, un árbol de maple, Kant diría presumiblemente que tal cosa requiere ser construida como la consciencia de algo conforme con ciertos procedimientos generales, viz., aquellos que emplearíamos para determinar que lo que está presente es, de hecho, un árbol de maple. Si consideramos lo que podrían ser tales procedimientos, sin embargo, se hace evidente rápidamente que inevitablemente involucrarán la comparación de lo que está sensiblemente presente ahora con lo que ha estado sensiblemente presente, ante mí o ante otros, en otras ocasiones. Pues sin importar si nuestro concepto de un árbol de maple es naive o sofisticado, la identificación de cualquier cosa como instancia de ese concepto involucrará una red más o menos compleja de comparaciones entre la cosa con la que nos ocupamos ahora y una diversidad de otras cosas que han sido percibidas. Construir (interpretar) nuestra consciencia sensible como la consciencia de un árbol de maple es, así, construirlo como la consciencia de algo de un tipo determinado. Pero el tipo en cuestión solo puede especificarse mediante la referencia a otras cosas, previamente encontradas, que tomamos asimismo como de ese tipo. El tipo en cuestión, en otras palabras, debe inevitablemente ser identificado como el mismo tipo que fue exhibido en otras cosas. Para ponerlo de otro modo, cuando identificamos algo como un árbol de maple, lo identificamos como reproduciendo el tipo que hemos encontrado exhibido en otras cosas previamente. Y esto, sugiero, es el punto importante detrás del uso de Kant del término 'imaginación reproductiva'. Su concepción, de nuevo, no es que la imaginación es la capacidad para hacer imágenes mentales. La 'imaginación reproductiva', en particular, no ha de ser entendida como la capacidad para generar imágenes mentales que replican o reproducen sensaciones previas. La imaginación, como lo he sugerido, es la capacidad para construir [*construe*] la consciencia sensible como la consciencia de algo –algo que, debido al carácter meramente pasivo de la consciencia sensible, no puede estar completamente presente en la consciencia sensible. La 'imaginación reproductiva', a su vez, es la capacidad para construir/ interpretar nuestra consciencia sensible como la consciencia de algo de un tipo cuya caracterización requiere comparación con, y referencia a, otras cosas que hemos encontrado en la consciencia sensible.

La imaginación productiva, en contraste, es la capacidad de construir o interpretar la consciencia sensible como la consciencia de algo de un tipo cuya caracterización no depende de la comparación con otras cosas previamente encontradas. Es, por ello, la capacidad para construir lo que está presente sensiblemente como algo que exhibe lo que Kant clasificaría como conceptos puros más que empíricos. El concepto de una colección o totalidad de cosas es un concepto puro, Kant argüiría, pues es simplemente el concepto de todas las instancias de un concepto, cualquiera que el concepto sea y, por lo tanto, es un concepto implícito en la mera forma del juicio, sin importar cuál pudiera ser el contenido del juicio. El concepto de la cantidad o el 'ser-cuántos' de tal colección es, asimismo, puro. Así, identificar un grupo de cosas perceptibles como una colección de *n*, de *n*+*m*, etc., es identificarlo como una instancia y una exhibición de un tipo, pero de un tipo cuya caracterización no requiere comparación ni referencia a otras cosas previamente encontradas. (De hecho, el punto importante es precisamente que si bien uno puede ser consciente sensiblemente de las cosas en una colección, uno no puede ser consciente sensiblemente de la colección misma. Interpretar estas cosas como cosas en una colección involucra, así, interpretarlas como instancias de un concepto que no puede ser explicado, o definido, mediante la referencia a la consciencia sensible.) Un concepto de este tipo es, como le gusta decir a Kant, uno que aportamos a la experiencia, no uno que derivemos de ella. Más aún, es un concepto que según Kant está presupuesto en el conocimiento empírico de las cosas, y uno que, por ello, puede decirse que constituye o produce la forma de la experiencia, i.e., de todo conocimiento empírico. Así, los procedimientos mediante los cuales determinamos que ciertas cosas sensibles instancian tal concepto –los procedimientos, en el caso de la aritmética, mediante los cuales determinamos que un grupo dado de cosas constituye una colección de *n*, *n*+*m*, etc.— son procedimientos que no requieren la comparación de las cosas en cuestión con otras cosas previamente encontradas en la sensibilidad. Son procedimientos mediante los cuales identificamos cosas sensibles como instancias de conceptos que son constitutivos o productivos de la forma de la cognición empírica. Puesto que debemos dominar tales procedimientos para ser capaces de identificar grupos de cosas sensibles como colecciones de *n*, de *n*+*m*, etc., y puesto que debemos ser capaces de realizar tales identificaciones para fundamentar los juicios aritméticos, puede decirse que estos procedimientos son ellos mismos contribuciones a la experiencia más que derivaciones de ella, y que son constitutivos o productivos de la experiencia, o de la cognición empírica, en su forma. Como procedimientos, distintos de los conceptos que nos permiten usar y poseer, Kant los adscribe a la imaginación y no al entendimiento. Como procedimientos constitutivos de la cognición empírica, se los adscribe a la imaginación 'productiva'. En la medida en que hayamos arrojado luz sobre la doctrina de Kant sobre la construcción de conceptos aritméticos, hemos así arrojado luz al mismo tiempo sobre su concepción de la imaginación productiva.

ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775994