

# *Contrastación de geoides locales con regionales en el este de la península Ibérica*

Miguel J. SEVILLA, Gema RODRÍGUEZ VELASCO  
Instituto de Astronomía y Geodesia (UCM-CSIC)  
Facultad de Ciencias Matemáticas  
Universidad Complutense. 28040 MADRID

## **RESUMEN**

Para determinar geoides o cuasigeoides existen diferentes métodos que en principio deben producir el mismo resultado. Aun así, el extender la zona de aplicación o cambiar el método usado puede alterar los resultados. En este trabajo se presenta un estudio comparativo entre geoides locales y regionales determinados por distintos métodos: técnica de colocación mínimo cuadrática aplicada local y regionalmente, altimetría por satélites y evaluación regional de la integral de Stokes por métodos espectrales.

## **1. INTRODUCCIÓN**

Se ha tomado para el estudio una zona del Levante español, de límites:  $38,5 < \varphi < 41,5$  y  $-1 < \lambda < 2$ , que resulta ser lo suficientemente representativa para las comparaciones dada su amplitud y el hecho de que cubra zonas marinas y terrestres. De este modo se cuantifican las diferencias y se establecen criterios de precisión y fiabilidad de las distintas metodologías y condiciones de aplicación.

## **2. GEOIDES LOCALES POR COLOCACIÓN**

Para la elaboración de estos geoides se tomó como zona de datos una que se extendiera medio grado más que la de predicción citada anterior-

mente. Se determinaron dos geoides utilizando la técnica de colocación mínimo cuadrática bajo la metodología general de eliminación-cálculo-resstitución (Tscherning, 1985; Sevilla, 1992; Sevilla et al., 1993). Para ello se empleó un modelo de geopotencial, el OSU91A (Rapp et al., 1991), tomado, tras varias pruebas, hasta orden y grado 360, que fue para el que se consiguió un mayor suavizamiento del campo de gravedad residual; un modelo de la topografía local construido a partir del MDT200 del IGN (García Asensio y Lumbreras, 1991) y del ETOPO5U, que se usó para hacer corrección de terreno residual respecto de una superficie topográfica media; y, por último, anomalías aire libre de la gravedad. Se determinaron dos geoides, uno con datos sólo marinos, para la posterior comparación con el geode altimétrico del Mediterráneo, y otro con mezcla de datos marinos y terrestres. La estadística de estos geoides se muestra en la tabla 1. En media se ve que los valores de los geoides, en los dos casos, son muy similares.

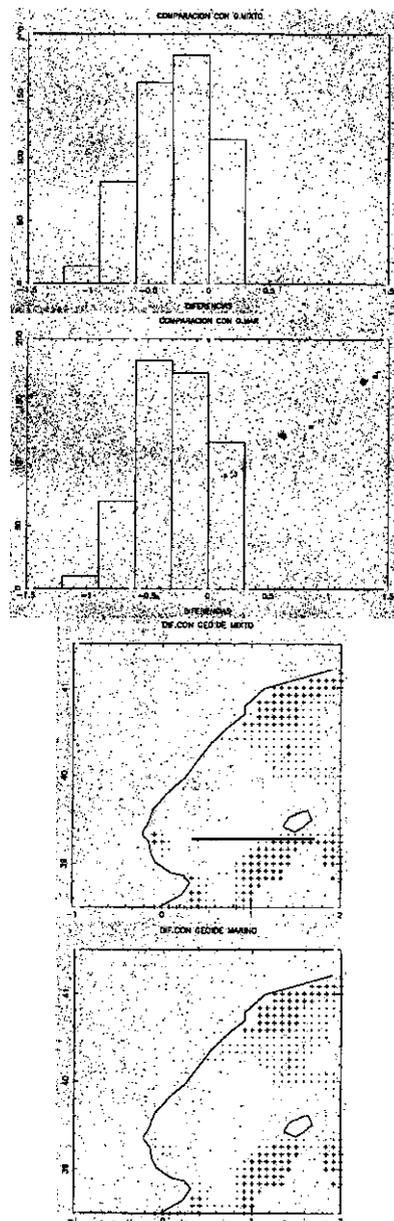
Tabla 1. *Estadística de los geoides locales por colocación y de la misma zona extraída de un geode regional altimétrico*

	MEDIA	D.T.	MIN	MAX	RANG
<b>LOCAL MIXTO</b>	49.364	0.480	48.31	50.78	247
<b>LOCAL MARINO</b>	49.374	0.474	48.30	50.76	246
<b>ALTIMETRICO</b>	49.652	0.467	48.79	50.70	191

### 3. COMPARACIÓN ENTRE GEOIDE LOCAL POR COLOCACIÓN Y GEOIDE REGIONAL ALTIMÉTRICO

El geode regional altimétrico se calculó por análisis de puntos de cruce entre trayectorias ascendentes y descendentes de datos del satélite ERS-1. Sólo se comparó la zona marina interna, sin incluir puntos terrestres continentales o de la isla de Ibiza de los que no se tiene información con datos de altimetría (entran en la comparación un total de 554 puntos).

Este geode se comparó con los referidos en el punto anterior. La estadística de los geoides comparados aparece en la tabla 1 y la de las diferencias obtenidas punto a punto entre ellos, en la tabla 2.



**Figura 1:** Histograma y distribución geográfica de las diferencias obtenidas.

1A. geode mixto por colocación - geode altimétrico 1B. geode marino colocación - geode altimétrico. 1C. Distribución de diferencias 1A mayores que 10 cm. 1D. Distribución de diferencias 1B mayores que 10 cm.

Tabla 2: Estadística de las diferencias  $g_{col} - g_{alt}$ 

	MEDIA	D.T.	MIN	MAX	RANG
<b>MIXTO-ALTIM.</b>	-0.289	0.297	-1.18	0.28	146
<b>MARINO-ALTIM.</b>	-0.278	0.284	-1.01	0.29	130

A la vista de estas diferencias se puede afirmar que los dos geoides locales son muy parecidos, difieren en media en orden de centímetros. El altimétrico parece más suave y un poco más alto. La información puntual confirma esa tendencia, siendo las diferencias mayores negativas. Salvo en los alrededores de la isla y algún problema puntual, las diferencias sí pueden tomarse como la variación de la superficie topográfica marina, ya que como se ve además en la figura 1, no se aprecia la existencia de sesgos entre las diferencias o relación con su posición que hiciera pensar en su carácter no aleatorio. En ella se puede también ver que las diferencias grandes están en los bordes de la costa y de la isla, donde el geoide altimétrico, dado el intervalo de tiempo necesario para que el altímetro esté operativo al pasar de tierra a mar, no es preciso, o bien es resultado de extrapolación por la falta de datos fiables.

#### 4. COMPARACIÓN ENTRE GEOIDE LOCAL POR COLOCACIÓN Y GEOIDE REGIONAL POR MÉTODOS ESPECTRALES

El geoide regional usado en esta comparación se ha elaborado por evaluación de la fórmula de Stokes por métodos espectrales (Sevilla, 1994, 1995), tratando la corrección de terreno por el método de condensación de Helmert (Tziavos, 1993). Como se ha hecho con mezcla de datos marinos y terrestres, se compara con el más análogo: el geoide mixto. En la tabla 3 aparecen las diferencias obtenidas, que en general son pequeñas. Nos ocupamos de ver si se distribuyen atendiendo a algún criterio (figura 2). Para ello se procedió a clasificarlas según su cuantía y signo, obteniendo los resultados referidos en la tabla 4.

Por otro lado, como se aprecia en la figura 3 en la que aparecen las curvas de nivel de las diferencias, las mayores se distribuyen en la zona de montaña, por lo que pueden deberse más al tratamiento de masas topográficas (en un caso efecto de un modelo de topografía residual y más denso, de 200 m x 200 m, y en el otro, reducción de Helmert con un modelo 1.000 m x 1.000 m), que

al método o carácter local/regional en sí mismo, puesto que en el resto las diferencias son muy pequeñas. Por otro lado, la contribución al geoides del modelo en la zona donde se alcanzan diferencias mayores llega a tener valores grandes.

Tabla 3. Estadística de los geoides sobre la zona

	MEDIA	D.T.	MIN	MAX	RANG
<b>LOCAL MIXTO</b>	49.990 m	1.042	47.73	52.96	522
<b>STOKES</b>	49.981 m	0.876	47.90	52.24	434
<b>DIFS (COL-FHT)</b>	0.014 m	0.363	-0.64	1.54	218

Tabla 4. Diferencias según su cuantía y signo (total puntos comparados: 1369)

MAYORES QUE 1 M		MAYORES QUE 50 CM		MAYORES QUE 30 CM	
POS.	NEG.	POS.	NEG.	POS.	NEG.
36 (2,6%)	0	99 (7,2%)	34 (2,4%)	91 (6,6%)	193 (14%)

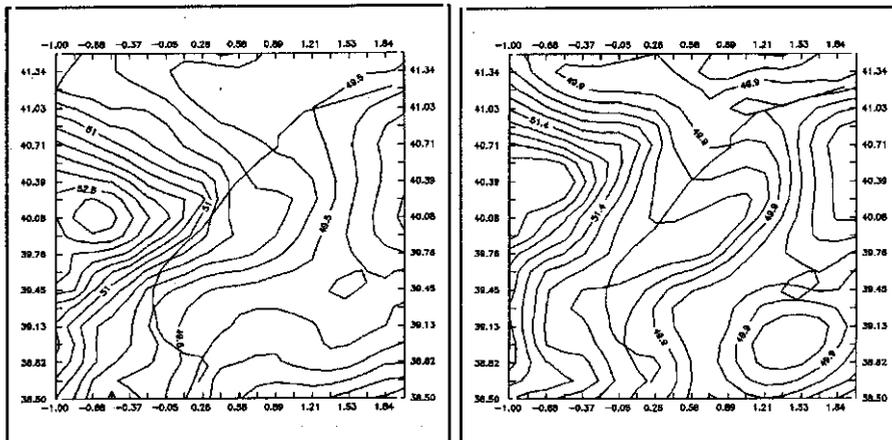


Figura 2. Curvas de nivel de los geoides comparados. 2A por colocación, 2B espectral.

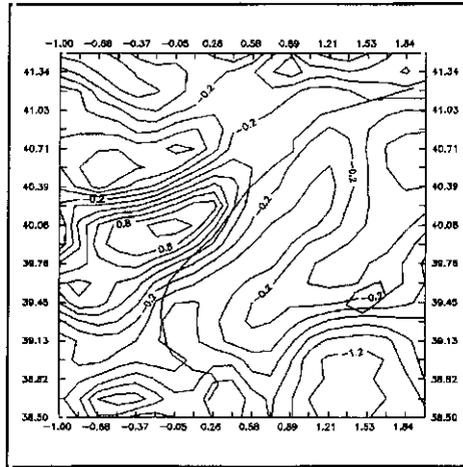


Figura 3. Curvas de nivel de las diferencias contorneadas a 20 cm.

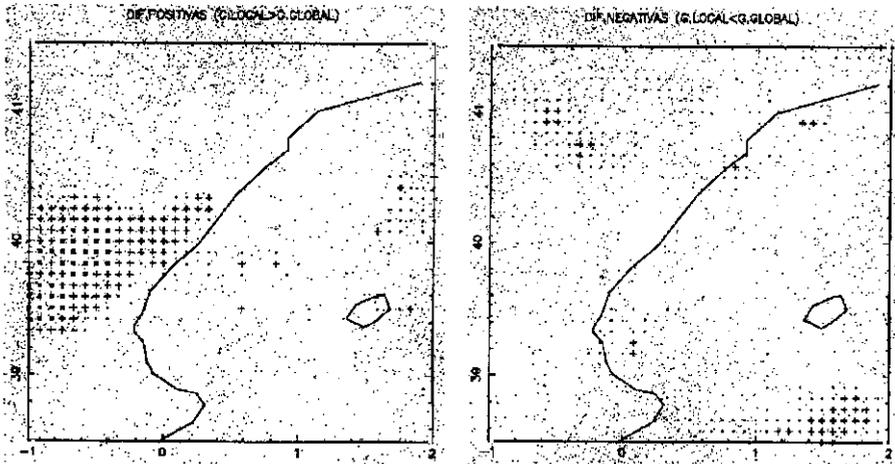


Figura 4. 4A Diferencias positivas mayores que 10 cm. 4B Diferencias negativas mayores que 10 cm.

Se trató de ver si había algún tipo de sesgo en las predicciones y si la distribución de las diferencias estaba relacionada de algún modo con su signo y valor aparte de la zona montañosa referida (figura 4). En general parece que el geode por colocación es más alto, pero al ser su extensión menor, no tendrá incluidas longitudes de onda tan largas como las del geode regional.

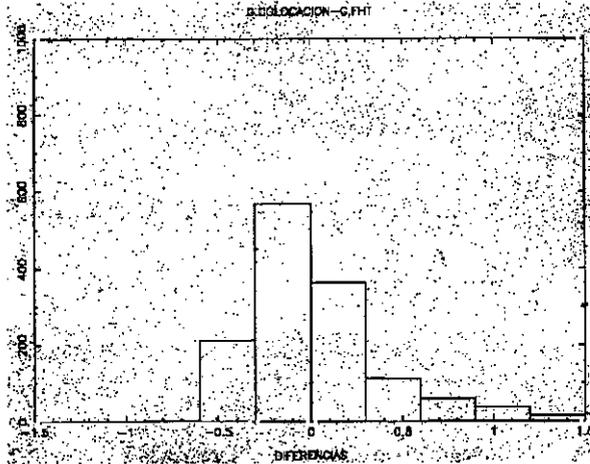


Figura 5. Distribución de las diferencias e histograma de las mismas.

## 5. COMPARACIÓN ENTRE GEOIDES LOCAL Y REGIONAL POR COLOCACIÓN

Los dos geoides a comparar se han elaborado con el mismo método pero con distintos datos, tanto de gravimetría como de información topográfica, cubriendo uno una zona un grado exterior a la de las comparaciones, y el otro, todo el oeste del Mediterráneo (Barzaghi et al., 1993). Los discretizados empleados también han sido muy distintos dada la extensión del segundo geóide. De este modo, no sólo se va a estudiar la dependencia de los resultados de si la aplicación es local o regional, sino también del discretizado elegido para el uso de la colocación. La estadística de los geoides comparados así como de las diferencias obtenidas aparece en la tabla 5. En ella se ve que las diferencias son mayores que en los casos anteriores. El geóide regional parece más alto que el local y con menos variaciones. Las diferencias en este caso pueden deberse, además de a la diferencia de datos utilizados y a la no aparición de las cortas frecuencias, a que una sola función covarianza no representa bien a toda la zona oeste y a algunas zonas puntuales de ésta (isla). También es un factor diferenciador, como se dijo anteriormente, el uso de discretizados mucho mayores para poder manejar datos a nivel regional. A la vista de las figuras 7, 8 y 9 se puede concluir que las diferencias positivas son menos pero alcanzan valores mayores y se distribuyen en la zona de montaña, mientras que las negativas aparecen más aleatoriamente. Alcanzan valores más grandes pero hay menos que positivas.

Tabla 5. Estadística de los geoides sobre la zona

	MEDIA	D.T.	MIN	MAX	RANG
LOCAL	49.990 m	1.042	47.73	52.96	522
REGIONAL	50.306 m	0.919	48.35	53.19	484
DIFS(LOC-REG)	-0.311 m	0.499	-1.42	1.18	260

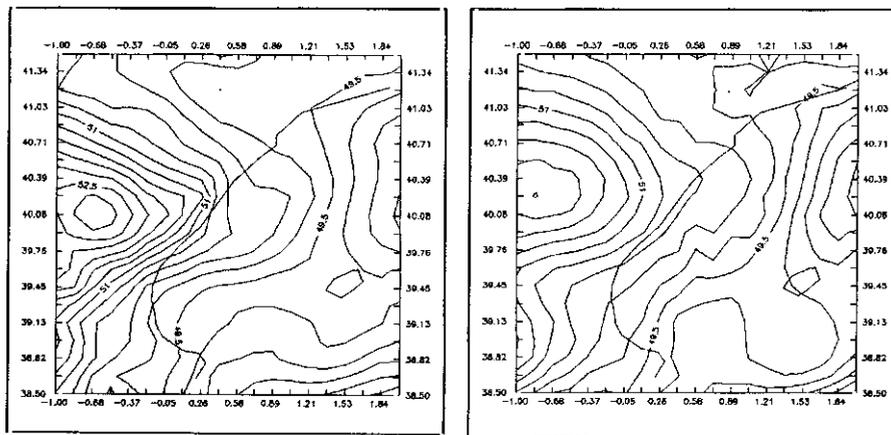


Figura 6. Curvas de nivel de los geoides, 6A local y 6B regional.

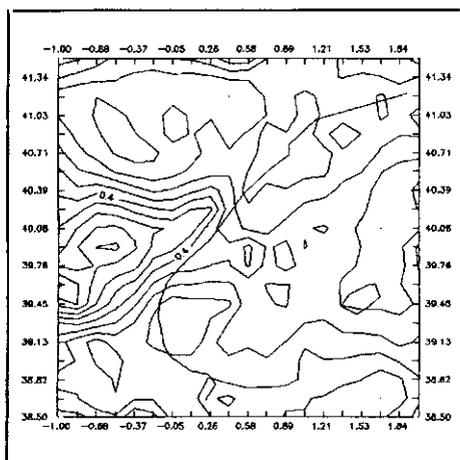


Figura 7. Curvas de nivel de diferencias entre geoides local y geoides regional.

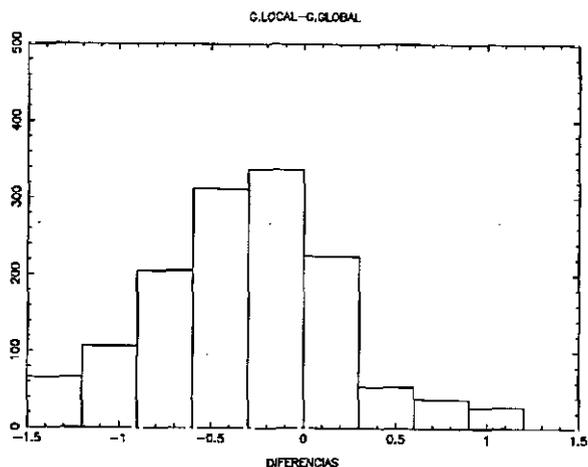


Figura 8. Histograma de diferencias entre geoides local y geoides regional.

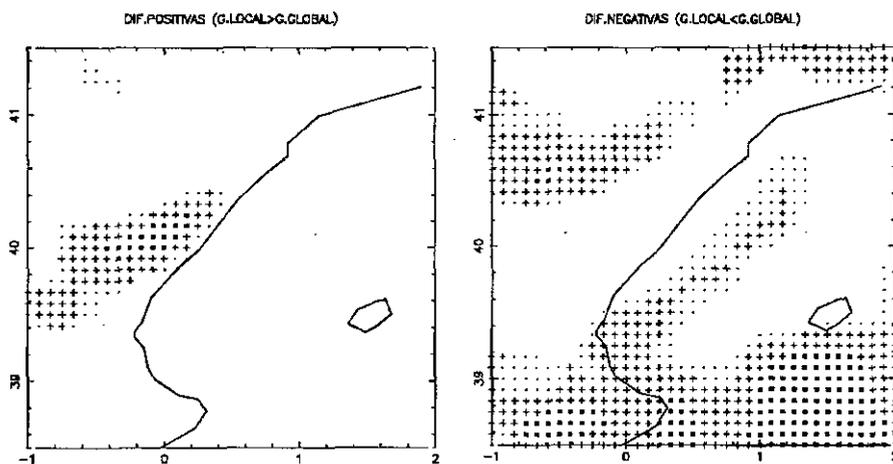


Figura 9. Distribución de las diferencias atendiendo en su signo. 9A positivas, 9B negativas.

## 6. CONCLUSIONES

Se han presentado distintos resultados de geoides sobre una misma zona elaborados bajo distintas metodologías: colocación mínimo cuadrática local y regional, altimetría y Stokes. En general los resultados difieren poco de geoides locales por colocación con distintos tipos de datos y por análisis de datos

de altimetría por satélite. En algún caso aparecen diferencias algo mayores debidas al tratamiento de la topografía y sobre todo al pasar de una zona pequeña a una de mayores dimensiones. En general, las mayores discrepancias se dan al comparar resultados en los que, por la mayor extensión de la zona, aparecen determinadas longitudes de onda distintas de uno a otro caso.

## 7. REFERENCIAS

- BARZAGHI, R., BROVELLI, M. Y SANSÓ, F. (1993). The gravimetric geoid and the sea surface topography in the central Mediterranean area. En *Geomed Report. Mare Nostrum*, 3, 1-37. Milan.
- GARCÍA ASENSIO, L. Y LUMBRERAS, J. J. (1991). VII Asamblea Nacional de Geodesia y Geofísica. Cádiz. Diciembre.
- RAPP R. H., WANG, Y. M. Y PAVLIS, N. K. (1991). The Ohio State 1991 Geopotential and Sea Surface Topography Harmonic Coefficient Models. *Dept. of Geodetic Science and Surveying Report n.º410*. OSU.
- SEVILLA, M. J. (1992). Determinación del Geoide. *Boletín del Real Instituto y Observatorio de la Armada*, n.º6, 65-103.
- SEVILLA, M. J., G. RODRÍGUEZ-CADEROT, GIL, A. J. Y RODRÍGUEZ-VELASCO, G. (1993). Determinación del geoide en el mar Mediterráneo. Publicado en *Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y naturales de Madrid*, tomo LXXX-VII, cuaderno segundo-tercero.
- SEVILLA, M. J. (1994). Ibergeo 1994A. Determinación del geoide Ibérico. *Topografía y Cartografía*. Vol. XI. n.º 61, 9-26.
- SEVILLA, M. J. (1995). A new gravimetric Geoid in the Iberian Península. *BGI Bull. de inf.* n.º 77, *IGeS Bull.* n.º 4, 163-180.
- TSCHERNING, CC. (1985). Local approximation of the gravity potential by least squares collocation. En: *Proceedings of the Beijing International Summer School on Local Gravity Field Approximation*. Ed. por K.P. Schwarz. China. UCSE Report n.º 60003. Alberta, Canada.
- TZIAVOS, I. (1993). Numerical considerations of the FFT methods in gravity field modelling. *Wissenschaftliche Arbeiten der fachrichtung vermessungswesen der Universität Hannover*, n.º 188.