

*Métodos para la determinación del mecanismo focal de los terremotos*  
*Methods for estimation of focal mechanism of earthquakes*

E. BUFORN

Dpto. de Geofísica, Universidad Complutense, Madrid

**RESUMEN**

En este trabajo se presentan diversos métodos para la determinación del mecanismo focal de los terremotos correspondiendo a modelos de fuentes sísmicas cinemáticas y focos puntuales. Estos métodos son: El método del signo del primer impulso de la onda **P** que permite calcular la orientación del deslizamiento en el plano de fractura; el cálculo de la función temporal de la fuente sísmica a partir de los métodos basados en la modelización de ondas internas y uso de funciones de Green empíricas; El análisis espectral para calcular las dimensiones de la fractura y la inversión de las componentes del tensor momento sísmico.

**ABSTRACT**

Several methods to estimate focal mechanisms of earthquakes are shown in this paper. They correspond to kinematics models of seismic sources and point sources. The methods presented are: Fault-plane solutions using the signs of first motion of **P**-wave; methods based on modeling P wave-form and empirical Green functions to estimate the source time function; spectral analysis to determine the dimensions of the source and the inversion of seismic moment tensor.

## INTRODUCCION

El estudio del mecanismo focal de los terremotos consiste en determinar los procesos físicos que han tenido lugar en el foco del terremoto y permite obtener el estado de esfuerzos en la región focal. En general, se plantea como un problema inverso, a partir de las observaciones, registros del terremoto en diferentes estaciones, deducir los parámetros que definen los procesos sísmicos ocurridos en el foco. Este planteamiento implica un conocimiento de las propiedades elásticas del medio, ya que el sismograma es el resultado de los procesos en el foco sísmico combinados con el efecto de propagación a través de un medio elástico, como la Tierra, más el instrumento utilizado para registrar el terremoto.

En general, los terremotos están asociados a fracturas en la corteza, por lo tanto, los modelos de fuente sísmica son modelos mecánicos que representan el fenómeno físico de la fractura. Existen modelos de fuente sísmica cinemáticos y dinámicos. En los modelos cinemáticos el campo de desplazamientos se obtiene directamente del vector desplazamiento de la fractura en función de las coordenadas de la fractura y del tiempo sin considerar el estado de esfuerzos (Udías, en este volumen). Los modelos dinámicos calculan el desplazamiento de la fractura a partir del estado de esfuerzos que actúan en la región focal (Madariaga, en este volumen).

El modelo más simple para representar la fuente sísmica es el de foco puntual, en el que todos los procesos se reducen a un punto: el foco sísmico. En los modelos cinemáticos la fuente sísmica se representa por una fractura o dislocación con discontinuidad en los desplazamientos pero no en los esfuerzos. En el caso de una dislocación de cizalla, el problema del cálculo del mecanismo consiste en determinar la orientación deslizamiento sobre el plano de fractura o si utilizamos un sistema de fuerzas equivalentes representadas por la orientación de un doble par (DC) sin momento resultante, o la orientación de los ejes principales de esfuerzos (ejes de presión,  $P$ , y tensión  $T$ ). Estos parámetros, junto con la función temporal de la fuente sísmica, representan el mecanismo focal de un terremoto. Si se supone que la fuente sísmica no corresponde a un doble par, el problema del cálculo del mecanismo consiste en determinar los 6 componentes del tensor momento sísmico  $M_{ij}$ .

Modelos más realistas, tienen en cuenta las dimensiones de la fractura y utilizan fuentes extensas para representar el foco sísmico. En este caso, a los parámetros anteriores hay que añadir las dimensiones de la fractura, que vienen dadas por el radio  $r$  si se trata de una fractura circular, o por la longitud  $L$  y la anchura  $D$ , si el modelo corresponde a una falla rectangular. El momento sísmico escalar,  $M_0$ , proporciona una medida del tamaño del terremoto y permite obtener el deslizamiento  $\Delta u$ .

En el cálculo del mecanismo focal de un terremoto, se supone que los parámetros que localizan el terremoto en el espacio (hipocentro) y tiempo

(hora origen), se han determinado previamente. Sin embargo algunos de los métodos permiten recalcular algunos de estos parámetros como la profundidad (Deschamps et al., 1980; Nabelek, 1984;) o el hipocentro (Dziwonski et al, 1981; Mao et al., 1994). En el caso de la determinación conjunta del mecanismo e hipocentro, éste corresponde al centroide o centro de gravedad de la región focal y no al punto de iniciación de la ruptura o hipocentro determinado por los tiempos de la primeras llegadas.

En este trabajo se van a presentar cinco métodos para determinar el mecanismo focal de los terremotos. Todos los métodos corresponden a modelos de fuente cinemáticas, y cuatro de ellos utilizan modelos de fuente puntual.

### ORIENTACION DE LOS PLANOS DE FALLA A PARTIR DE LA POLARIDAD DE ONDAS INTERNAS

Este método es el más sencillo y está basado en el patrón de radiación de la onda **P** para un modelo de foco puntual, representado por un doble par de fuerzas sin momento resultante. El patrón de radiación de la onda **P** para este modelo de fuente sísmica, es en forma de cuatro cuadrantes de signo alternativo separados por dos planos nodales, uno de los cuales corresponde al plano de fractura y el otro a un plano auxiliar normal al anterior, de forma que los cuadrantes positivos corresponden compresiones y los negativos a dilataciones. Para la onda **S** los planos nodales están a 45° de los anteriores. Las amplitudes máximas de la onda **S** están sobre el plano de fractura ( $x_1$ ) y su auxiliar ( $x_3$ ), mientras que para la onda **P** están a 45° de estos en la dirección de los ejes de tensión y presión.

La orientación del deslizamiento en el plano de la fractura viene dada por los ángulos  $\phi$ ,  $\delta$  y  $\lambda$  siendo (figura 1)

$\phi$  = azimut del plano de falla, varía entre 0° y 360° medidos desde el norte geográfico en la dirección de las agujas del reloj.

$\delta$  = buzamiento del plano de falla, varía entre 0° y 90° desde la horizontal.

$\lambda$  = angulo de deslizamiento, varía entre -180° y 180° de manera que el buzamiento siempre se mida hacia la derecha del azimut.

La relación entre el sistema de ejes de esfuerzos (**PTZ**) y el sistema de fuerzas (**XYZ**) que representan el doble par viene dado por las ecuaciones (Buforn, 1985)

$$\begin{pmatrix} \alpha_x \\ \beta_x \\ \gamma_x \end{pmatrix} = B^T \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

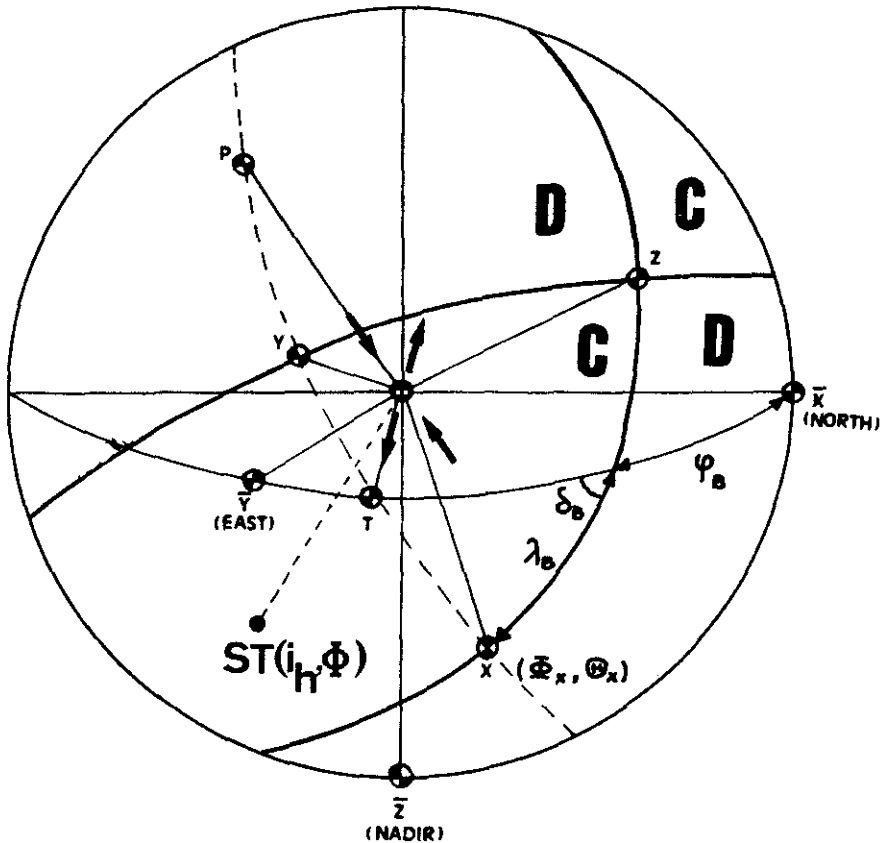


Figura 1. Representación de la esfera focal y sistemas de ejes de fuerzas XYZ, de esfuerzos PTZ y ejes geográficos. También se ha representado los planos de falla y los cuadrantes de compresiones y dilataciones.

$$\begin{pmatrix} \alpha_y \\ \beta_y \\ \gamma_y \end{pmatrix} = B^T \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

siendo  $B$  la matriz formada por los cosenos directores de los ejes  $T$ ,  $P$  y  $Z$ .

$$B = \begin{pmatrix} \alpha_T & \beta_T & \gamma_T \\ \alpha_P & \beta_P & \gamma_P \\ \alpha_Z & \beta_Z & \gamma_Z \end{pmatrix} \quad (3)$$

Debido a la ortogonalidad de los ejes, bastan tres ángulos para definir la orientación de los mismos:  $\Theta_T$ ,  $\Phi_T$  y  $\Phi_P$ , o bien  $\phi$ ,  $\delta$  y  $\lambda$ . La relación entre estos parámetros vienen dada por las ecuaciones.

$$\begin{aligned}\phi &= \Phi_X + \pi/2 \\ \delta &= \Theta_X \\ \lambda &= \text{sen}^{-1} \left( \frac{\cos \Theta_Y}{\text{sen } \Theta_X} \right)\end{aligned}\quad (4)$$

Las observaciones que se utilizan son la dirección del primer impulso de la onda **P** medido en la componente vertical del sismograma. Para corregir por el efecto de heterogeneidad de la Tierra, se introduce el concepto de esfera focal: esfera de radio unidad y con centro en el foco sísmico. Desde el foco las ondas se propagan hasta la superficie de la Tierra, de acuerdo con las ecuaciones obtenidas para un medio elástico. Así, cada punto sobre la superficie de la Tierra, que viene determinado por sus coordenadas geográficas de latitud y longitud, se proyecta sobre la esfera focal, siguiendo la trayectoria del rayo hacia el foco que viene definida por sus coordenadas polares  $i_h$  y  $\Phi$  (figura 1) siendo

$i_h$  = ángulo de incidencia en el foco, se mide desde la vertical y varía entre  $0^\circ$  y  $180^\circ$ .

$\Phi$  = azimut de la estación en el foco: ángulo que forma la dirección del rayo con el norte geográfico, medido en la dirección de la agujas del reloj, varía entre  $0^\circ$  y  $360^\circ$ .

El cálculo del ángulo de incidencia en el foco se hace en función de la estructura interna de la Tierra. Para distancias telesísmicas ( $\Delta > 1000$  km), puede suponerse la Tierra homogénea y calcular  $i_h$  a partir de curvas dromocrónicas para la profundidad del foco según la expresión

$$\text{sen } i_h = \frac{v_h}{r_h} \frac{dt}{d\Delta} \quad (5)$$

Este cálculo puede hacerse con programas numéricos que determinan  $i_h$  a partir de tablas de tiempo de recorrido como las tablas de Jeffreys-Bullen o las de Herrin. En el caso de distancias regionales (inferiores a 1000 km) la determinación de  $i_h$  implica tener modelos de corteza y manto superior propios de la región estudiada. El tipo de modelo más aconsejable es el formado por gradientes de velocidad, ya que poseen una ventaja frente a los modelos de capas de velocidad constante:  $i_h$  varía de forma continua con la distancia epicentral, mientras que en los modelos de capas de velocidad constante,  $i_h$  presenta discontinuidades.

Una vez representadas las observaciones sobre una proyección estereográfica del hemisferio inferior de la esfera focal, el problema se limita a se-

parar por medio de dos planos ortogonales las observaciones en cuatro cuadrantes de signo alternativo. La resolución del problema puede hacerse de forma gráfica o utilizando métodos numéricos. La ventaja de esta técnica es su sencillez y la poca información necesaria del sismograma, basta con la lectura de la polaridad, lo que permite la utilización de los registros aunque estén saturados. Inconvenientes que presenta este método, es que es necesario una buena cobertura azimutal de observaciones para que el mecanismo quede bien determinado y que de los dos planos calculados, el método no indica cuál de los dos corresponde al plano de falla. Hay que recurrir a otro tipo de información, geológica, distribución de réplicas, etc, para decidir cual de los dos planos es el de fractura.

### Métodos gráficos

Datos necesarios para resolver este problema son: polaridades de la onda **P**: compresión o dilatación, azimut y ángulo de incidencia en el foco para cada estación, y una plantilla de una proyección estereográfica de un semihemisferio de la esfera focal (Buforn, 1985). Normalmente se utiliza el hemisferio inferior de la esfera focal ( $0^\circ \leq i_h \leq 90^\circ$ ), por este motivo los rayos que salen del foco hacia arriba ( $i_h > 90^\circ$ ) deben de proyectarse en el hemisferio inferior

$$\begin{aligned} i_h &= \pi - i_h' \\ \Phi &= \Phi' + \pi \end{aligned} \quad (6)$$

Cada estación se sitúa sobre la esfera focal de la siguiente forma: el azimut  $\Phi$  se mide desde el norte en la dirección de las agujas del reloj y el ángulo de incidencia  $i_h$  se mide desde la vertical, o sea, desde el centro de la proyección hacia afuera. El tipo de observación en cada estación se representa con un símbolo distinto, por ejemplo, un círculo negro para dilataciones y blanco para compresiones. En la figura 2 se han representado las siguientes estaciones:

Estación	$\Phi$	$i_h$	<b>P</b>
ST1	40	60	D
ST2	120	30	C
ST3	212	50	D
ST4	310	80	C

Una vez situadas todas las observaciones, se procede a separar compresiones y dilataciones por medio de uno de los círculos máximos de la plantilla: el plano **A**. Se dibuja el primer plano y se sitúa su polo, eje **X** (se mide a  $90^\circ$  en la dirección normal al plano, figura 2). El segundo plano no-

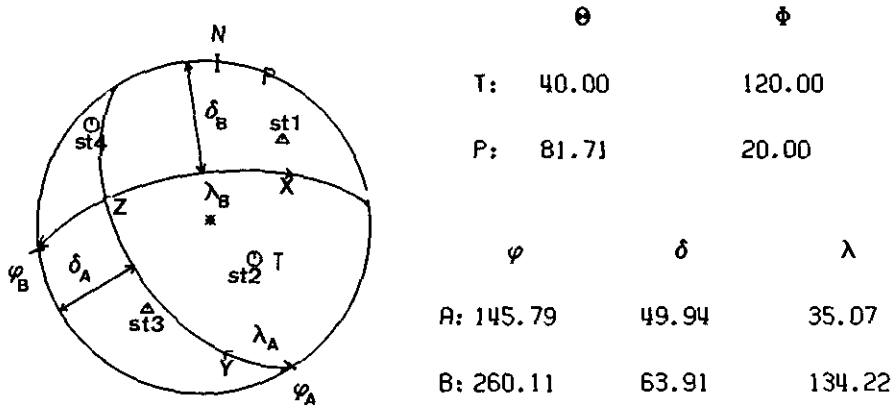


Figura 2. Proyección estereográfica de la esfera focal: se han representado cuatro estaciones, ejes X, Y, Z, P y T y los planos de falla, mostrándose la forma de medir el azimut, buzamiento y ángulo de deslizamiento de cada plano.

dal, **B**, debe pasar por el eje **X** (polo del plano **A**), corresponde a un círculo máximo y su polo, el eje **Y**, queda sobre el plano **A**. Los dos planos separan dilataciones y compresiones en cuatro cuadrantes de signo alternativo. El eje **Z** o eje nulo, se sitúa en la intersección de los planos **A** y **B**. Los ejes de tensión, **T**, y compresión, **P**, deben de estar sobre un círculo máximo que contenga a **X** e **Y**, a 45° de ambos, **T** situado en el cuadrante de compresiones y **P** en el de dilataciones. Una vez situados los ejes **X**, **Y**, **Z**, **T** y **P**, se procede a medir los ángulos  $\Theta_i$  y  $\Phi_i$ ,  $i = X, Y, Z, T$  y **P**, ( $\Theta$ : ángulo que forma el eje con la vertical y  $\Phi$ : con el norte) siguiendo el mismo criterio utilizado para medir  $i_h$  y  $\Phi$  de las estaciones. Los valores del azimut ( $\phi$ ), buzamiento ( $\delta$ ) y ángulo de deslizamiento ( $\lambda$ ) de los planos de falla se miden de la siguiente forma:

$\phi$ : medido desde el norte geográfico, siguiendo la dirección de las agujas del reloj, hasta el extremo del plano que tiene el buzamiento hacia la derecha.

$\delta$ : medido desde la horizontal (borde de la esfera focal hacia el centro) hasta el plano a 90° de  $\phi$ .

$\lambda$ : desde el azimut a lo largo del plano hasta el eje **X** para el plano **A** y hasta el eje **Y** para el **B**. Es positivo si el centro de la esfera focal queda en el cuadrante de compresiones (falla inversa) y negativo en caso contrario (falla normal).

Esta determinación gráfica puede hacerse también de manera interactiva sobre la pantalla de un ordenador. Los datos necesarios son  $\Phi$ ,  $i_h$  y polaridad de cada estación. Estos valores se sitúan sobre una proyección estereográfica del hemisferio inferior de la esfera focal, representada en la pantalla. Una serie de opciones permiten dar los valores de los ejes **T** y **P**

(debido a su ortogonalidad bastan tres de los cuatro ángulos), orientación de un plano de falla, etc. El resto de los parámetros que definen el mecanismo se calcula a partir de estos, también se calcula el porcentaje de observaciones correctas. Variando los valores de los parámetros iniciales se busca la solución que tenga mayor proporción de aciertos.

### Métodos numéricos

Los métodos numéricos determinan la orientación de ejes principales de esfuerzos y planos de falla a partir de la polaridad de la onda **P** (Knoppoff, 1961; Kasahara, 1963; Wickens and Hodgson, 1967, Brillinger et al, 1980; Rivera y Cisternas, 1990), relación entre amplitudes **P/SV** (Kisslinger, 1980), signo del primer impulso de **P**, **SV** y **SH** (Buforn, 1983), o datos de polaridad de la onda **P** con valores del ángulo de polarización de la onda **S** (Udías, 1964; Bernard y Zollo, 1988).

El método que se presenta en este trabajo utiliza la polaridad del primer impulso de la onda **P** y se basa en un modelo probabilístico propuesto por Brillinger et al., (1980). Se calcula cual es la probabilidad  $\pi_i$  de observar en la estación **i** una compresión para una orientación de los ejes **T** y **P** ( $\Theta_T$ ,  $\Phi_T$  y  $\Phi_P$ )

$$\pi_i = \gamma + (1 - 2\gamma) \Phi(A_i) \quad (7)$$

siendo  $0 \leq \gamma \leq 1/2$  y representa los errores de lectura,  $A_i$  amplitud normalizada a 1 de la estación **i** y es función de  $\Theta_T$ ,  $\Phi_T$  y  $\Phi_P$ , siendo  $\Phi$  la función acumulativa gaussiana. La probabilidad total en **N** estaciones es

$$P = \prod_{i=1}^N \pi_i \quad (8)$$

La estimación de los parámetros  $\xi_i = \Theta_T$ ,  $\Phi_T$  y  $\Phi_P$  se hace a partir de una función de verosimilitud que relaciona los valores de  $\pi_i$  con las observaciones  $Y_i$  (polaridad de la onda **P** en la estación **i**)

$$F = - \sum_{i=1}^N \log 1/2 [1 + Y_i (1-2\gamma) (2\Phi(A_i)-1)] \quad (9)$$

Como **F** es una función continua y derivable, al igual que sus derivadas, las estimaciones de los ejes principales de esfuerzos se hace a partir de la minimización de **F**. El método permite obtener no sólo la orientación de los ejes y planos de falla, sino también estimaciones de las desviaciones típicas de los mismos (la matriz covarianza se obtiene a partir de las derivadas de **F**).



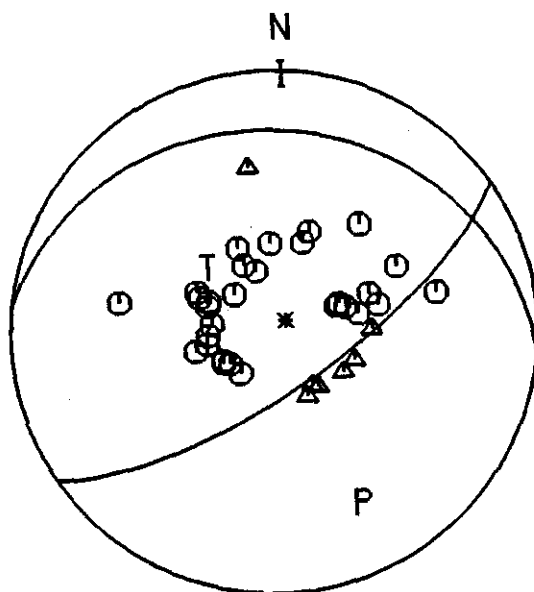


Figura 3. Mecanismo focal del terremoto de 15 de Marzo de 1964, Golfo de Cádiz ( $M=6.4$ ), calculado a partir del signo del primer impulso de las ondas P, SV y SH. Se ha representado el hemisferio inferior de la esfera focal, los triángulos representan dilataciones y los octógonos compresiones.

Una extensión de este algoritmo permite utilizar además del signo de la onda **P**, los de las ondas **SV** y **SH** (Buforn, 1983), lo que permite que el problema quede mejor determinado. En la figura 3 y tabla 1 se muestra un ejemplo que incluye los valores de ejes de esfuerzos y estimaciones de las desviaciones típicas de los mismos obtenidos a partir de la polaridad de la onda **P** y añadiendo los datos de **SV** y **SH**.

**Tabla 1**

	$\Theta$	$\Phi$	N	p
Solución con <b>P</b> , <b>SV</b> y <b>SH</b> :				
T:	$29^\circ \pm 4^\circ$	$304^\circ \pm 19^\circ$	56	0.89
P:	$65^\circ \pm 4^\circ$	$158^\circ \pm 9^\circ$		
Solución con <b>P</b> :				
T:	$30^\circ \pm 9^\circ$	$355^\circ \pm 43^\circ$	38	0.92
P:	$62^\circ \pm 9^\circ$	$154^\circ \pm 46^\circ$		

N = número de observaciones

p = proporción de aciertos

### Soluciones compuestas

Como ya se ha indicado, el principal inconveniente que tiene el método de polaridades, es que es necesaria una buena cobertura acimutal de observaciones para obtener soluciones bien determinadas, lo que resulta difícil en casos de terremotos de magnitud pequeña si no existe una gran densidad de estaciones, como puede ocurrir, por ejemplo, en campañas de microsismicidad o estudios de réplicas de terremotos. Una solución a este problema es el uso de la técnica de soluciones compuestas. En esta técnica se supone que existe un patrón regional de esfuerzos en la zona estudiada, de forma que los terremotos que ocurren en esa región y están próximos en el espacio y tiempo, obedecen a ese patrón regional que puede obtenerse a partir del mecanismo conjunto de los terremotos estudiados. El método debe de ser capaz de discriminar aquellos terremotos cuyo mecanismo no corresponda al patrón regional de esfuerzos. El algoritmo de Brillinger et al, 1980, permite utilizar esta técnica, según se describe a continuación.

La probabilidad de obtener una compresión en la estación  $i$  para el terremoto  $k$  ahora viene dada por la expresión

$$\pi_{ik} = \gamma + (1-2\gamma) \Phi(\rho_k A_{ik}) \quad \begin{array}{l} k = 1, M \\ i = 1, N \end{array} \quad (10)$$

siendo  $M$  el número de terremotos para los que se calcula el mecanismo conjunto  $Y$   $\rho_k$  un peso que se asigna a cada terremoto, inicialmente el mismo. Ahora la función  $F$  depende de  $\xi_i$  parámetros:  $O_T$ ,  $\Phi_T$ ,  $\Phi_T$ ,  $\rho_k$ . Los terremotos cuyo mecanismo coincide con la dirección regional de esfuerzos, contribuyen con un peso,  $\rho_k$ , mayor a la solución conjunta. Los valores de  $\rho_k$  estimados, permiten eliminar aquellos terremotos cuyo mecanismo no obedece al patrón regional de esfuerzos, de tal manera que es posible obtener para una misma región varias soluciones conjuntas de mecanismo (Buforn, 1985; Udías y Buforn, 1988) (figura 4).

### FUNCION TEMPORAL DE LA FUENTE SISMICA

El sismograma  $w(t)$  observado en cada estación, es el resultado de la convolución del instrumento  $I(t)$ , la atenuación del medio  $Q(t)$  y el desplazamiento en el foco  $u(t)$  (figura 5)

$$w(t) = I(t) * Q(t) * u(t) \quad (11)$$

Dado que  $I(t)$  es una función conocida y  $Q(t)$  para telesismos se puede aproximar a un operador lineal  $F(t, T/Q)$  que cumple que  $T/Q = 1$  para ondas

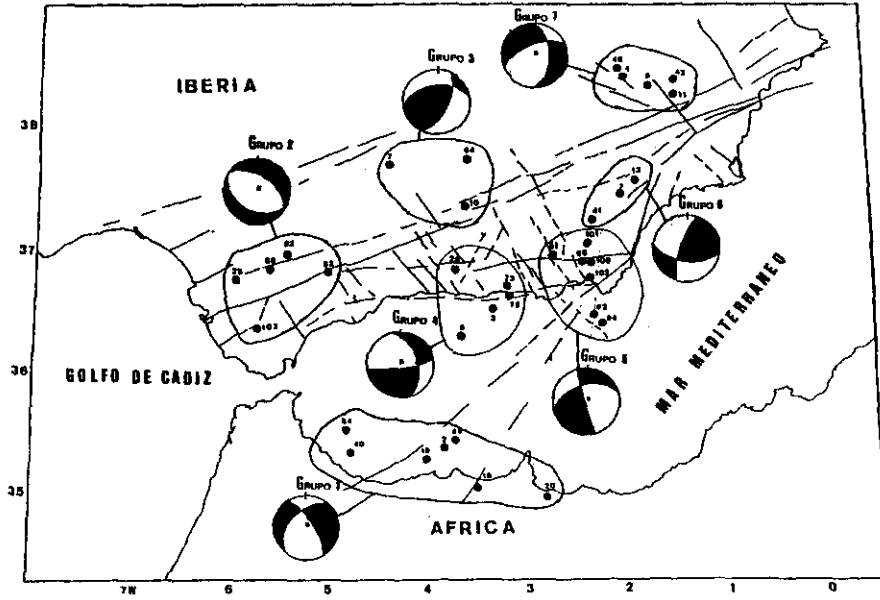


Figura 4. Mecanismos conjuntos para el sur de España, periodo 1965-1985 (Coca, 1993). Los círculos representan la proyección estereográfica del hemisferio inferior de la esfera focal, el cuadrante negro corresponde a las compresiones y el blanco a dilataciones.

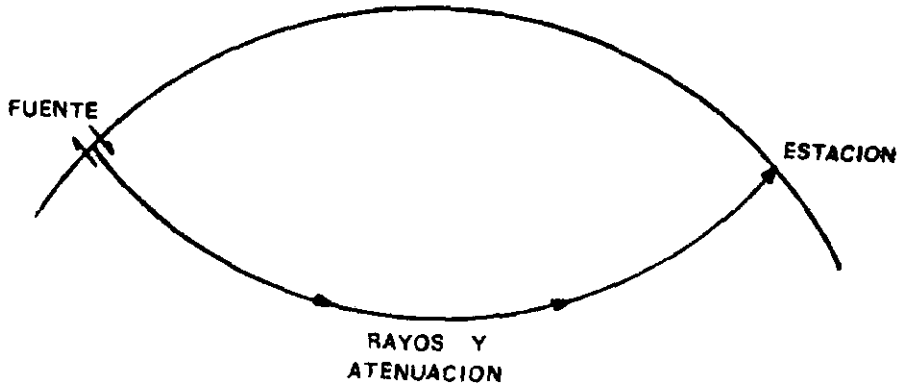


Figura 5. Trayectoria del rayo desde el foco hasta la estación.

**P** y **T/Q = 4** para ondas **S** a distancias epicentrales superiores a 30°, la dependencia temporal de la fuente sísmica se puede obtener a partir del término **u(t)**. El método del primer impulso nos permite obtener la orientación del plano de falla, pero no proporciona información alguna sobre la función temporal de la fuente sísmica. Las técnicas de modelización de formas de onda y deconvolución permiten obtener la función temporal de la fuente sísmica.

### Modelización de formas de onda

El método de modelización de formas de onda consiste en el cálculo de sismogramas teóricos a partir de un modelo de fuente sísmica definido por la orientación, la función temporal y el momento sísmico escalar de una fuente puntual. La comparación entre el sismograma sintético y el observado permite ajustar los parámetros que definen el modelo de fuente.

El método que se describirá corresponde a modelización de ondas **P** para un modelo de fuente puntual y dislocación de cizalla representada por un doble par de fuerzas (**DC**). La componente vertical del desplazamiento observado en una estación para este modelo de fuente viene dado por la expresión

$$u_z^p = \frac{M_0}{4\pi\rho\alpha^3 r} R^p(\Phi, i_h) g(\Delta) c_z(i_0) f(t-r/\alpha) \quad (12)$$

siendo  $\rho$  densidad del medio,  $\alpha$  la velocidad de propagación de las ondas **P**,  $r$  la distancia medida a lo largo del rayo desde el foco a la estación,  $R^p(\Phi, i_h)$  el patron de radiación de la onda **P** directa que depende de la orientación de la fractura,  $g(\Delta)$  es el efecto de la expansión del frente de onda,  $c_z(i_0)$  el efecto de la superficie libre ( $i_0 =$  ángulo de incidencia en la estación) y  $f(t-r/\alpha)$  la función temporal de la fuente sísmica (Deschamps et al., 1980). Hay que tener en cuenta, que la función temporal  $f(t)$  representa la dependencia temporal de la velocidad del deslizamiento  $\Delta\dot{u}(t)$ .

Si consideramos que el foco está a profundidad  $h$ , además del rayo directo **P**, en la superficie libre de la Tierra se producen las reflexiones **pP** y **sP** que llegan a la estación poco después que la onda **P** (figura 6), lo que implica modificar la expresión (12)

$$u_z^p = \frac{M_0}{4\pi\rho_h\alpha^3 r_h} g(\Delta) c_z(i_0) \{ R^p(\Phi, i_h) f(t-t_p) + \\ + R^p(\Phi, i_h) v^{pp} f(t-t_{pp}) + R^{sv}(\Phi, \pi, -j_h) v^{sp} f(t-t_{ps}) \} \quad (13)$$

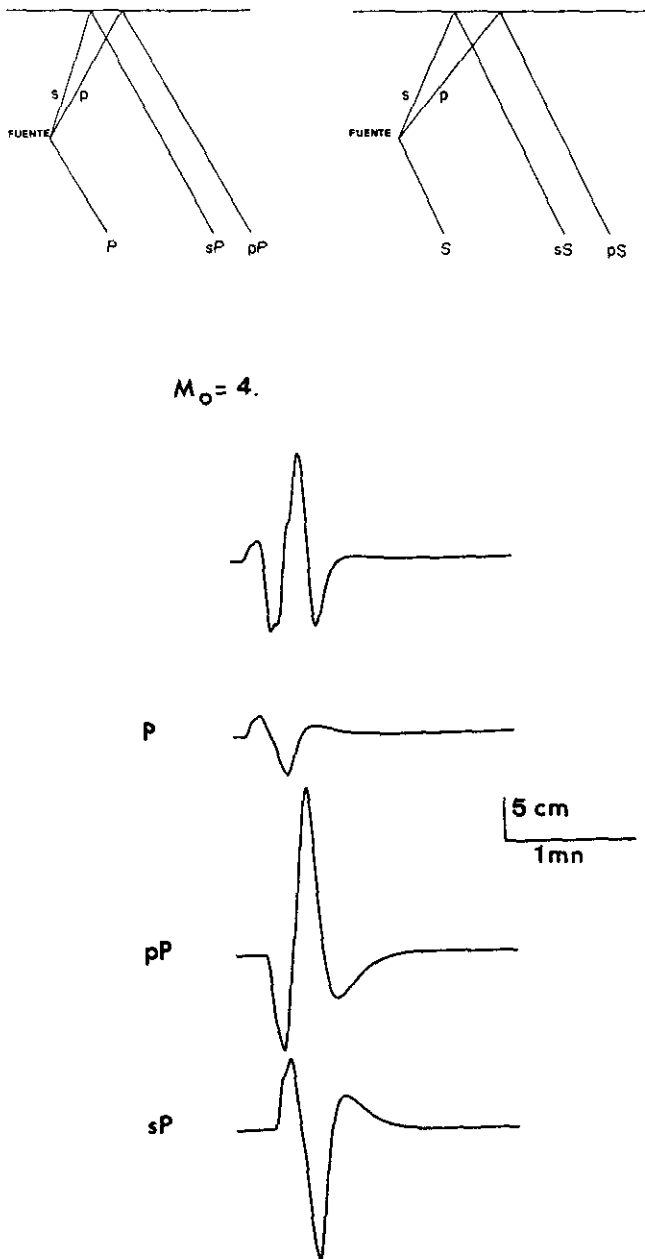


Figura 6. Reflexiones de ondas P en la superficie de la Tierra y sismograma teórico construido a partir de esas reflexiones (Madariaga, 1985).

El primer sumando corresponde a la onda **P** directa, el segundo a la **pP** y el tercero a **sP**; **R** y **R<sup>SV</sup>** son los patrones de radiación normalizados para ondas **P** y **SV**. Para las ondas **pP** y **sP** los rayos van hacia arriba, lo que corresponde a ángulos de incidencia de  $\pi - j_h$ , **v<sup>PP</sup>** y **v<sup>SP</sup>** son los coeficientes de reflexión en la superficie de las ondas, **t<sub>p</sub>** el tiempo de llegada de la **P** (**r/α**), **t<sub>pp</sub>** y **t<sub>ps</sub>** el tiempo de llegada de las ondas **pP** y **sP** a la estación y vienen dados por las ecuaciones

$$t_{pp} = t_p - \frac{2 h \cos i_h}{\alpha_h} \quad (14)$$

$$t_{sp} = t_p - h \left[ \frac{\cos j_h}{\beta_h} + \frac{\cos i_h}{\alpha_h} \right] \quad (15)$$

A partir de estas ecuaciones se calcula el desplazamiento teórico **u<sub>z</sub><sup>P</sup>(t)** para cada estación que corresponde a la suma de las tres llegadas que se han descrito (figura 6). Dependiendo de la profundidad **h** del sismo, varía el tiempo de llegada de las fases **pP** y **sP** con respecto a la **P**, de forma que a mayor profundidad mayor es la diferencia entre los tiempos de llegada, lo que se manifiesta en una mayor complejidad de la forma de onda. El desplazamiento **u(t)** obtenido hay que convolucionarlo con el instrumento **I(t)** y con la el factor de atenuación del medio, **Q(t)**, para poder efectuar la comparación entre el sismograma teórico y el observado.

Existen diversos programas numéricos para realizar la modelización (Deschamps et al., 1980; Helmberger, 1983; Nabelek, 1984). La técnica que se describe a continuación es la desarrollada por Deschamps et al. (1980).

Los datos necesarios para cada estación (limitadas al rango de distancias epicentrales comprendido entre 30° y 90°) son: la forma de la onda **P** (valores numéricos de la amplitud en cm), el ángulo de incidencia en el foco, azimut y ángulo de incidencia en la estación. Además, es necesario la orientación del plano de falla dada por sus valores  $\phi$ ,  $\delta$  y  $\lambda$ , la profundidad del terremoto y una función temporal para la fuente sísmica dada en forma de triángulo o trapecio **f(t)**. A partir de estos parámetros iniciales comienza el proceso de modelado: se calcula el sismograma teórico para una estación y se compara con el observado. Mediante un proceso iterativo en el que se varían los parámetros  $\phi$ ,  $\delta$ ,  $\lambda$ , **h** y **f(t)**, se obtiene el mejor ajuste posible entre el sismograma sintético y el observado. La solución obtenida se ensaya con el resto de las estaciones de las que se posee registro. Sucesivas iteraciones permiten obtener la solución que presenta un mejor ajuste en un número máximo de estaciones. De esta forma, se puede recalcul-

lar la profundidad del terremoto y la orientación del plano de falla determinados por otros métodos (tiempos de llegada y polaridades, por ejemplo). Formas de onda simples indican terremotos superficiales y fuentes simples, mientras que las formas de onda complejas pueden ser debidas a terremotos profundos o fuentes complejas. Un ejemplo de esta ambigüedad se muestra en la figura 7: Para un terremoto se han modelado las mismas estaciones utilizando una fuente sencilla a profundidad de 40 km o una fuente más compleja a profundidad de 12 km.

El problema de la modelización de formas de onda a distancias regionales (distancias epicentrales entre 100 y 1000 km) es más complicado, ya que en este caso, la estructura del medio tiene gran importancia en las formas de onda y el problema reside en separar en el sismograma la parte de las formas de onda debidas a efectos de la fuente y el efecto de la propagación en el medio, siendo necesarios modelos detallados de estructura de corteza y manto superior propios para cada región (Helmberger y Engen, 1980; Koch, 1991; Sileny et al., 1992)

### Funciones de Green empíricas

Esta técnica se basa en el uso de terremotos de magnitud pequeña como funciones de Green empíricas, que incluyen los efectos de propagación en el medio y de sitio, para modelar terremotos de magnitud mayor y con el mismo hipocentro (Mueller, 1985; Frankel y Kanamori, 1983; Frankel et al., 1986; Mori y Frankel, 1990).

Supongamos que  $w_1(t)$  y  $w_2(t)$  son los sismogramas observados en la misma estación,  $ST$ , para dos terremotos con el mismo hipocentro y diferente magnitud. Como ya se ha visto, el sismograma es el resultado de la convolución del instrumento  $I(t)$ , el mismo para los dos sismos, la propagación en el medio,  $Q(t)$ , y el campo de desplazamientos generados por el terremoto

$$\begin{aligned} w_1(t) &= I(t) * Q(t) * u_1(t) \\ w_2(t) &= I(t) * Q(t) * u_2(t) \end{aligned} \quad (16)$$

Si los dos terremotos tienen el mismo mecanismo, el patrón de radiación es idéntico en ambos desplazamientos y según la ecuación (11), la diferencia entre ambos sismogramas es debida sólo a la función temporal de la fuente sísmica. Si la frecuencia esquina del terremoto de menor magnitud, es mayor que el rango de frecuencias que nos interesa, podemos considerar su sismograma debido a una función temporal tipo delta de Dirac y por tanto si efectuamos el cociente de los sismogramas  $w_1(t)$  y  $w_2(t)$  en el dominio de las frecuencias, el resultado es la función de la fuente sísmica del sismo de mayor magnitud  $F(\omega)$

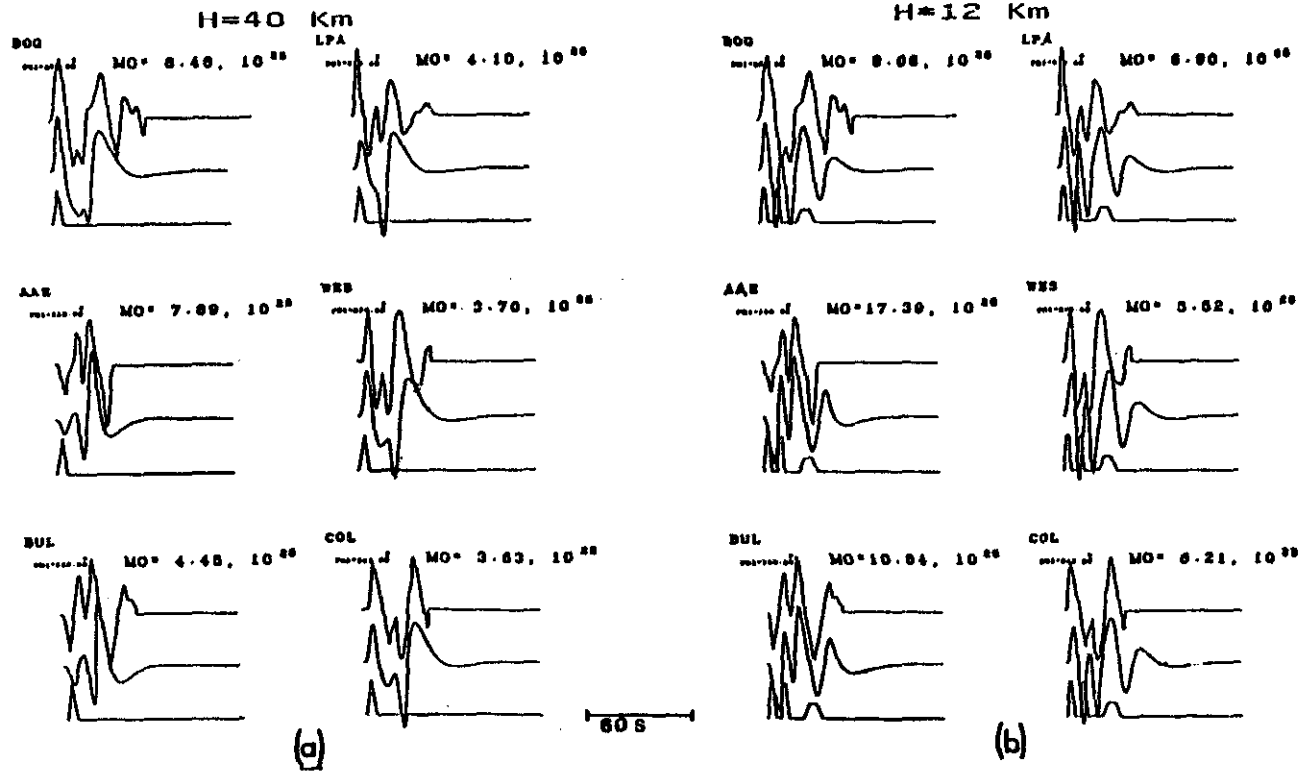


Figura 7. Modelización del terremoto de 15 de Marzo de 1964 utilizando una fuente sencilla de 6 s. y profundidad de 40 km (izquierda) y una fuente compleja y profundidad superficial, 12 km. En la parte superior se muestra el sismograma observado y en la parte inferior el teórico.



$$\frac{w_1(\omega)}{w_2(\omega)} = \frac{u_1(\omega)}{u_2(\omega)} = F(\omega) \quad (17)$$

Aplicando la transformada inversa de Fourier a la señal  $F(\omega)$  se obtiene la función temporal  $f(t)$  del sismo de mayor magnitud. A partir de esta función es posible calcular el momento sísmico escalar, determinado por el área encerrada bajo la curva, y las dimensiones de la fractura por la anchura o duración de la función temporal (Mori y Frankel, 1990).

Los datos necesarios para aplicar este método son: pares de sismogramas en una estación que correspondan a sismos con el mismo hipocentro y con una diferencia mínima en magnitud de un grado y máxima de 2.5 grados. Las formas de ondas para ambos terremotos deben de ser idénticas, para que se cumpla la hipótesis de que el mecanismo y por tanto, el patrón de radiación de los dos terremotos, es el mismo. A ambas señales se les aplica la transformada de Fourier, se obtiene el espectro de amplitud, se dividen esos espectros y al espectro cociente se le aplica la transformada inversa de Fourier. Normalmente la señal obtenida, que representa la fuente sísmica, se filtra. En la figura 8 se muestra un ejemplo de esta técnica. En la parte inferior se muestran los registros de dos terremotos con el mismo hipocentro y magnitudes de 3.2 y 4.5. En la parte central se han representado los espectros de amplitud de ambas señales y el espectro cociente, mientras que en la parte superior se muestra la función temporal de la fuente sísmica, con una duración de 0.56s.

Este método también permite detectar efectos de directividad, lo que se traduce en formas de la fuente sísmica diferentes para varias estaciones, si bien el área delimitada por la misma, debe de ser idéntica para todas las estaciones.

Esta técnica resulta de gran interés en el estudio de terremotos a distancias regionales, ya que permite separar los efectos de la fuente y trayectoria, lo que no siempre es posible con el método de modelización de formas de onda.

## ANÁLISIS ESPECTRAL

Si se realiza un análisis espectral de ondas sísmicas, el espectro de amplitud depende de las dimensiones de la fuente sísmica y de la función temporal de la fuente sísmica (Udías en este volumen). Sin embargo tanto los modelos de fractura circular (modelo de Brune) como el de fractura rectangular de Haskell, presentan características comunes (figura 9): una parte plana en las bajas frecuencias, relacionada con el momento sísmico escalar  $M_0$ , y una caída del espectro a partir de una frecuencia  $f_c$  (frecuencia

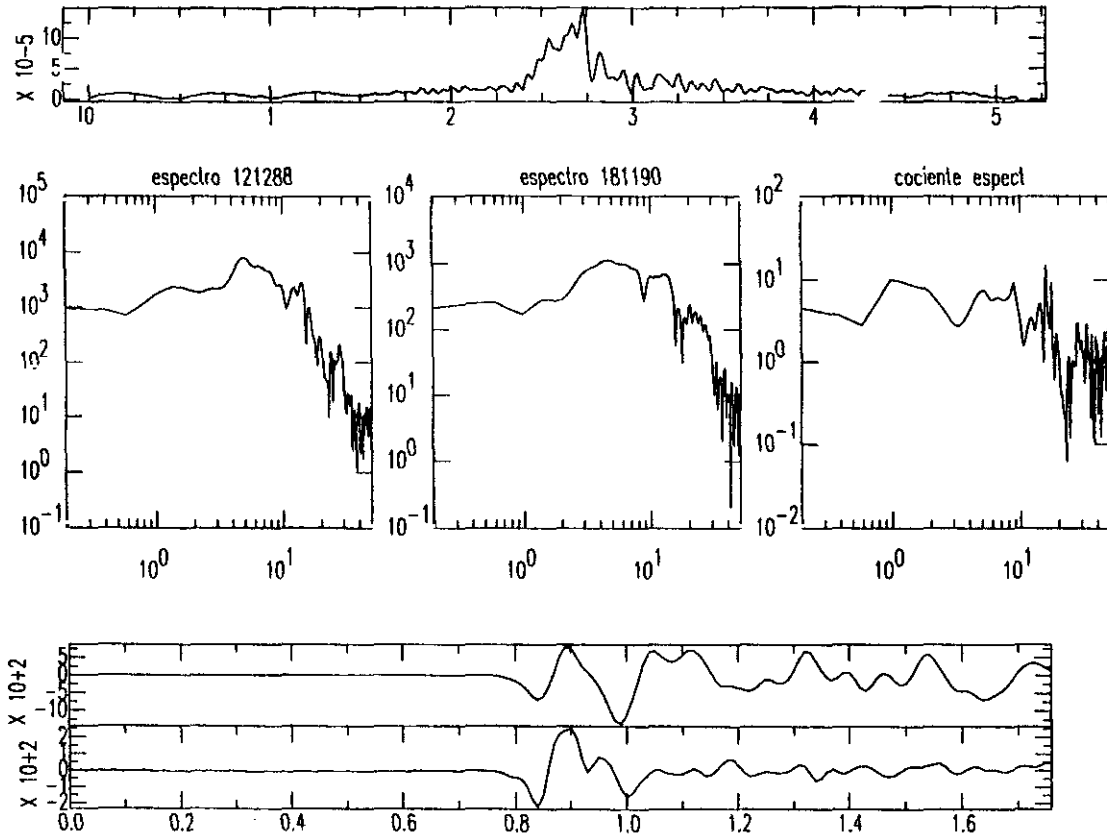


Figura 8. Función temporal de la fuente sísmica (parte superior de la figura) calculada a partir de la deconvolución de dos sismogramas registrados en la misma estación (parte inferior de la figura).

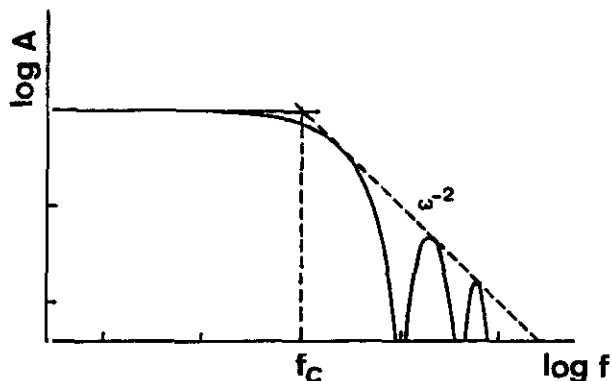


Figura 9. Espectro de amplitud de ondas P y S.

esquina) que es proporcional a las dimensiones de la fractura. Por tanto es posible calcular los parámetros que definen las dimensiones de la fractura a partir de los espectros de amplitudes de las ondas sísmicas. La expresión que permite obtener el momento sísmico escalar para ondas internas es

$$M_0 = \frac{\Omega_0 4\pi\rho v^3 a \exp(\omega r / v_i Q_i)}{c_i(i_0) R(\phi, \delta, \lambda, i_h)} \quad (18)$$

donde  $\Omega_0$  es la parte plana del espectro de las ondas **P** o **S**,  $\rho$  la densidad en el foco,  $v$  la velocidad de las ondas **P** o **S** en la región focal,  $r$  la distancia medida a lo largo del rayo (normalmente se sustituye por la distancia epicentral), la exponencial representa la atenuación (**Q** es el factor de calidad),  $g(\Delta)$  y  $c(i_0)$  representan la expansión geométrica y el efecto de la superficie libre (se han descrito en el capítulo anterior de modelización) y **R** es el patrón de radiación definido por la orientación de la fractura y el ángulo de incidencia en el foco.

El radio de una falla circular se puede calcular a partir de la frecuencia de esquina  $f_c$

$$r = \frac{2.34 \beta}{2 \pi f_c} \quad (19)$$

en el caso de una falla rectangular lo que se calcula es el producto de **LD**, es decir de la longitud por la anchura de la fractura

$$\sqrt{LD} = \frac{1.7 \alpha}{2 \pi f_c} = \frac{3.8 \beta}{2 \pi f_c} \quad (20)$$

A partir de  $M_0$  y de las dimensiones  $\mathbf{r}$  o  $\mathbf{L}$  y  $\mathbf{D}$ , se pueden calcular otros parámetros como la caída de esfuerzos  $\Delta\sigma$  o el desplazamiento medio  $\Delta\hat{u}$

$$\Delta\sigma = \frac{M_0}{S^{3/2}} \quad (21)$$

$$\Delta\hat{u} = \frac{M_0}{\mu S} \quad (22)$$

siendo  $S$  el área de la fractura y  $\mu$  el módulo de cizalla.

Los datos necesarios para utilizar este método son: registro digital de la onda  $\mathbf{P}$  o  $\mathbf{S}$  y la función de transferencia del instrumento. A la señal  $\mathbf{w}(\mathbf{t})$  se le aplica la transformada de Fourier obteniéndose  $\mathbf{W}(\omega)$ , se recomienda un mínimo de 256 puntos. Esta señal hay que corregirla por el instrumento, lo que implica tener la función de transferencia del mismo. Los registros digitales pueden ser registros de velocidad o de desplazamiento. Supongamos que nuestro sismograma  $\mathbf{s}(\mathbf{t})$  corresponde a un registro de velocidad = instrumento + movimiento del suelo en velocidad

$$\mathbf{s}(\mathbf{t}) = \mathbf{T}(\mathbf{t}) * \mathbf{v}(\mathbf{t}) \quad (23)$$

$$\hat{\mathbf{s}}(\omega) = \hat{\mathbf{T}}(\omega) \hat{\mathbf{v}}(\omega) \quad (24)$$

siendo  $\mathbf{T}$  la función de transferencia del instrumento en velocidad, si  $\mathbf{g}(\mathbf{t})$  es el desplazamiento del suelo se puede obtener por integración de  $\mathbf{v}(\mathbf{t})$

$$\mathbf{g}(\mathbf{t}) = \int_v \mathbf{v}(\mathbf{t}) \, d\mathbf{t} \quad (25)$$

$$\hat{\mathbf{g}}(\omega) = \frac{\hat{\mathbf{v}}(\omega)}{i \omega} \quad (26)$$

$$\hat{\mathbf{s}}(\omega) = \hat{\mathbf{T}}(\omega) i \omega \hat{\mathbf{g}}(\omega) \quad (27)$$

por tanto el desplazamiento del suelo en el dominio de frecuencias viene dado por

$$\hat{g}(\omega) = \frac{\hat{s}(\omega)}{\hat{T}_1(\omega)} \quad (28)$$

siendo  $T_1(\omega)$  la función de transferencia del instrumento en desplazamiento. Dado que los espectros que queremos calcular son espectros de amplitud de desplazamiento, aunque la señal esté en velocidad la función de transferencia que hay que utilizar debe ser la de desplazamiento. Normalmente estas funciones se dan en forma de polos y ceros, incluyendo el factor de conversión de cuentas a movimiento del suelo. Por ejemplo para un instrumento Streckeisen (sismógrafo de banda ancha)

$$\hat{T}_1(f) = \frac{2\pi i G}{f^2 - 2ihff_0 - f_0^2} \quad (29)$$

$$\omega = 2\pi f$$

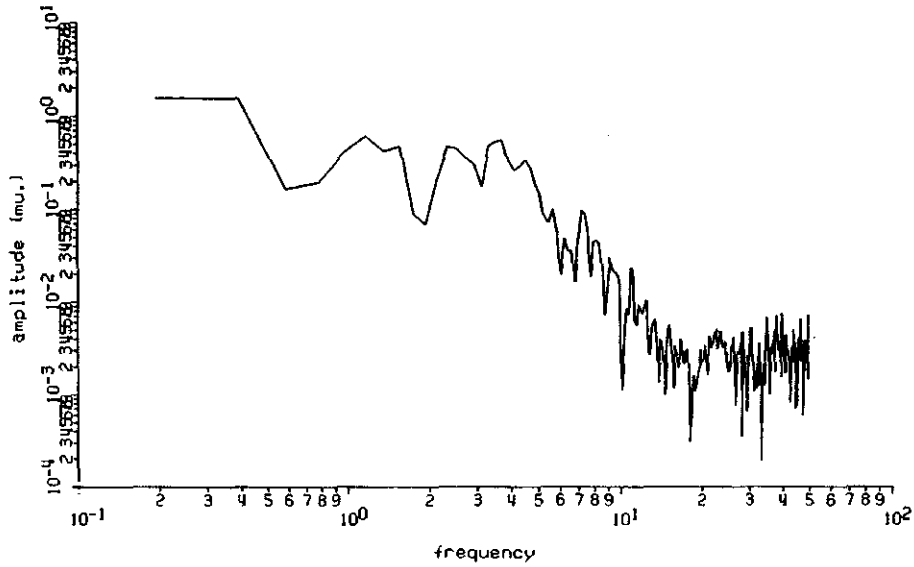
siendo  $f_0 = 0.00278$  Hz,  $h = 0.707$ ,  $G = 1.04 \times 10^7$  cuentas/cm s<sup>-1</sup>.

Una vez corregido el espectro por el instrumento, es posible calcular los valores de  $\Omega_0$  y  $f_c$ . En la figura 10 se muestra una señal correspondiente a una onda, registrada en un instrumento de periodo corto y componente vertical, el espectro de amplitud obtenido corregido por el instrumento y los valores de  $\Omega_0$  y  $f_c$ .

## INVERSION DEL TENSOR MOMENTO SISMICO

La mayor parte de los métodos presentados utilizan como modelo de fuente sísmica una fuente puntual que corresponde a una fractura de cizalla o su equivalente un doble par de fuerzas (**DC**). Sin embargo no todos los terremotos obedecen a este modelo de fractura, así por ejemplo, los terremotos con foco profundo su mecanismo no siempre corresponde a un doble par. Por tanto un planteamiento más general es la utilización del tensor momento sísmico como representación de la fuente sísmica. En este caso para un foco puntual el campo de desplazamientos viene dado por la expresión

$$u_k(t) = M_{ij}(t) * G_{ki,j}(t) \quad (30)$$



station: ejim

event: jul0187

$$\Omega_0 \approx 4 \times 10^{-1} \mu$$

$$f_c = 4 \text{ Hz}$$

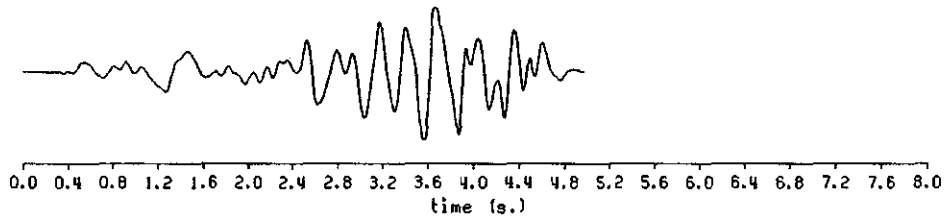


Figura 10. Espectro de amplitud de onda P. En la parte inferior se muestra el registro original y en la superior el espectro de amplitud corregido por el instrumento.

y en el dominio de frecuencias

$$u_k(\omega) = M_{ij}(\omega) G_{kij}(\omega) \quad (31)$$

donde  $M_{ij}$  son las componentes del tensor momento sísmico y  $G_{kij}$  las derivadas de la función de Green. Si se supone que el mecanismo de la fuente no cambia con el tiempo

$$M_{ij}(t) = M_{ij} f(t) = M_0 m_{ij} f(t) \quad (32)$$

el tensor unitario  $m_{ij}$  puede descomponerse en una parte que representa el cambio de volumen, otra que representa el **DC** y una tercera que corresponde al **CLDV**, o parte de no doble par. En el caso más general,  $m_{ij}(t)$  varían en el tiempo.

Por tanto, si conocemos  $G_{kij}$  y  $u_k$ , observaciones, el cálculo de  $M_{ij}$  es sencillo, basta con invertir la ecuación (30) que en forma matricial puede escribirse

$$U = G M \quad (33)$$

donde  $U$  es un vector de dimension  $n$  ( $U(n)$ , siendo  $n$  el número de observaciones),  $M$  tiene dimensión  $6$  ( $M(6)$ ) y  $G$  es una matriz de dimensión  $n \times 6$ .

Las 6 componentes de  $M$  se reducen a 5 introduciendo la condición de que no exista cambio de volumen, es decir

$$M_{xx} + M_{yy} + M_{zz} = 0 \quad (34)$$

y la solución al problema puede obtenerse por mínimos cuadrados a partir de la ecuación

$$M = (G^T G)^{-1} G^T U \quad (35)$$

Existen diversos métodos para realizar esta inversión (Sipkin, 1982; Dziewonski et al., 1981). Los datos utilizados pueden ser ondas superficiales, internas, oscilaciones libres de la Tierra, etc, y la inversión puede efectuarse tanto en el dominio del tiempo como de la frecuencia. En todo caso hay que tener en cuenta que en la ecuación (31) lo que intervienen son los desplazamientos y el sismograma es el resultado de la convolución de estos con el instrumento, ecuación (10). En cuanto a las derivadas de las funciones de Green se calculan para modelos teóricos de Tierra y dependen de la posición de la fuente puntual (ccordenadas hipocentrales) y de la posición del observador. Para distancias telesísmicas, se utilizan modelos standard de Tierra, el problema surge a distancias regionales, para los que

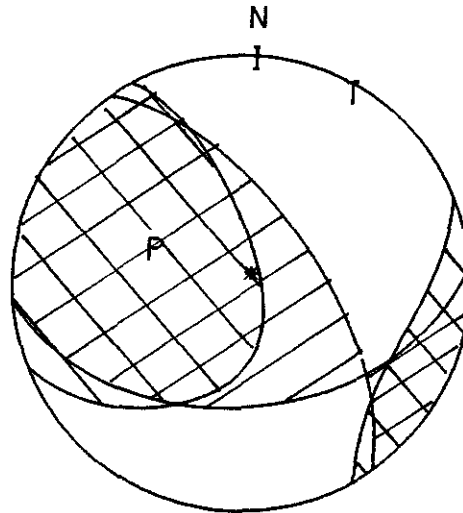


Figura 11. Mecanismo focal obtenido a partir de la inversión de las componentes del tensor momento sísmico. La parte rayada indica la solución de doble par y la cuadrada la solución que incluye la parte de no doble par.

hay que utilizar modelos de Tierra propios de la región estudiada. La inversión lineal permite calcular también la profundidad del sismo.

Desde los años 80, el U. S. Geological Survey en su Boletín Preliminar de Sismos, incluye determinaciones del tensor momento sísmico utilizando el método del Centroide (CMT) hecho de forma rutinaria en Harvard para sismos de magnitud superior a 5.5, las soluciones determinadas por el método de Sipkin (1982), ambas obtenidas a partir de ondas internas, y la solución correspondiente a ondas Rayleigh (PAR) según el método de Romanowicz y Guillemant (1984).

En la figura 11 se muestra el mecanismo focal obtenido por inversión de ondas internas según el método del CMT indicándose también los valores de las componentes del tensor momento sísmico. En la figura también se ha representado la solución que corresponde al mejor doble par.

$$\begin{aligned}
 m_{xx} &= 8.90 \\
 m_{xy} &= 5.80 \\
 m_{xz} &= 1.10 \\
 m_{yy} &= -6.60 \\
 m_{yz} &= 9.93 \\
 m_{zz} &= -2.30
 \end{aligned}$$

tanto por ciento de no doble par = 14.38



La ventaja de esta técnica, es que además de su planteamiento más general, es necesario un número menor de observaciones ya que utiliza más información de cada sismograma.

## CONCLUSIONES

Existen diversos métodos que permiten obtener el mecanismo focal de un terremoto a partir de los registros del mismo. Algunos de estos métodos utilizan un mínimo de información de cada sismograma, siendo los más sencillos pero también los que proporcionan menos detalles sobre el proceso de fractura. Tal es el caso del uso de polaridades de la onda **P**, que es el método más sencillo, pero solo permite obtener la orientación de ejes principales de esfuerzos y planos de falla. Las técnicas de modelización y deconvolución permiten calcular la función temporal de la fuente sísmica, el momento sísmico escalar y en el primero de los casos ajustar la profundidad del sismo. El planteamiento más general corresponde al método de inversión del tensor momento sísmico, que además de los parámetros ya mencionados, puede calcular la componente de no doble par para el terremoto. La determinación de las dimensiones de la fractura, puede hacerse también de forma muy sencilla utilizando las técnicas de análisis espectral.

La aplicación de estos métodos a observaciones telesísmicas es fácil ya que se utilizan modelos medios de Tierra. Sin embargo su aplicación a observaciones de terremotos a distancias regionales es más problemática, ya que son necesarios modelos detallados de estructura para la región estudiada y siempre existe la dificultad en separar la parte del sismograma debida a la fuente de la que corresponde a la propagación. Salvo en el método del primer impulso de la onda **P**, también es necesario disponer de las funciones de transferencia de los instrumentos.

## AGRADECIMIENTOS

El autor desea expresar su agradecimiento a P. Coca, quien proporcionó algunas de las figuras. Este trabajo ha sido subvencionado en parte por la Dirección General de Investigación Científica y Técnica, proyecto PB-92-0184 y por la Comunidad Europea, proyecto PL93-1534. Publicación No. 357 del departamento de Geofísica de la Universidad Complutense de Madrid.

## REFERENCIAS

- BERNARD, P. y ZOLLO, A. (1988). Inversion of S polarization from near-source accelerograms. Application to the records of 1980 Irpinia earthquake (Italy). En: J. Bonin et al., (eds). Seismic hazard in Mediterranean region. Bruselas, 59-69.
- BRILLINGER, D.; UDÍAS, A. y BOLT, B. A. (1980). A probability model for regional focal mechanism solutions. Bull. Seism. Soc. Am. 70, 149-170.
- BUFORN, E. (1983). Estudio estadístico de la dirección de esfuerzos principales en terremotos. Tesis Doctoral. Universidad Complutense, Madrid.
- BUFORN, E. (1985). Métodos para la determinación del mecanismo focal de los terremotos a partir de la polaridad de las ondas P. En: A. Udías, D. Muñoz y E. Buforn (eds). Mecanismo de los terremotos y tectónica. Universidad Complutense, Madrid, 117-139.
- COCA, P. (1993). Mecanismos focales en el sur de España: periodo 1965-1985. Tesis de Licenciatura. Universidad Complutense, Madrid.
- DESCHAMPS, A.; LYON-CAEN, H. y MADARIAGA, R. (1980). Mise au point sur les méthodes de calcul de sismogrammes synthétiques de longue période. Ann. Géophys. 36, 167-178.
- DZIEWONSKI, A. M.; CHOU, T. A., y WOODHOUSE, J. H. (1981). Determination of earthquake source parameters from waveform data for studies of global and regional seismicity. J. Geophys. Res. 86, 2825-2852.
- FRANKEL, A., y KANAMORI, H. (1983). Determination of rupture duration and stress drop from earthquakes in southern California. Bull. Seism. Soc. Am. 73, 1527-1551.
- FRANKEL, A.; FLETCHER, J.; VERNON, F.; HAAR, L.; BERGER, J.; HANKS, T., y BRUNNE, J. (1986). Rupture characteristics and tomography source imaging of  $M_L \approx 3$  earthquakes near Anza, Southern California. J. Geophys. Res. 91, 12633-12650.
- HELMBERGER, D. V. (1983). Theory and application of synthetic seismograms. En: Earthquakes, Theory and Interpretation, H. KANAMORI y E. BOSCHI (eds.). North-Holland, Amsterdam, 174-222.
- HELMBERGER, D. V., y ENGEN, G. R. (1980). Modelling the long-period body waves from shallow earthquakes at regional ranges. Bull. Seism. Soc. Am., 70, 1699-1714.
- KASAHARA, K. (1963). Computer program for a fault-plane solution. Bull. Seism. Soc. Am. 53, 1-13.
- KISSLINGER, C. (1980). Evaluation of S to P amplitude ratios for determining focal mechanisms from regional networks observations. Bull. Seism. Soc. Am. 70, 999-1014.
- KNOPOFF, L. (1961). Analytical calculation of the fault plane problem. Publ. Dom. obs., otawwa, 24, 309-315.
- KOCH, K. (1991). Moment tensor inversion of local data. I. Investigation of the method and its numerical stability with model calculations. Geophys. J. Int. 106, 305-319.

- MADARIAGA, R. (1985). Dinámica de la fuente sísmica. En: A. Udías, D. Muñoz y E. Buforn, Mecanismo de los terremotos y tectónica. Editorial Complutense, Madrid, 61-100.
- MAO, W. J.; PANZA, G. F. y SUHADOLC, P. (1994). Linearized waveform inversion of local and near-regional events for source mechanism and rupturing processes. *Geophys. J. Int.* 116, 784-798.
- MORI, J., y FRANKEL, A. (1990). Source parameters for small events associated with the 1986 North Palm Springs, California, earthquake determined using empirical Green functions. *Bull. Seism. Soc. Am.* 80, 278-285.
- MÜLLER, G. (1985). The reflectivity method: a tutorial. *J. Geophys.* 58, 153-174.
- NABELK, J. L. (1984). Determination of earthquake source parameters from inversion of body waves. PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology.
- RIVERA, L. y CISTERNAS, A. (1990). Stress tensor and fault plane solutions for a population of earthquakes. *Bull. Seism. Soc. Am.* 80, 600-614.
- SILENY, J.; PANZA, G. F., y CAMPUS, P. (1992). Waveform inversion for point source moment tensor retrieval with variable hypocentral depth and structural model. *Geophys. J. Int.* 109, 259-274.
- UDÍAS, A. (1964). A least squares method for earthquake mechanism determination using S-wave. *Bull. Seism. Soc. Am.* 54, 2036-2048.
- UDÍAS, A. y BUFORN, E. (1988). Single and joint fault-plane solutions from first motion data. En: D. Doornbos. *Seismological Algorithms*. Academic Press, Londres, 443-453.
- WICKENS, A. J. y HODGSON, J. H. (1967). Computer reevaluation of earthquake mechanism solutions 1922-1962. *Publ. Dom. Obs., Ottawa* 33, 1-560.