

# *Mecanismo de los terremotos: modelos cinemáticos*

## *Mechanism of earthquakes: kinematic models*

Agustín UDÍAS

Dpto. de Geofísica, Universidad Complutense, Madrid

### **RESUMEN**

Los terremotos están causados por el desplazamiento súbito en una fractura o falla de la corteza terrestre bajo la acción de esfuerzos tectónicos. Los modelos de fractura desarrollados para representar el foco de un terremoto se pueden dividir en modelos cinemáticos y dinámicos. Las ideas básicas de los modelos cinemáticos se presentan brevemente. Se deducen los desplazamientos elásticos para fuentes puntuales y extensas y para modelos con iniciación, propagación y parada de la fractura.

### **ABSTRACT**

Earthquakes are caused by the sudden displacement on a fracture or fault of the earth crust under tectonic stresses. Models of fracture processes that have been developed to represent the source of earthquakes can be divided into kinematic and dynamic models. Basic ideas of kinematic models are briefly presented. Elastic displacements for point and extended sources, as well as for models with nucleation, propagation and stopping of fracture are deduced.

### **TERREMOTOS Y FRACTURAS**

A mediados del siglo XIX, se empezó a relacionar la ocurrencia de los terremotos con las fallas geológicas observables en el terreno. Entre los primeros estudios de este tipo se encuentran los de A. von Humbolt, la descripción clásica de C. Lyell del terremoto de Nueva Zelanda de 1853 y la

de B. Koto del terremoto de Neo, Japón, de 1891. Para finales del siglo pasado, ya se había generalizado la idea de que los terremotos son producidos por el movimiento relativo de las dos partes de una fractura de la corteza terrestre. A principios de siglo, autores como E. Suess, F. Montessus de Ballore y A. Sieberg consideraron ya la causa de los terremotos en la acumulación de esfuerzos en la corteza terrestre, relacionados con los procesos orogénicos.

A medida que se ha ido aumentando la precisión en la determinación de los epicentros, su correlación con las fallas geológicas se ha ido haciendo mas clara. Se ha observado que la profundidad de los terremotos superficiales se extiende, generalmente, desde la superficie hasta una profundidad máxima de unos 15 km a 20 km. Esta observación, obtenida primeramente en California, se ha ido extendiendo a otras regiones sísmicas, aunque en alguna de ellas, la profundidad máxima se extiende a profundidades mayores. Esta observación ha llevado a establecer, lo que se denomina la capa sismogénica o capa capaz de producir terremotos, cuyo espesor, generalmente, no pasa de los primeros 20 km de la corteza terrestre. Esta capa es suficientemente rígida para romperse por fracturas frágiles, bajo la acción de los esfuerzos tectónicos. Por debajo de esta profundidad, el material de la litosfera terrestre es suficientemente ductil, para deformarse sin romperse en fenómenos de flujo plástico. En ella, los esfuerzos son relajados asísmicamente (Scholz, 1989).

Dado que sólo pueden ocurrir en el material suficientemente rígido de la corteza, los terremotos a profundidad intermedia y profunda corresponden a zonas, en las que este material ha sido introducido dentro del manto conservando su rigidez. El caso mas típico es el de las zonas de subducción, en las que el material conserva su rigidez hasta profundidades de 700 km. Aunque se han propuesto otros tipos de mecanismo para los terremotos profundos, como cambios súbitos de fases mineralógicas, éstos parecen, sin embargo, estar tambien de acuerdo con el modelo de fractura. Este modelo, por tanto, parece corresponder de forma universal a los procesos de la fuente de los terremotos.

## **MODELOS DE FRACTURA**

Una vez que se ha identificado la ocurrencia de los terremotos con el fenómeno de fractura en la corteza terrestre, se inicia el proceso de búsqueda de modelos físico-matemáticos con que se puedan representar (Udías, 1991). El primer modelo mecánico del proceso en el foco de un terremoto es el propuesto por H.F.Reid en 1910, para explicar el terremoto de San Francisco de 1906. Su explicación del fenómeno sísmico se conoce como la teoría del rebote elástico. Según ella, un terremoto tiene lugar por la fractura del material de la corteza terrestre que relaja total o parcial-

mente los esfuerzos acumulados en una cierta región en forma de deformaciones elásticas, debido a los procesos tectónicos. La fractura, generalmente de cizalla, se inicia en un área pequeña y se propaga sobre toda la superficie de fractura con una velocidad menor que la de cizalla propia del medio. De acuerdo con la teoría de la tectónica de placas, los esfuerzos tectónicos se pueden relacionar finalmente con el movimiento relativo de las placas, generalmente en sus márgenes, pero también con mucha menor frecuencia en su interior.

Desde el punto de vista sismológico, los modelos de fractura tienen por fin, el poder determinar a partir de ellos el campo de desplazamientos elásticos producidos por los terremotos. La comparación de estos desplazamientos con los observados permiten determinar la naturaleza del foco sísmico (Kasahara, 1981). El fenómeno de fractura puede considerarse desde dos puntos de vista, cinemático y dinámico (Aki y Richards, 1980). A estos dos puntos de vista corresponden los modelos cinemáticos y dinámicos de fractura. Los primeros presuponen conocidas las características del desplazamiento de la fractura sobre el plano de falla. Estos modelos comprenden desde los relativamente sencillos de focos puntuales a los más complicados y permiten calcular de forma directa el campo de desplazamientos elásticos resultante. Los modelos dinámicos relacionan los desplazamientos sobre el plano de falla con las condiciones de esfuerzos y la resistencia del material. Estos modelos implican una mayor dificultad y tratan de resolver el problema completo de la fractura (Madariaga, 1983).

## MODELOS CINEMATICOS

El fundamento de todos los modelos del foco sísmico es la ecuación del movimiento en un medio elástico con el que se representa la tierra. Según esta ecuación, los desplazamientos  $\mathbf{u}$  en un medio elástico, infinito y homogéneo, se pueden expresar en la forma

$$C_{ijkl} u_{k,lj} + F_i = \rho \ddot{u}_i \quad (1)$$

Donde  $\mathbf{C}$  son las constantes elásticas del medio,  $\rho$  la densidad y  $\mathbf{F}$  las fuerzas por unidad de volumen que actúan en el medio. Los primeros modelos buscaron representar el proceso en el foco por ciertos sistemas de fuerzas  $\mathbf{F}$  y resolver después la ecuación (1) para los desplazamientos. Estos sistemas de fuerzas deben representar el proceso de fractura por lo que reciben el nombre de fuerzas equivalentes. En el caso más sencillo, se considera que el foco sísmico no tiene dimensiones y se representa por fuerzas que actúan en un punto. Desde las primeras formulaciones de Nakano en 1923, dos modelos se propusieron para representar el foco sísmico, el par de fuerzas y el doble par de fuerzas sin momento resultante. Se pensaba que am-

bos modelos podían representar una fractura puntual. Hasta mediada la década de 1960, no se resolvió definitivamente el problema, al comprobarse que prácticamente en todos los casos, el mecanismo de los terremotos correspondía al modelo del doble par de fuerzas. Este modelo y no el del simple par de fuerzas, puede demostrarse teóricamente que corresponde a una fractura de cizalla.

Si se parte del presupuesto que el foco de un terremoto debe ser el de una discontinuidad en el desplazamiento o dislocación  $\Delta \mathbf{u}$  sobre el plano de falla, el problema puede plantearse en términos de este desplazamiento. Utilizando el teorema de representación y la función de Green  $\mathbf{G}$ , de acuerdo con la formulación introducida por Burridge y Knopoff en 1964, los desplazamientos  $\mathbf{u}$  en un medio elástico infinito y homogéneo viene dados por

$$\mathbf{u}_n(\mathbf{x}_s, t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_{\Sigma} \Delta u_i(\xi_s, \tau) C_{ijkl} n_j dS \quad (2)$$

Donde  $\Sigma$  es la superficie de fractura y  $\mathbf{n}$  su normal. Esta ecuación, nos permite calcular el campo de desplazamientos elásticos  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  en un punto del medio, si conocemos la dislocación o desplazamiento no-elástico  $\Delta \mathbf{u}(\xi, \tau)$  en el plano de falla (Fig. 1). Como esta dislocación no es deducida de los esfuerzos, el problema es considerado desde el punto de vista cinemático. En su formula general, esta ecuación representa cualquier tipo de fractura, no sólo la de cizalla. La función de Green  $\mathbf{G}_{nk}(\mathbf{x}_i, \xi_j)$  tiene en cuenta la propagación en el medio del efecto de la fuente en  $\xi_i$  al punto de observación en  $\mathbf{x}_i$  donde se calculan los desplazamientos elásticos.

Para una fractura de cizalla en la que la dirección de la dislocación viene dada por el vector unitario  $\mathbf{l}$ , de forma que  $\Delta \mathbf{u} = \mathbf{l} \Delta u$ , en un medio isótropo en el que  $\mu$  es el módulo de rigidez, la ecuación (2) queda en la forma

$$\mathbf{u}_n = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_{\Sigma} \mu \Delta u (l_i n_j + l_j n_i) G_{ni,j} dS \quad (3)$$

La coma indica la derivada con respecto a la coordenada  $\xi_j$ .

El desplazamiento en una fractura de cizalla está contenido en el plano de fractura, por lo que  $\mathbf{l}$  y  $\mathbf{n}$  son ortogonales. La orientación de estos vectores se puede relacionar con los ángulos  $\phi$  (acimut),  $\delta$  (buzamiento) y  $\lambda$  (deslizamiento) de la falla (Fig.2). La dependencia del tiempo de la dislocación se puede separar de forma que  $\Delta \mathbf{u}(\xi, t) = \Delta \mathbf{u}(\xi) \mathbf{f}(t)$ . De esta forma  $\mathbf{f}(t)$  representa la dependencia temporal de la fuente.

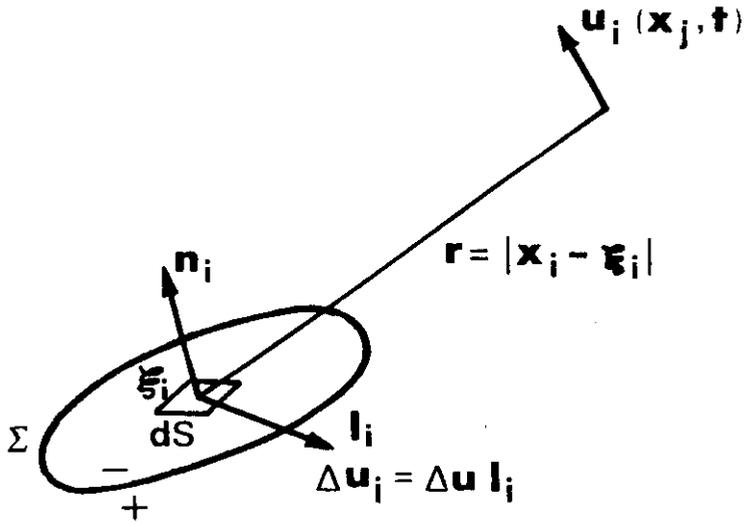


Figura 1. Modelo cinemático de fractura.  $\Delta u(\xi, \tau)$  es la dislocación o desplazamiento sobre el plano de falla  $\Sigma$  y  $u(\mathbf{x}, t)$  los desplazamientos elásticos a una distancia  $r$  de la zona focal.

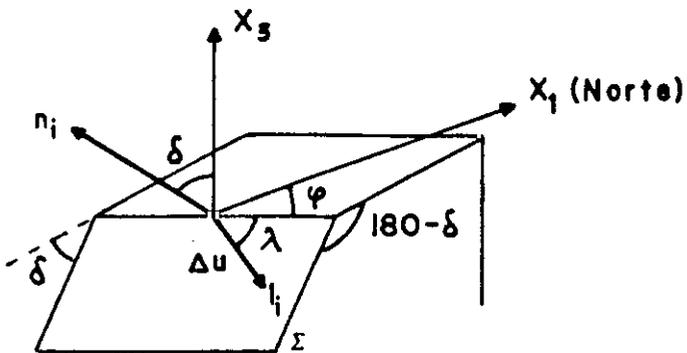


Figura 2. Parámetros de una falla ( $\phi, \delta, \lambda$ ) y su relación con los vectores  $\mathbf{n}$  y  $\mathbf{l}$ .

Una fractura de cizalla corresponde en fuerzas equivalentes a un doble par de fuerzas sin momento resultante, con los pares en las direcciones de  $\mathbf{n}$  y  $\mathbf{l}$ . También es equivalente a dipolos vectoriales de fuerzas de presión  $\mathbf{P}$  y tensión  $\mathbf{T}$ , a  $45^\circ$  de  $\mathbf{n}$  y  $\mathbf{l}$ .

El problema cinemático puede plantearse también en términos del tensor momento sísmico  $\mathbf{M}$ . Esta formulación fué propuesta originalmente por Gilbert en 1970, y su significado clarificado por Backus y Mulcahy en 1976. Este tensor representa los esfuerzos internos necesarios para cancelar las deformaciones no elásticas de la fractura y está relacionado con las fuerzas equivalentes  $\mathbf{F}$  de la ecuación (1) en la forma

$$F_i = -m_{ij,j} \quad (4)$$

Donde  $\mathbf{m}$  es la densidad de momento sísmico por unidad de superficie o de volumen. Si la fuente está definida por una superficie (la superficie de fractura), los desplazamientos elásticos pueden representarse en términos del tensor densidad momento sísmico en la forma-

$$u_k = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_{\Sigma} m_{ij} G_{kij} dS \quad (5)$$

En su forma más general, el tensor momento sísmico representa una fuente de características muy generales, incluyendo cambios de volumen. Al ser  $\mathbf{m}_{ij}$  un tensor simétrico sus valores propios,  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ , son reales y sus vectores propios  $\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \mathbf{d}_3$ , ortogonales forman el sistema de ejes principales. Referido a este sistema el tensor tiene la forma

$$\mathbf{m}_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \quad (6)$$

En el caso más general,  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$  y su suma  $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \neq 0$ . En este caso, el tensor momento sísmico puede separarse en tres partes, una que representa los cambios de volumen o parte isotrópica, otra la aportación de una dislocación de cizalla o doble par de fuerzas y finalmente una tercera que incluye la parte de la fuente que no corresponde a un doble par y que indica cuanto se aparta la fuente de ser una cizalla pura.

$$\mathbf{M}_{ij} = \mathbf{M}_{ij}^{\text{ISO}} + \mathbf{M}_{ij}^{\text{DP}} + \mathbf{M}_{ij}^{\text{NDP}} \quad (7)$$

Esta última parte puede representarse por un dipolo lineal vectorial compensado (Randall y Knopoff, 1970). Para una fractura de cizalla de acuerdo con (3) y (5) el tensor densidad de momento viene dado por.

$$m_{ij} = \mu \Delta u (l_i n_j + l_j n_i) \quad (8)$$

Sus valores propios son  $(\sigma_1, 0, -\sigma_1)$  y sus vectores propios definen los ejes de presión y tensión y el eje nulo. El modulo del tensor momento sísmico es el momento sísmico escalar  $M_0$  que, si la fuente es una fractura de cizalla, viene dado por

$$M_0 = \mu \overline{\Delta u} S \quad (9)$$

Donde  $\overline{\Delta u}$  es el valor medio de la dislocación sobre el area del plano de falla  $S$ . El desplazamiento  $\Delta u$  puede relacionarse con la caída de esfuerzos  $\Delta \sigma$ , que es la diferencia entre los esfuerzos de cizalla actuando sobre el plano de falla antes y despues del terremoto. Para una falla circular de radio  $a$ , la relación es -

$$\Delta \sigma = \frac{7\mu\pi}{16a} \Delta u \quad (10)$$

La caída de esfuerzos es un parámetro importante de la fuente, ya que representa la parte de los esfuerzos que produce la fractura y la radiación de energía en forma de ondas elásticas. En los modelos cinemáticos, la caída de esfuerzos no aparece explícitamente, ya que en ellos, la dislocación  $\Delta u$  es presupuesta y no deducida a partir de  $\Delta \sigma$ . En los modelos dinámicos  $\Delta u$  es deducido de  $\Delta \sigma$  y de las condiciones del material en la zona de fractura.

## FOCO PUNTUAL

Los modelos cinemáticos mas sencillos son los de focos puntuales, en los que la fuente es reducida a un punto sin dimensiones. El modelo puntual es aceptable, si las observaciones estan a gran distancia y son de frecuencias muy bajas en comparación con las dimensiones de la fuente ( $r\lambda \gg L^2$ , donde,  $r$ : distancia,  $\lambda$ : longitud de onda,  $L$ : dimensión de la fuente). Para una fractura de cizalla puntual en el origen de coordenadas, los desplazamientos elásticos en un punto  $\mathbf{x}$  vienen dados dados por

$$u_k(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} M_0(\tau) (n_i l_j + n_j l_i) G_{kij}(t-\tau, \mathbf{x}) d\tau \quad (11)$$

Es decir, la convolución en el tiempo del tensor momento sísmico con las derivadas de la función de Green. La función de Green mas sencilla es la que corresponde a un medio infinito, homogéneo e isótropo. La parte que corresponde al campo lejano, es decir, para valores grandes de  $\mathbf{r}$ , es en este caso,

$$G_{ki} = \frac{1}{4\pi\rho r} \left[ \frac{1}{\alpha^2} \gamma_k \gamma_i \gamma_k \delta\left(t - \frac{r}{\alpha}\right) - \frac{1}{\beta^2} (\gamma_k \gamma_i - \delta_{ki}) \delta\left(t - \frac{r}{\beta}\right) \right] \quad (12)$$

Donde  $\gamma$  son los cosenos directores del vector  $\mathbf{r}$ , desde el foco al punto de observación. Tomando las derivadas en (12) y sustituyendo en (11), se obtiene para las ondas **P** y **S** en el campo lejano

$$u_k^P = \frac{\dot{M}_0(t - r/\alpha)}{4\pi\rho\alpha^3 r} \gamma_k \gamma_i \gamma_j (n_i l_j + n_j l_i) \quad (13)$$

$$u_k^S = \frac{-\dot{M}_0(t - r/\beta)}{4\pi\rho\alpha^3 r} (\gamma_{ik} - \delta_{ik}) \gamma_j (n_i l_j + n_j l_i) \quad (14)$$

El punto indica la derivada con respecto al tiempo.

De acuerdo con (9)  $\dot{M}_0(t) = \mu S \Delta \dot{\mathbf{u}}(t)$ , la forma de los desplazamientos en el tiempo depende de la derivada de la dislocación  $\Delta \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{t})$ , es decir, de la velocidad del desplazamiento de la falla. Como los desplazamientos  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, \mathbf{t})$  dependen de  $\Delta \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{t})$ , esta función se suele denominar la función temporal de la fuente. La función  $\Delta \mathbf{u}(\mathbf{t})$  se suele suponer que empieza en el momento del tiempo origen con un valor nulo y en un tiempo  $\tau_0$  (tiempo de subida o formación) adquiere un valor máximo  $\Delta u_{\max}$ . Su derivada, la función temporal de la fuente, también es nula al principio y final del proceso, asemejándose por una función triangular de duración  $\tau_0$  (Fig.3). Si se quiere introducir en el foco puntual la duración del proceso de fractura a lo largo de una dimensión  $\mathbf{L}$  y velocidad de fractura  $\mathbf{v}$ , se puede usar una función temporal rectangular cuya duración total es,  $\mathbf{T} = \mathbf{L}/\mathbf{v}$  (Fig. 3).

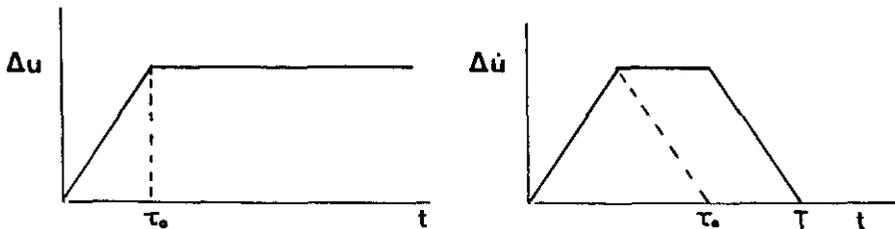


Figura 3. función temporal de la fuente sísmica.  $\tau_0$  es el tiempo de formación o subida y  $T$  el tiempo de duración de la fractura.

La distribución de las amplitudes en el espacio en torno al foco viene dada por el patrón de radiación  $R(\mathbf{n}_i, \mathbf{l}_i, \gamma_i)$  que depende de la orientación de la fuente y la situación del punto de observación respecto a ella. Para el caso particular en el que el plano de fractura es el  $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ ,  $\mathbf{n} = (0, 0, 1)$  y la dirección de la fractura es la del eje  $\mathbf{x}_1$ ,  $\mathbf{l} = (1, 0, 0)$ , si  $\theta$  es el ángulo medido desde  $\mathbf{x}_1$  y  $\phi$  desde  $\mathbf{x}_1$  en el plano  $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ , las amplitudes normalizadas de las ondas **P**, **SV** y **SH** viene dadas por

$$P = \sin 2\theta \cos \phi \tag{15}$$

$$SV = \cos 2\theta \cos \phi \tag{16}$$

$$SH = -\cos \theta \sin \phi \tag{17}$$

El patrón de radiación de las ondas **P** tiene la forma de cuatro cuadrantes de signo alternante, con el valor máximo a  $45^\circ$  de  $\mathbf{l}$  y  $\mathbf{n}$ , con dos planos nodales  $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$  y  $(\mathbf{x}_3, \mathbf{x}_2)$ . El primero corresponde al plano de fractura y el segundo un plano normal a éste que incluye  $\mathbf{n}$  y que se denomina plano auxiliar. Se puede ver que estos planos se pueden intercambiar sin que varíe el resultado para los desplazamientos. Los patrones de radiación para las ondas **SV** y **SH** son más complicados. Para el caso indicado, en el plano  $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_3)$ , los patrones de radiación de las ondas **P** y **SV** están representados en la figura 4. Las amplitudes de las ondas **S** están divididas en cuatro cuadrantes con máximos girados  $45^\circ$  con respecto a los de las ondas **P**.

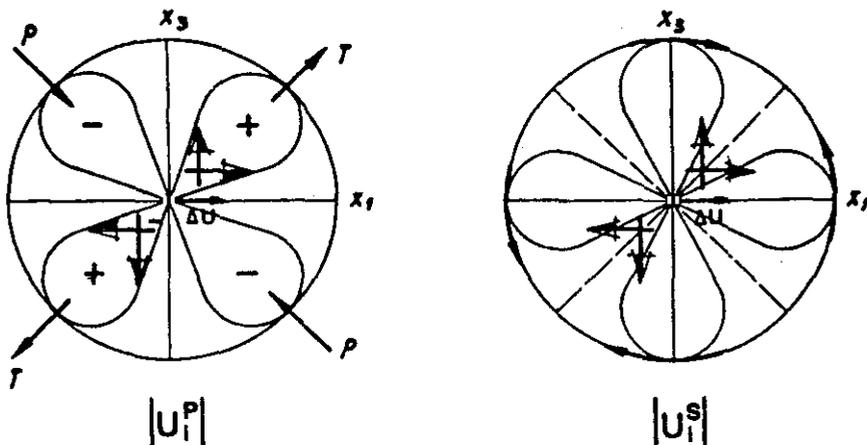


Figura 4. Patrón de radiación para las ondas **P** y **S** en el plano  $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_3)$  debido a una dislocación  $\Delta u$  en la dirección de  $\mathbf{x}_1$ , en el plano  $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ .

### DIMENSIONES DEL FOCO

En el foco con dimensiones, la dislocación  $\Delta u$  se extiende sobre una cierta superficie de area  $S$ . Esto se puede hacer de forma instantánea, pero más realístamente de forma que la dislocación se propague con una cierta velocidad  $v$ , desde el punto de iniciación hasta los límites de la superficie de ruptura. En primer lugar se ha de especificar la geometría de la superficie de fractura. Los dos modelos mas sencillos son la fractura rectangular (Haskell, 1964) y la circular (Brune, 1970). En el primer caso, para una fractura que se propaga unilateralmente en la dirección de  $\xi$  a lo largo de la longitud de la falla  $L$  siendo  $D$  su anchura (Fig. 5), de acuerdo con (3) y (12), los desplazamientos de la onda  $P$  se pueden escribir en la forma

$$u^P = \frac{\mu R^P(n_i, l_i, \gamma_i)}{4\pi\rho\alpha^3 r} D \int_0^L \Delta\dot{u}(\xi, t - \frac{r}{\alpha}) d\xi \quad (18)$$

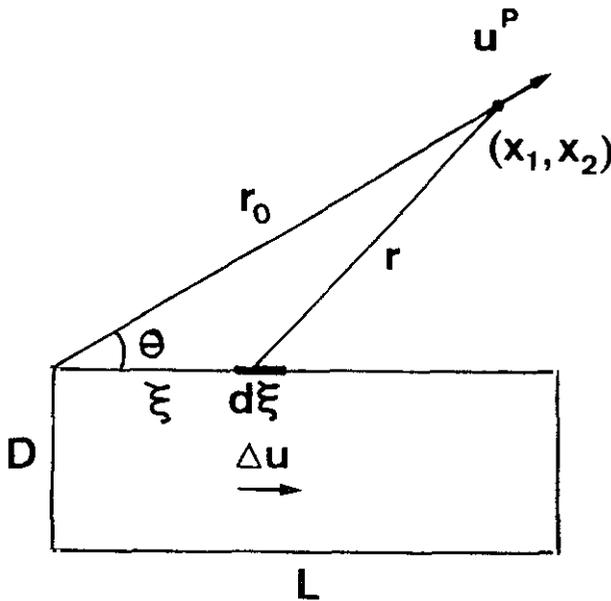


Figura 5. Modelo cinemático de foco extenso de plano de fractura rectangular y propagación unidireccional con velocidad de propagación de la fractura constante.

Teniendo en cuenta la geometría (Fig. 5), la distancia  $\mathbf{r}$  a cada elemento  $d\xi$  se puede aproximar por  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 \xi \cos \theta$ , donde  $\theta$  es el ángulo entre la dirección de ruptura y el punto de observación. Introduciendo la velocidad de fractura  $\mathbf{v}$ , la integral de la dislocación, para las ondas  $\mathbf{P}$ , viene dada por

$$\mathbf{D} \int_0^L \Delta \dot{\mathbf{u}} \left[ t - \frac{r_0}{\alpha} - \frac{\xi}{\alpha} \left( \cos \theta - \frac{\alpha}{v} \right) \right] d\xi \quad (19)$$

Tomando la trasformada de Fourier e integrando, (18) queda en la forma

$$\Delta \mathbf{U}(\omega) \mathbf{D} L \omega \frac{\text{sen } X}{X} \exp i \left( X + \frac{\omega r}{\alpha} + \frac{\pi}{2} \right) \quad (20)$$

Donde  $\Delta \mathbf{U}(\omega)$  es la trasformada de  $\Delta \mathbf{u}(\mathbf{t})$  y  $X$  es

$$X = \frac{\omega L}{2\alpha} \left[ \cos \theta - \frac{\alpha}{v} \right] \quad (21)$$

Finalmente, para las ondas  $\mathbf{P}$ , el espectro de amplitudes de los desplazamientos viene dado por-

$$\mathbf{U}(\omega) = \frac{\mathbf{M}_0}{4\pi\rho\alpha^3 r} \mathbf{R}(\mathbf{n}_i, \mathbf{l}_i, \gamma_i) \omega \mathbf{F}(\omega) \left| \frac{\text{sen } X}{X} \right| \quad (22)$$

Donde,  $\mathbf{M}_0 = \mu \Delta \mathbf{u} L \mathbf{D}$  es el momento sísmico escalar y  $\mathbf{F}(\omega)$  la trasformada de la función temporal de la fuente ( $\Delta \mathbf{u}(\mathbf{t}) = \Delta \mathbf{u} \mathbf{f}(\mathbf{t})$ ). Las dimensiones de la fuente introducen el factor  $\text{sen } X/X$  que vale la unidad cuando  $\omega$  tiende a cero y decae como  $\omega^{-1}$  para valores grandes de  $\omega$ . Por lo tanto,  $\mathbf{U}(\omega)$  es proporcional a  $\mathbf{M}$  para valores bajos de  $\omega$  y decae con  $\omega$  dependiendo de la forma de  $\mathbf{F}(\omega)$ . Para funciones temporales de la fuente  $\mathbf{f}(\mathbf{t})$  que empiezan en cero y después de un tiempo  $\tau$  (tiempo de subida) adquieren un valor máximo, su trasformada es proporcional a  $\omega^{-2}$ , por lo que  $\mathbf{U}(\omega)$  también lo es. El espectro de amplitudes tiene la forma general de una parte plana proporcional a  $\mathbf{M}_0$  en las frecuencias bajas y a partir de una cierta frecuencia  $\omega_c$  (frecuencia de esquina) decae como  $\omega^{-2}$  (Fig. 6). La frecuencia de esquina es inversamente proporcional a las dimensiones de la fuente. Para el modelo rectangular, la relación entre las dimensiones y las frecuencias de esquina de las ondas  $\mathbf{P}$  y  $\mathbf{S}$  son (Savage, 1972),

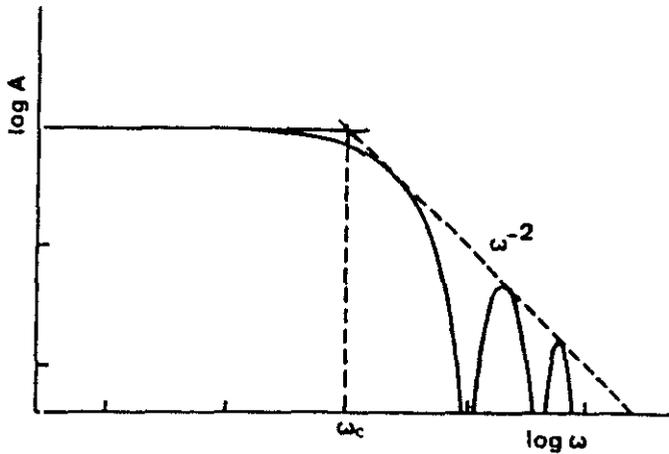


Figura 6. Espectro de amplitudes para un fuente sísmica finita. Definición de la frecuencia de esquina  $\omega_c$ .

$$\sqrt{LD} = \frac{1.7\alpha}{\omega_c^p} = \frac{3.8\beta}{\omega_c^s} \quad (23)$$

Otro modelo de falla extensa muy utilizado es el de una falla circular propuesto por Brune (1970). En él la dislocación se representa por un pulso de esfuerzos tangenciales aplicado instantáneamente sobre toda la superficie de la falla. A partir de este modelo se deduce una relación entre la frecuencia de esquina del espectro de las ondas S y el radio de la fractura,  $a = 2.21\beta/\omega$ . Este modelo se puede considerar como intermedio entre los modelos cinemáticos y los dinámicos.

### NUCLEACION, PROPAGACION Y PARADA

El modelo que hemos descrito en el apartado anterior no contiene el efecto del comienzo o nucleación y la parada de la fractura. El primer modelo cinemático que incluye estos efectos es el de Savage (1966). Este modelo consiste en una fractura elíptica en la que la nucleación se origina en uno de los focos y la fractura se detiene cuando llega al borde de la elipse. El modelo se simplifica si se considera una fractura circular, que se inicia en el centro, se propaga con velocidad constante y frentes de ruptura circulares y se detiene en el borde de radio prescrito. En el modelo más sencillo no hay tiempo de subida y la dislocación tiene el mismo valor para todos los puntos de la fractura. Esta se puede representar en la forma

$$\Delta u(\rho, t) = \Delta u H\left(t - \frac{\rho}{v}\right) [1 - H(\rho - a)] \quad (24)$$

Donde  $\rho$  es la coordenada polar con origen en el centro de la fractura y  $a$  el radio de la fractura. En el centro de la fractura ( $\rho = 0$ ), la dislocación se inicia en el tiempo  $t = 0$ , pasando instantáneamente de cero a  $\Delta u$ . Para un valor  $\rho$  entre  $0$  y  $a$ , la dislocación es cero hasta el tiempo  $\rho/v$ , en el que llega el frente de fractura que se propaga con velocidad  $v$ , y para el que pasa a valer  $\Delta u$ . Cuando la fractura llega al borde  $\rho = a$ , la fractura se detiene y para  $\rho > a$ ,  $\Delta u = 0$  (Fig. 7). Si se calculan los desplazamientos  $u(\mathbf{r}, t)$  para un punto a distancia  $r$  sobre el centro de la fractura, son aproximadamente,

$$u(r, t) = 2\pi \Delta u v^2 \left(t - \frac{r}{v}\right) \quad v\left(t - \frac{r}{\alpha}\right) - a < 0 \quad (25)$$

$$u(r, t) = 0 \quad v\left(t - \frac{r}{\alpha}\right) - a > 0 \quad (26)$$

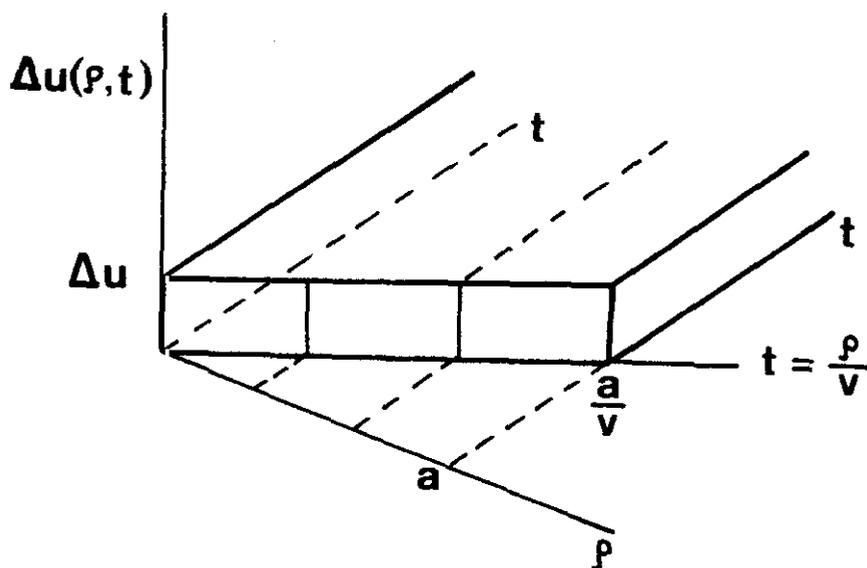


Figura 7. Modelo de dislocación  $\Delta u$  con nucleación y parada sobre una fractura circular de radio  $a$ .

Los desplazamientos tienen una discontinuidad que corresponde al tiempo  $t = a/v + r/\alpha$ . En la aproximación que se ha hecho este tiempo corresponde a la llegada al punto de observación de la señal correspondiente a la parada de la fractura en su borde ( $\rho = a$ ). Esta llegada recibe el nombre de fase de parada. Inmediatamente los desplazamientos se anulan y se hacen infinitos de forma impulsiva la velocidad  $\dot{u}$  y la aceleración  $\ddot{u}$ . En este modelo

la dislocación es instantánea en el interior de la fractura e independiente de su parada en el borde.

Como los desplazamientos dependen de la velocidad de la dislocación  $\Delta\dot{u}(t)$ , se puede modelar directamente ésta, especificándose su nucleación, propagación y parada. Para una fractura circular de radio  $a$ , de forma semejante al modelo propuesto por Molnar et al., (1973),

$$\Delta\dot{u}(\rho, t) = \Delta V \left[ H\left(t - \frac{\rho}{v}\right) - H\left(t + \frac{\rho}{v} - \frac{a}{v}\right) \right] H(a - \rho) \quad (27)$$

La fractura empieza en cada punto de la fractura en el tiempo  $t = \rho/v$  y vale  $\Delta V$  hasta el tiempo  $t = (a - \rho)/v$ . Es decir el deslizamiento en cada punto de la fractura se detiene instantáneamente cuando la fractura se ha detenido en su borde ( $\rho = a$ ) (Fig. 8).

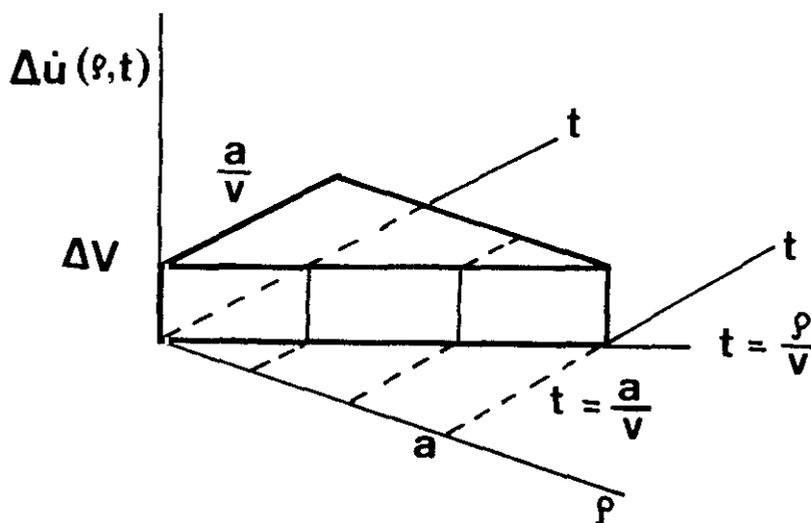


Figura 8. Modelo de velocidad de dislocación  $\Delta\dot{u}$  con nucleación y parada sobre una fractura circular de radio  $a$ .

Estos modelos que hemos descrito brevemente son los más sencillos. En general, en los modelos cinemáticos, se ha de tener en cuenta la forma y dimensiones de la superficie de fractura, la distribución sobre ella de la dislocación y la velocidad de ruptura. En los casos más sencillos se supone una falla circular o rectangular y la velocidad de ruptura constante. Esta aproximación es válida para el análisis de señales de bajas frecuencias a distancias grandes.

Se pueden también usar modelos cinemáticos más complejos, en los que en cada punto de la superficie de la falla,  $\Delta\mathbf{u}$  y  $\mathbf{v}$  dependen de la posición y

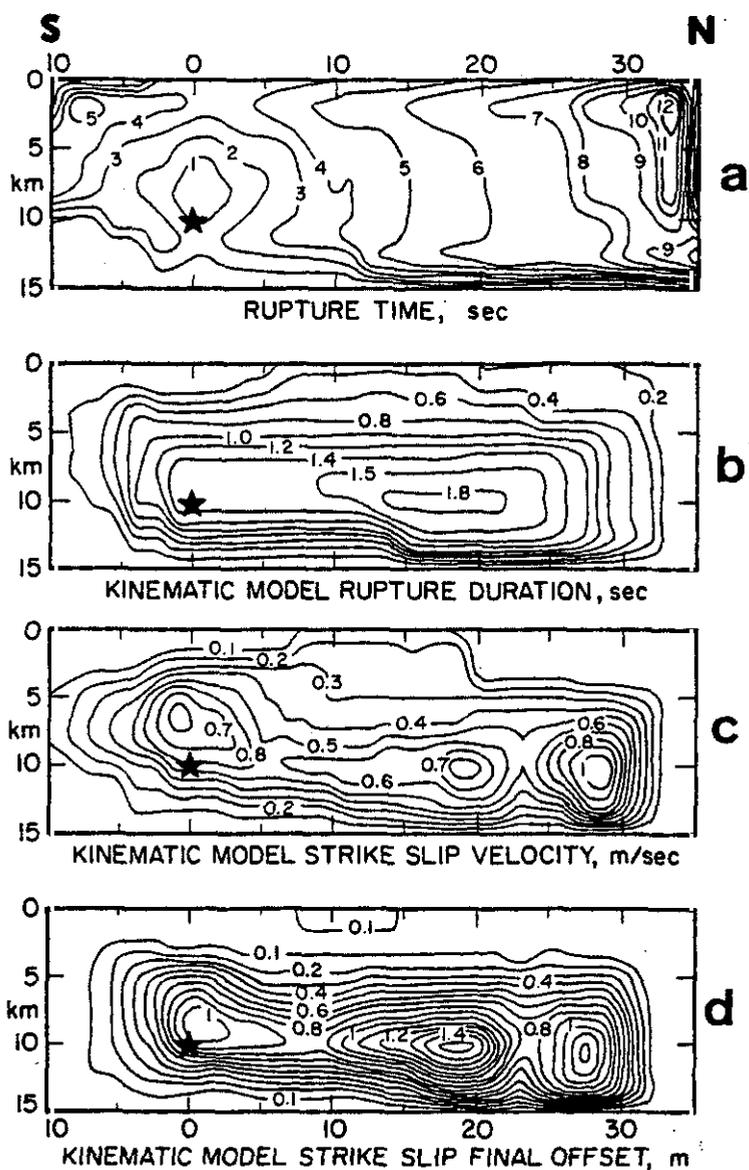


Figura 9. Modelo cinemático para el terremoto de 1979 del Imperial Valley, según Archuleta (1984).

- a: Posición del frente de ruptura en cada instante.
- b: Duración de la ruptura en cada punto.
- c: Velocidad de la dislocación  $\Delta \dot{u}$ .
- d: Valor final (máximo) del desplazamiento o dislocación  $\Delta u_{\max}$ .

del tiempo. Estos modelos se pueden utilizar para analizar señales sísmicas de altas frecuencias a distancias cortas. En ellos se tienen en cuenta, no sólo la orientación del plano de falla y su forma y dimensiones, sino también, la magnitud y dirección del desplazamiento o dislocación y su velocidad, su historia y propagación sobre dicho plano, incluyendo su iniciación y su parada. Estos modelos se pueden hacer todo lo complicados que se quiera, especificando los valores de  $\Delta \mathbf{u}$ ,  $\tau_0$  y  $\mathbf{v}$  para cada punto de la superficie de la fractura. Un ejemplo de modelo cinemático para el terremoto del Imperial Valley, California de 1979 es el propuesto por Archuleta (1984) (Fig.9). En él se especifican para cada punto sobre el plano de falla, la posición del frente de fractura en cada instante, el tiempo de formación, la velocidad de la dislocación y el desplazamiento máximo. Este modelo se ha obtenido a partir de las observaciones de las aceleraciones en el campo próximo, utilizando la ecuación (3).

## CONCLUSIONES

Los modelos cinemáticos de la fuente sísmica definen el desplazamiento de la falla  $\Delta \mathbf{u}(\xi_i, \mathbf{t})$ , como una función del tiempo y la posición sobre el plano de fractura. A partir de la ecuación (2) o (3) se pueden determinar los desplazamientos elásticos fuera de la región focal utilizando la función de Green. El caso más sencillo corresponde a un foco puntual. En este caso, la fuente se puede representar por el tensor momento sísmico de primer orden y los desplazamientos se obtienen por medio de una convolución con las derivadas de la función de Green, según la ecuación (5). Los dos modelos más sencillos de una fuente extensa son los de falla rectangular (modelo de Haskell) y circular (modelo de Brune). Las dimensiones de la fuente afectan la forma del espectro de forma que se pueden determinar a partir de la frecuencia de esquina (ecuación 23). La nucleación y parada de la fractura se puede incorporar en los modelos, así como la historia completa de la dislocación sobre el plano de falla en los más complejos.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido subvencionado en parte por la Dirección General de Investigación Científica y Técnica, proyecto PB 92-0184 y la Comunidad Europea, proyecto PL93-1534. Publicación N.º 356 del Departamento de Geofísica de la Universidad Complutense de Madrid.

**BIBLIOGRAFIA**

- AKI, K. y RICHARDS, P.G. (1980). «Quantitative Seismology: Theory and Methods.» Freeman, San Francisco, California.
- ARCHULETA, R.J., (1984). A faulting model for the 1979 Imperial Valley earthquake. *J. Geophys. Res.* 89, 4559-4585.
- BACKUS, G. y MULCAHY, M. (1976). Moment tensors and other phenomenological descriptions of seismic sources. I, Continuous displacements. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 46, 341-361.
- BRUNE, J.N. (1970). Tectonic stress and spectra of seismic shear waves from earthquakes. *J. Geophys. Res.* 75, 4997-5009.
- BURRIDGE, R. y KNOPOFF, L. (1964). Body force equivalents for seismic dislocations. *Bull. Seism. Soc. Bull.* 54, 1875-1888.
- GILBERT, F. (1970). Excitation of the normal modes of the earth by earthquake sources. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 22,223-226.
- HASKELL, N.A.(1964). Total energy and energy spectral density of elastic wave radiation from propagating faults. *Bull. Seism. Soc. Am.* 54, 1811-1841.
- KASAHARA, K. (1981). «Earthquake Mechanics.» Cambridge Univ. Press, Cambridge, U.K.
- MADARIAGA, R. (1983). Earthquake source theory. A review. In «Earthquakes: Observations, Theory and Interpretation» (H.Kanamori y E. Boschi,ed.) North Holland, Amsterdam, 1-44.
- MOLNAR, P., TUCKER, B.E. y BRUNE, J.N. (1973). Corner frequencies of P and S waves and models of earthquake sources. *Bull. Seism. Soc. Am.* 63, 2091-2104.
- NAKANO, H. (1923). Notes on the nature of forces which give rise to the earthquake motions. *Seism. Bull. Cent. Meteor. Obs. Japan*, 1, 92-120.
- RANDALL, M. y KNOPOFF, L. (1970). The mechanism at the focus of deep earthquakes. *J. Geophys. Res.* 75, 4956-4976.
- REID, H.F. (1910). The mechanism of the earthquake. In «The California earthquake of April 8, 1906» Rep. Invest. Comm., vol. 2, Carnegie Institute, Washington, D.C.
- SAVAGE, J.C. (1966). Radiation from a realistic model of faulting. *Bull. Seism. Soc. Am.* 56, 577-592
- SAVAGE, J.C. (1972). Relation of corner frequency to fault dimensions. *J. Geophys. Res.* 77, 3788-3795.
- SCHOLZ, C.H. (1989). «The Mechanics of Earthquakes Faulting» Cambridge Univ. Press, Cambridge, U.K.
- UDÍAS, A. (1991). Source Mechanism of Earthquakes. *Advances in Geophysics*, 33, 81-140.