

# *Estrategias de cálculo en el modelado del terreno residual*

A. J. GIL

Instituto de Astronomía y Geodesia  
Facultad de Ciencias Matemáticas  
Universidad Complutense de Madrid  
28040 Madrid

## **RESUMEN**

*En este trabajo se presentan las ideas concernientes al modelado del terreno residual, así como la formulación básica utilizada en este método de cálculo de efectos topográficos, donde sólo se consideran las diferencias entre la topografía real y aquella definida por una superficie media de referencia. Estos efectos han sido calculados para 1651 anomalías de la gravedad de una región de 2° x 2° del centro de la Península Ibérica, evaluados a partir de un modelo digital del terreno con una resolución de 3'' x 3'' producido por el Defense Mapping Agency Aerospace Center (USA).*

## **1. INTRODUCCION**

En los últimos años ha aumentado considerablemente la necesidad de tener un mejor conocimiento del campo de gravedad de la Tierra, ondulaciones del geoide, anomalías de la gravedad, desviaciones de la vertical,... etc. Tradicionalmente han sido los geodestas y geofísicos los que han suministrado y utilizado esta información. Los geodestas emplean las ondulaciones del geoide y las desviaciones de la vertical para reducir ángulos y distancias al elipsoide, mientras que los geofísicos utilizan toda la información para conocer el interior de la Tierra.

La precisión en la predicción de tales magnitudes depende del número de observaciones y de la variación del campo de gravedad en la zona considerada. Cuando se dispone de información topográfica con un modelo digital del terreno, es posible suavizar el campo de gravedad a escala local eliminando los efectos gravitatorios creados por estas masas. De esta manera, se consiguen grandes mejoras en las predicciones, sobre todo, en áreas montañosas.

El método de colocación mínimos cuadrados es muy adecuado para este tipo de estimación, puesto que, permite predecir cualquier magnitud geodésica relacionada con el campo de gravedad a partir de distintos tipos de datos, no necesitando ninguna interpolación de los mismos. Recientemente ha tenido una gran aplicación por Forsberg y Tscherning (1981), Tscherning (1983), Benciolini et al. (1984), Barzaghi y Benciolini (1986), Sevilla et al. (1991a), Sevilla et al. (1991b), y Gil et al. (1993). El único inconveniente de este método se presenta en el proceso de cálculo en el que aparece la inversión de una matriz de dimensión igual al número de observaciones. Esta es la razón por la que se trata de lograr un mayor suavizado que permita representar el comportamiento del campo en zonas mayores con un menor número de datos. Este suavizado se logra con la consideración de un modelo de geopotencial y de los efectos topográficos.

En este trabajo se presenta el método del modelado del terreno residual para el cálculo de los efectos gravitatorios de las masas, aplicables en el método de colocación.

## 2. MODELADO DEL TERRENO RESIDUAL

### 2.1. Aspecto general

El efecto del campo gravitatorio de la topografía y la compensación isostática se considera de forma adecuada por la técnica «remove-restore» (eliminación-restitución), introducida por Forsberg en 1981, que aproxima la función  $T^c$ ,

$$T^c = T - T_M \quad (1)$$

siendo  $T$  el potencial perturbador, y  $T_M$  el potencial generado por un modelo de terreno. Para asegurar que  $T^c$  sea una función armónica,  $T_M$  debe ser el potencial de un volumen fijo de masas, es decir, todas las masas de una zona limitada por paralelos y meridianos. Entonces,  $T_M$  será armónica fuera de las masas del terreno, y  $T^c$  (potencial reducido del terreno) armónica en el exterior de la superficie terrestre y del modelo de masas.

En el método de colocación se usan las observaciones reducidas,

$$L_i^{obs}(T^c) = L_i^{obs}(T) - L_i^{obs}(T_M) \quad (2)$$

y se obtienen las predicciones por,

$$L_j^{pred}(T) = L_j^{pred}(T^c) + L_j^{pred}(T_M) \quad (3)$$

donde  $L_i$  y  $L_j$  son los funcionales lineales o linealizados que aplicados al potencial determinan otras magnitudes del campo de la gravedad, por ejemplo, anomalías de la gravedad, ondulaciones del geoide, componentes de la desviación de la vertical, ...etc.

En principio,  $T_M$  se puede generar por modelos arbitrarios de terreno pero, en general, cuanto más reales sean los datos de altitudes y la distribución de densidades, más suave será  $T$ .

Como modelo del terreno podemos usar la topografía con su compensación isostática dada por el modelo de Airy-Heiskanen o Pratt-Hayford. Las cantidades isostáticamente reducidas (anomalías isostáticas de la gravedad, desviaciones topoisostáticas de la vertical) son por supuesto muy suaves, tanto en escala local como global. Así la reducción isostática es preferible a la alternativa de considerar sólo la topografía. Además el modelo isostático de Airy-Heiskanen es un modelo más o menos realista de la corteza terrestre. La selección actual de los parámetros de compensación isostática es de menor importancia cuando se usan para predicción. Convencionalmente se toman los valores  $D = 30$  Km para el espesor de la corteza y  $\Delta\rho=0.6$  para la diferencia de densidades entre el manto y la corteza, pero los valores  $D = 33$  Km y  $\Delta\rho = 0.4$  son más próximos a la realidad física (Forsberg y Tscherning, 1981).

Como una alternativa a la reducción isostática podemos usar un modelo del terreno residual (MTR), es decir, las diferencias entre la topografía y una superficie topográfica media de referencia (Fig. 1).

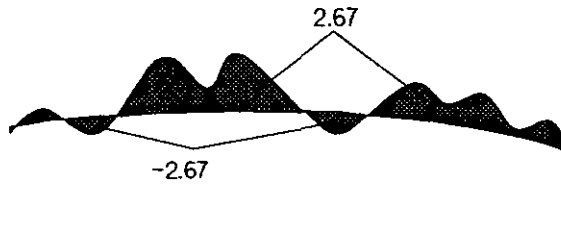


Figura 1. Modelo de Terreno Residual MTR.

Las ventajas de la reducción MTR comparada con la reducción isostática son fundamentalmente de cálculo. No hay necesidad de considerar ninguna compensación isostática, y como el MTR tiene densidades positivas y negativas, correspondiendo a la eliminación de las montañas y al relleno de valles, el efecto de éstas se cancelará a una cierta distancia del punto de cálculo. Nosotros podemos trabajar con un MTR global pero sin tener que realizar la reducción MTR hasta más allá de una cierta distancia del punto de cálculo.

La desventaja de la reducción MTR es que reduce la zona de armonicidad. Una estación situada en un valle estará situada después de la reducción dentro de la topografía suavizada, limitada por la superficie topográfica media. La observación estará por tanto reducida a su valor real dentro de las masas, donde el potencial de la gravedad no es armónico. Para estar en condiciones de usar el método de colocación tendremos que cambiar la observación reducida al valor que tendría si el potencial exterior fuese armónicamente prolongado descendien-

temente al punto de observación. A esta corrección de las observaciones reducidas que están situadas debajo de la superficie topográfica media se denomina corrección armónica. Generalmente, esta prolongación analítica descendente del potencial exterior es posible ya que la superficie topográfica media es muy suave, y la densidad de las masas que rellenan los valles es conocida.

El siguiente procedimiento describe cómo obtener un valor aproximado de la corrección armónica. Consideremos una estación situada a  $\Delta h$  debajo de la superficie topográfica media. Como esta superficie es suave alrededor de la estación, las masas entre el nivel de la estación y de la superficie media se pueden ver como una lámina de Bouguer. Considerando estas masas en una capa material justamente debajo de la estación, el potencial fuera de la superficie topográfica media permanece prácticamente invariante, pero ahora la estación estará situada fuera de las masas. El efecto de esta condensación será despreciable para las anomalías de la altitud y desviaciones de la vertical, mientras que las anomalías de la gravedad disminuirán correspondiendo a la eliminación de la placa Bouguer sobre la estación, y la introducción de una nueva capa material debajo. Por tanto, la corrección armónica para las anomalías de la gravedad es,  $-4\pi G\rho\Delta h$ , donde  $\rho$  es la densidad de las masas.

## 2.2. Formulación básica

Clásicamente, la corrección topográfica se ha realizado considerando una división de la región próxima al punto de cálculo en una serie de coronas concéntricas divididas a su vez en sectores. Con unos valores estimados medios de las altitudes de los sectores se procede a calcular la contribución de cada sector a la corrección topográfica (incluyendo la compensación isostática) considerando fórmulas para cada una de las cantidades del campo de la gravedad situadas en el eje de un cilindro.

Para realizar los cálculos mediante un sistema informático disponiendo de los datos topográficos en forma de altitudes puntuales o medias en una cuadrícula, es conveniente mantener la subdivisión de compartimientos rectangulares inducida por el MDT. El efecto de cada compartimiento se calcula usando fórmulas más complejas que consideran prismas rectangulares. Para acelerar los cálculos y debido al hecho de que la información topográfica detallada sólo es necesaria, generalmente, en las proximidades del punto de cálculo, se pueden considerar mayores compartimientos para las zonas más alejadas.

Debemos matizar que el proceso de obtención de compartimientos más grandes a medida que nos vamos alejando del punto de cálculo es sólo una cuestión de aceleración de los cálculos. Esto se debe hacer de forma que no se disminuya la precisión, puesto que es esencial que el mismo modelo de masas sea usado en todos los cálculos de colocación. Para obtener mayor velocidad es posible también utilizar fórmulas aproximadas más simples.

A continuación se presentan las fórmulas exactas y aproximadas de los ele-

mentos básicos de la corrección topográfica para la mayoría de las magnitudes gravimétricas.

Considérese un prisma como muestra la figura 2. Se desea calcular la cantidad gravimétrica  $L(T_M)$  en el origen. Para la componente vertical de la gravedad se obtiene,

$$\delta g'_M = - \frac{\partial T_M}{\partial z} = G\rho \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} \frac{z}{r^3} dx dy dz \quad (4)$$

siendo  $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$ ,  $G$  la constante gravitacional y  $\rho$  la densidad del prisma.

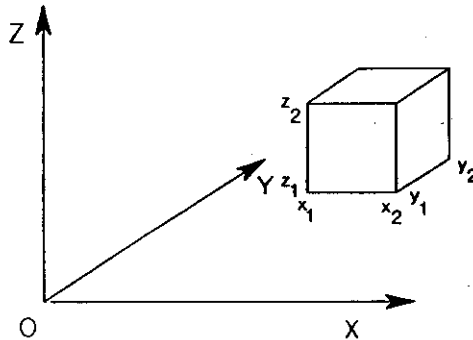


Figura 2. Prisma para corrección MTR.

La integración de la ecuación (4) da, (Jung, 1961)

$$\delta g_M = G\rho \left[ \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \left[ x \log \frac{y+r_{z_2}}{x+r_{z_1}} + y \log \frac{x+r_{z_2}}{x+r_{z_1}} \right]_{x_1, y_1}^{x_2, y_2} - \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} z \operatorname{arctg} \frac{xy}{zr} \right]_{x_1, y_1, z_1}^{x_2, y_2, z_2} \quad (5)$$

Obsérvese que esta expresión es simplemente una suma sobre los ocho vértices del prisma. Algunos de estos valores a veces se cancelarán con términos similares de los prismas adyacentes.

Para obtener las fórmulas aproximadas consideremos toda la masa concentrada en una capa superficial a la altitud media  $z_M$ , entonces,

$$\delta g_M = G k \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \frac{z_M}{r^3} dx dy \quad (6)$$

con

$$z_M = \frac{z_1 + z_2}{2} \quad r = (x^2 + y^2 + z_M^2)^{1/2}$$

donde  $k = \rho (z_2 - z_1)$  es la densidad de capa superficial.

Integrando la expresión (6) se llega a,

$$\delta g_M = - G k z_M \left\| \arctg \frac{xy}{z_M r} \right\|_{x_1 | y_1}^{x_2 | y_2} \quad (7)$$

Las fórmulas exactas para las componentes de la desviación de la vertical se obtienen de forma muy simple cambiando los ejes coordenados para que la expresión (5) dé las componentes horizontales de la gravedad; entonces,

$$\xi_M = \frac{1}{\gamma} \delta g_M(z_1, z_2, x_1, x_2, y_1, y_2) \quad (8)$$

$$\eta_M = \frac{1}{\gamma} \delta g_M(y_1, y_2, z_1, z_2, x_1, x_2) \quad (9)$$

Es obvio que las fórmulas aproximadas no se pueden obtener de esta manera, pero con una simple integración se obtiene,

$$\xi_M = \frac{G k}{\gamma} \left\| \log \frac{x+r_{y_2}}{x+r_{y_1}} \right\|_{x_1}^{x_2} \quad (10)$$

$$\eta_M = \frac{G k}{\gamma} \left\| \log \frac{y+r_{x_2}}{y+r_{x_1}} \right\|_{y_1}^{y_2} \quad (11)$$

El efecto sobre la anomalía de la altitud se obtiene a partir del potencial  $T_M$  por la fórmula de Bruns  $\xi_M = T_M/\gamma$ . La fórmula exacta dada por MacMillan (1958) tiene un total de 36 términos con logaritmos y arco tangentes.

La fórmula aproximada se obtiene de,

$$T_M = G k \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \frac{1}{r} dx dy \quad (12)$$

cuya integración da,

$$T_M = G k \left\| x \log(y+r) + y \log(x+r) - z_M \arctg \frac{xy}{z_M r} \right\|_{x_1 | y_1}^{x_2 | y_2} \quad (13)$$

La fórmula para la anomalía de la gravedad se obtiene sin más que considerar la relación,

$$\Delta g_M = - \frac{\partial T_M}{\partial z} - \frac{2}{r} T_M \quad (14)$$

y la expresión (4).

En muchos métodos de aproximación, tales como los que aplican la colocación progresiva, se utiliza como primer valor de aproximación al potencial de la gravedad el desarrollo en armónicos esféricos de un modelo de geopotencial, por tanto, se necesitan fórmulas para calcular los efectos de la topografía sobre los coeficientes del modelo (Lachapelle, 1976).

Consideremos un prisma de densidad  $\rho$  con latitud  $\varphi$  y longitud  $\lambda$ , y de dimensiones  $\Delta\varphi$ ,  $\Delta\lambda$  y  $\Delta h = h_2 - h_1$ . Los coeficientes del desarrollo del potencial anómalo expresado en armónicos fuertemente normalizados son,

$$\bar{A}_{nm} = \frac{G}{2n+1} \iiint_{\tau} \rho r'^n \bar{R}_{nm}(\varphi', \lambda') dv, \quad (15)$$

$$\bar{B}_{nm} = \frac{G}{2n+1} \iiint_{\tau} \rho r'^n \bar{R}_{nm}^*(\varphi', \lambda') dv. \quad (16)$$

Para la contribución de un prisma, tenemos

$$\bar{A}_{nm} = \frac{G}{2n+1} \iiint_{\text{Prisma}} \rho r'^n \bar{R}_{nm}(\varphi', \lambda') r'^2 \cos\varphi' d\varphi' d\lambda' dh, \quad (17)$$

$$\bar{B}_{nm} = \frac{G}{2n+1} \iiint_{\text{Prisma}} \rho r'^n \bar{R}_{nm}(\varphi', \lambda') r'^2 \cos\varphi' d\varphi' d\lambda' dh, \quad (18)$$

que podemos escribir, debido a la pequeña variación del integrando sobre el área ( $\Delta\varphi \times \Delta\lambda$ ) como,

$$\bar{A}_{nm} = \frac{G \rho}{(2n+1)(n+3)} \bar{R}_{nm} \cos\varphi \Delta\lambda \Delta\varphi \Delta\lambda ((R+h_2)^{n+3} - (R+h_1)^{n+3}), \quad (19)$$

$$\bar{B}_{nm} = \frac{G \rho}{(2n+1)(n+3)} \bar{R}_{nm}^* \cos\varphi \Delta\lambda \Delta\varphi \Delta\lambda ((R+h_2)^{n+3} - (R+h_1)^{n+3}). \quad (20)$$

En reducciones MTR e isostáticas con zonas de reducción de menos de  $5^\circ \times 5^\circ$  se ha encontrado que los coeficientes del potencial son despreciables hasta grado y orden 36 (Forsberg y Madsen, 1981). Esto, por supuesto, no es el caso para reducciones isostáticas globales (Lachapelle, 1976).

Finalmente, consideremos el efecto de las proximidades de la estación hasta aproximadamente 1 Km de la estación. Este efecto es generalmente muy grande

para anomalías de la gravedad y desviaciones de la vertical. Se suele densificar el modelo digital por medio de una interpolación spline bicúbica, sin embargo, existirá una discrepancia entre la altitud de la estación (suponiendo que esté en la superficie topográfica) y la altitud interpolada del modelo digital. Así, se presentan dos opciones: mover la estación para obtener la altitud dada por el modelo, o modificar el modelo digital con el fin de forzarlo para que dé la altitud correcta de la estación. Experimentos realizados por Forsberg en New Mexico demuestran que la primera opción es válida para desviaciones de la vertical y anomalías de la altitud, sin embargo, los efectos gravimétricos se deben calcular modificando el modelo digital del terreno, ya que este efecto está muy correlado con la altitud de la estación.

Nosotros hemos decidido emplear la reducción MTR (topografía residual) porque en la práctica da resultados tan buenos como la reducción topo-isostática, tiene la ventaja que no requiere considerar una zona fija de cálculo, y no hay ninguna necesidad de considerar compensación isostática (Forsberg y Tscherning, 1981).

### 3. Modelo digital del terreno

El modelo digital del terreno que hemos empleado es el producido por Defense Mapping Agency Aerospace Center en Agosto de 1981. Este consta de una serie de 10 cintas magnéticas que cubren la Península Ibérica (España y Portugal). La información contenida en las cintas corresponde a 84 celdas de  $1^\circ \times 1^\circ$  de altitudes del terreno en forma digital con valores cada  $3''$  de arco (aproximadamente 100 m.). Las especificaciones necesarias para procesar la información se detallan en el documento Prodvt Specifications for Digital Terrain Elevation Data (DTED).

Los objetivos de precisión absoluta para el DTED son 130 m en horizontal y  $\pm 30$  m en vertical.

Este modelo nos ha sido facilitado por el Ministerio de Defensa para uso exclusivamente científico.

#### 3.1. Estructura de los ficheros

Cada fichero corresponde a áreas geográficas de  $1^\circ \times 1^\circ$ , es decir, solamente contiene datos en un cuadrado de un grado. El origen de referencia es la esquina Suroeste de la celda de  $1^\circ \times 1^\circ$ . En cada registro las altitudes tiene longitud constante, variando la latitud. Dentro de cada celda, los registros van en orden creciente de longitudes. En definitiva cada fichero contiene 1201 registros con 1201 altitudes (correspondientes a las especificaciones de una altitud cada  $3''$ ), es decir, un total de 1.442.401 altitudes en cada celda.

Las coordenadas latitud y longitud están en el World Geodetic System (1972) y el datum vertical es el Nivel medio del mar.



En este modelo digital existen una serie de celdas que no se han digitalizado y que corresponden a las zonas,

$$\begin{array}{ll} \text{Zona aragonesa: } 40^\circ < \varphi < 42^\circ & \text{Zona pirenaica: } 42^\circ < \varphi < 43^\circ \\ -2^\circ < \lambda < 0^\circ & 0^\circ < \lambda < 3^\circ \end{array}$$

### 3.2. Transformación de coordenadas en el modelo digital del terreno

Según se ha indicado en el apartado anterior el sistema de referencia geodésico al cual se refieren las coordenadas  $\varphi$  y  $\lambda$  del modelo digital es el WGS72, de manera que debemos efectuar una transformación al GRS80 porque las coordenadas de las estaciones gravimétricas están referidas a este sistema. Para tal transformación se han utilizado las expresiones que determinan los cambios de las coordenadas  $\varphi$  y  $\lambda$  en función de los cambios de dimensión y posición del elipsoide de referencia (Heiskanen y Moritz, 1985),

$$a \delta\varphi = \text{sen}\varphi \cos\lambda \delta x_0 + \text{sen}\varphi \text{sen}\lambda \delta y_0 - \cos\varphi \delta z_0 + 2a \text{sen}\varphi \cos\varphi \delta\alpha \quad (21)$$

$$a \cos\varphi \delta\lambda = \text{sen}\lambda \delta x_0 + \cos\lambda \delta y_0 \quad (22)$$

donde  $(-\delta x_0)$ ,  $(-\delta y_0)$ ,  $(-\delta z_0)$  son las coordenadas del centro del elipsoide en el GRS80,  $\delta a$  el cambio en el semieje mayor y  $\delta\alpha$  la variación del aplanamiento.

Los valores de estos parámetros son (Boucher et al, 1988),

$$\delta x_0 = 0, \delta y_0 = 0, \delta z_0 = 4, \delta a = 2, \delta\alpha = 3,1227 \cdot 10^{-8}$$

En este caso,  $\delta\lambda$  les exactamente cero, es decir, la longitud queda inalterada. La latitud varía, en general, 0'' .09 segundos de arco, que equivale aproximadamente a unos tres metros. Como dicho modelo tiene una precisión planimétrica de 130 metros podemos despreciar esta transformación, y considerar que las coordenadas del modelo digital están en el GRS80 sin pérdida de precisión.

### 4. Cálculo de la corrección MTR en una zona de la Península Ibérica

A continuación describimos el proceso de obtención de la reducción MTR para una zona experimental del centro de la Península.

Como ya se ha indicado anteriormente para conseguir un mayor suavizado del campo se suele considerar un modelo de geopotencial. En nuestro caso hemos utilizado el modelo IFE88E2 (Basic et al., 1990) de grado y orden 360. Al considerar este campo de referencia los efectos topográficos hasta ese grado están incluidos. Esto no quiere decir que este potencial incluya totalmente el efecto de la topografía desarrollado hasta el grado 360. El potencial de la topografía incluirá coeficientes de grado mayor, sin embargo, las altitudes topográficas deberán referirse a este desarrollo.

El modelo topográfico de referencia lo denominaremos MDTR (modelo digital del terreno de referencia) que se obtiene del MDTD (modelo digital del terreno detallado). El modelo MDTG (modelo digital del terreno grosero) es el que se utiliza para las zonas más alejadas del punto de cálculo con celdas de mayores dimensiones que las que presenta el MDTD.

El MDTD con el que nosotros hemos trabajado tiene una resolución de 6'' en latitud por 9'' en longitud que produce a la latitud media de nuestra zona celdas cuadradas y no rectangulares como sería el caso de considerar el mismo intervalo en latitud y longitud. Esto simplemente se ha obtenido por selección directa de altitudes en los intervalos mencionados anteriormente del modelo digital del terreno. De esta forma cada celda del MDTD que corresponde a áreas de  $1^\circ \times 1^\circ$  tiene 601 registros con 401 altitudes por registro, es decir, 241.001 altitudes. En la corrección MTR se ha considerado el efecto de la topografía hasta una distancia de 110 Km del punto de cálculo, considerando una zona más próxima de 10 Km en la que se han utilizado las fórmulas rigurosas, y a partir de esta distancia hasta los 110 Km las fórmulas aproximadas. Esto se realizó para una aceleración de los cálculos porque, después de diversas pruebas, llegamos a la conclusión que no había diferencias apreciables en los resultados al considerar distintos radios de la zona interna.

Para el cálculo de la corrección MTR se han elegido 1651 anomalías de la gravedad en una zona de límites,

$$40^\circ \leq \varphi \leq 42^\circ$$

$$-5.5 \leq \lambda \leq -3.5$$

Para realizar la corrección de terreno hasta 110 Km es necesario que los modelos digitales cubran la zona de dimensiones (Fig. 3.),

$$39^\circ \leq \varphi \leq 43^\circ$$

$$-7^\circ \leq \lambda \leq -2^\circ$$

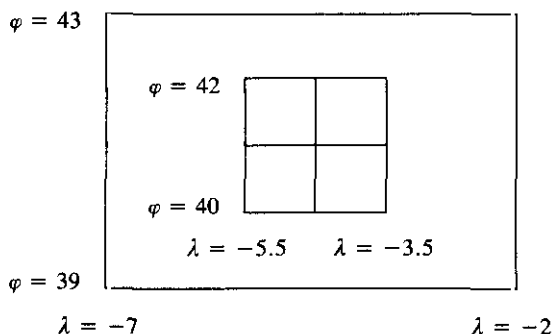


Figura 3. Zona de datos y del modelo digital del terreno.

Los números de las celdas de  $1^\circ \times 1^\circ$  del modelo digital del terreno necesarios para cubrir dicho área son los que aparecen en la figura 4.

43	39	40	41	42	43	
42	23	24	25	26	27	
41	7	8	9	10	11	
40	102	103	104	105	106	
$\varphi = 39$						
	$\lambda = -7$	$-6$	$-5$	$-4$	$-3$	$-2$

Figura 4. Números de celdas en el modelo digital del terreno.

Como se puede suponer se ha tenido que proceder a la unión de celdas, pero teniendo en cuenta que dos celdas adyacentes en longitud tienen una columna en común correspondiente a valores enteros de la longitud, que debe ser eliminada previamente a la unión de éstas. Análogamente dos celdas adyacentes en latitud tiene una fila en común correspondiente a valores enteros de la latitud.

En consecuencia se tiene un MDTD de 2401 registros con 2001 altitudes por registro, es decir, 4.804.401 altitudes. Cada altitud viene dada por cuatro dígitos con un carácter blanco de separación. Entonces, cada registro tiene una longitud de 10.005 caracteres. La gran necesidad de memoria central para la ejecución del programa TC (Forsberg, 1984), y la dificultad de manejo de este modelo digital nos ha llevado a calcular la corrección MDT en varias fases en las que se pudiera utilizar partes más pequeñas del mismo. Este es el proceso que describimos a continuación.

Se procede a la división de las observaciones en celdas  $1^\circ \times 1^\circ$  (Fig. 5.) y se calcula independientemente la corrección MTR en cada una de las celdas con los modelos digitales indicados en la tabla 1. Las especificaciones de los modelos digitales corresponden a las coordenadas del vértice noroeste, y todos los modelos se extienden  $3^\circ$  en latitud por  $4^\circ$  en longitud. Estos modelos están formados por

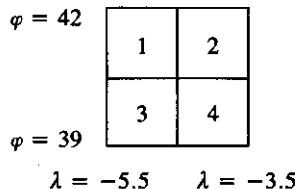


Figura 5. Esquema de la división de las observaciones en celdas.

las celdas del MDTD indicadas en la figura 6. Cada uno de ellos tiene 1801 registros con 1601 altitudes por registro (8005 caracteres por línea) lo que hace un total de 2.883.401 altitudes.

Tabla 1. *Resultados de la división en celdas y modelo digital asociado a cada celda*

Celda	No. anomalías	Modelo Digital
1	534	43N7W
2	375	43N6W
3	379	42N7W
4	363	42N6W

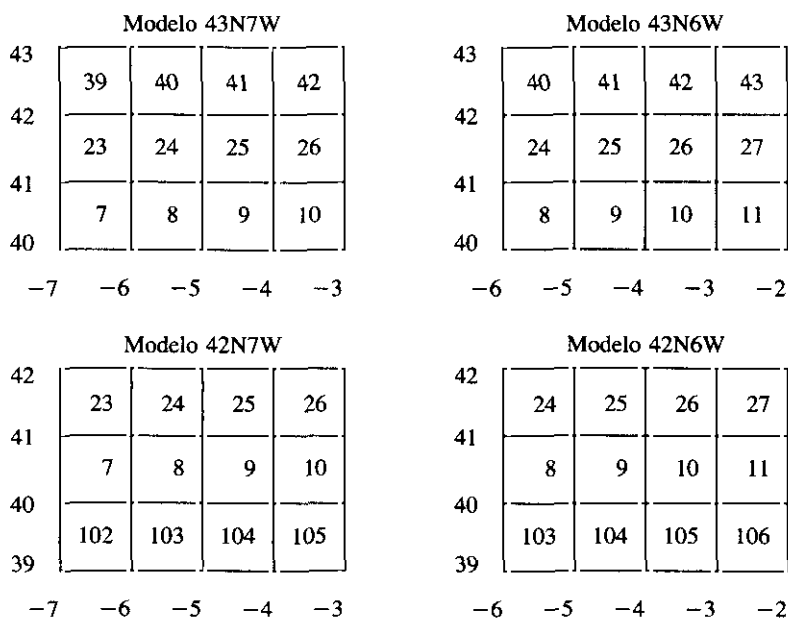


Figura 6. Celdas del MDTD que forman los modelos empleados en MTR.

Para poder efectuar la corrección MTR es necesario disponer de otros dos modelos digitales: el MDTG que se obtiene del MDTD considerando una menor resolución a partir de medias de celdas de 30''x30'', y el MDTR determinado de forma análoga pero con una resolución de 0°.5 x 0°.5, correspondiendo a la resolución del modelo de geopotencial empleado. Estos modelos se construyen a partir de los correspondientes 43N7W, 43N6W, 42N7W, 42N6W, obteniéndose los 43N7WG, 43N6WG, 42N7WG, 42N6WG, que son los utilizados desde los

10 Km hasta los 110 Km, y los 43N7WR, 43N6WR, 42N7WR, 42N6WR, que definen el modelo topográfico de referencia. Cada uno de los modelos MDTG tiene 361 registros con 321 altitudes por registro (1605 caracteres por línea) que hacen un total de 115.881 altitudes. Cada uno de los modelos MDTR tiene 63 altitudes que definen la superficie de referencia. Esto se ha realizado con el programa TCGRID de R. Forsberg (Geodetic-Seismic Division, Copenhagen) ligeramente modificado para adecuarlo a las necesidades de este trabajo.

La tabla 2 muestra el suavizado que se produce en las anomalías de la gravedad al considerar el modelo de geopotencial IFE88E2 y los efectos del terreno residual con la reducción MTR.

Tabla 2. Resultados estadísticos de anomalías de la gravedad

	Media (mgal)	Desviación típica (mgal)	Valor Máximo (mgal)	Valor Mínimo (mgal)
$\Delta g$	8.15	29.03	135.26	-66.96
$\Delta g - \Delta g_{IFE}$	-1.43	16.06	92.71	-50.22
$\Delta g - \Delta g_{IFE} - \Delta g_{MTR}$	1.70	8.99	32.41	-23.89

## 5. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha sistematizado el cálculo de la contribución MTR para la consideración de efectos topográficos, detallando el proceso de construcción de los diversos modelos digitales del terreno que intervienen en el mismo.

Se han calculado las correcciones MTR para un total de 1651 estaciones gravimétricas del centro de la Península Ibérica en las que se disponían de anomalías aire libre, presentando el suavizado que se produce en el campo de gravedad cuando se considera información topográfica y un modelo de geopotencial.

### Agradecimientos

Quiero dar las gracias al Dr. R. Forsberg que ha permitido la utilización de sus programas informáticos, y al Ministerio de Defensa por el modelo digital del terreno proporcionado.

## REFERENCIAS

BARZAGHI, R. and B. BENCIOLINI (1986): New Tests for the Italian Geoid, *Bolletino di Geodesia e Scienze affini*, no. 3.

- BASIC, T., H. DENKER, P. KNUDSEN, D. SOLHEIM and W. TORGE (1990): A new Geopotential model tailored to gravity data in Europe. In «Gravity, Gradiometry and Gravimetry» Ed. by R. Rummel and R.G. Hipkin. IAG Symp. 103, pp. 109-118. Springer-Verlag.
- BENCIOLINI, B., L. MUSSIO, F. SANZO, P. GASPERINI, and Y S. ZERBINI (1984): Geoid Computation in the Italian Area, *Bolletino di Geodesia e Scienze affini*, no. 3.
- BOUCHER, C., P. WILLIS, and Z. ALTAMIMI (1988) Contribution of Space Data to RETRIG and EUREF, *RETRIG/EUREF Symposium*, Lisboa.
- FORSBERG, R. and F. MADSEN (1981): Geoid prediction in northern Greenland using collocation and digital terrain models, *An. Geophys.*, 37, pp. 31-36.
- FORSBERG, R. and C.C. TSCHERNING (1981): The use of height data in gravity field approximation by collocation. *Journal of Geophysical Research*, Vol 86, B9, pp 7843-7854.
- GIL, A.J., M.J. SEVILLA and G. RODRÍGUEZ-CADEROT (1993): Geoid Determination in Central Spain from Gravity and Height data, *Bull. Géod.* 67, pp. 41-50.
- HEISKANEN, W.A. y H. MORITZ (1985): *Geodesia Física*. Instituto de Astronomía y Geodesia (UCM-CSIC), IAG-IGN. Madrid.
- JUNG, K. (1961): *Schwerkraftverfahren in der Angewandten Geophysik*, Akademik Verlag, Leipzig.
- LACHAPPELLE, G. (1976): A Spherical Harmonic Expansion of the Isostatic Reduction Potential, *Boll. Geod. e Sci. Aff.*, vol. 35, pp. 281-299.
- MACMILLAN, W. D. (1958): *Theoretical Mechanics*, vol. 2, *The Theory of the Potential*, Dover, New York, 1958.
- SEVILLA, M.J., A.J. GIL, and F. SANZO (1991a): The gravimetric geoid in Spain: first results. In «Determination of the geoid. Present and future» Ed. by R.H. Rapp and F. Sanso. IAG Symp. 106, pp 276-285. Springer Verlag.
- SEVILLA, M.J., G. RODRÍGUEZ-CADEROT, A.J. GIL, J. OTERO, G. RODRÍGUEZ VELASCO y E. PATIÑO (1991b): A gravimetric geoid in the Mediterranean Sea. *XXth IUGG General Assembly*. Viena.
- TSCHERNING, C. C. (1983): Determination of a (quasi) geoid for the Nordic Countries from heterogeneous data using collocation. Proceedings of the 2nd International Symposium on the Geoid in Europe and Mediterranean Area, Rome 13-17 Sept. 1982, pp. 388-412, Istituto Geografico Militare Italiano, Firenze.