

Parametrización de la capa límite atmosférica en los modelos numéricos de pronóstico meteorológico

M. CASTRO, R. GONZÁLEZ y A. PORTELA

Dpto. Geofísica y Meteorología. Facultad de Física. Universidad Complutense
28040 Madrid. España

1. INTRODUCCION

En Física de Fluidos se llama *capa límite* a la región de un líquido o gas en contacto con una superficie material, en la que tiene lugar un intercambio de cantidad de movimiento, calor o masa entre dicha superficie y el fluido. Por analogía con este concepto, a la región de la atmósfera donde se detecta un efecto directo de la superficie terrestre (sólida o líquida) se la conoce con el nombre de *capa límite atmosférica* (de aquí en adelante expresada como CLA). Podría así decirse que esta capa se forma como consecuencia de las interacciones entre la atmósfera y el suelo.

En general, se considera que en la CLA el flujo es completamente turbulento, de manera que en cualquier punto de ella se observan típicamente variaciones bruscas en el valor de la velocidad, la presión, la temperatura o la humedad del aire. El efecto de la fricción superficial, el calentamiento del suelo y la evaporación se transmite a toda la capa límite atmosférica de forma rápida y eficiente como consecuencia del mecanismo de mezcla turbulenta. Sin la turbulencia estos intercambios se producirían a consecuencia de procesos moleculares en magnitudes minúsculas (de 10^{-3} a 10^{-6} veces menores que las actuales).

La CLA abarca sólo una pequeña fracción de la atmósfera, ya que su espesor varía típicamente entre alrededor de 30 y 3.000 m, dependiendo de un gran número de factores (calentamiento del suelo, fuerza del viento, rugosidad del terreno, etc.). No obstante, los procesos a pequeña escala que tienen lugar dentro de esta capa son muy importantes. Así, por ejemplo, cabría señalar que casi toda la energía involucrada en los fenómenos meteorológicos a gran escala y en la circulación general de la atmósfera surge o se transmite a través de la CLA. La atmósfera recibe del suelo la mayor parte de calor y esencialmente todo el vapor de agua por intercambios

turbulentos. Asimismo, como el suelo ejerce una gran resistencia a los movimientos de aire, la transferencia de cantidad de movimiento entre la tierra y la atmósfera que tiene lugar en la CLA es enorme. Finalmente, ha de tenerse en cuenta que en esta capa la energía cinética de la atmósfera se disipa continua y eficientemente por la turbulencia a pequeña escala, de manera que, en términos globales, casi la mitad de esta importante pérdida se produce en la CLA, a pesar de que en ella se genera una fracción mínima (2 % del total).

De todo esto se desprende que para modelar los fenómenos meteorológicos y la circulación atmosférica resulta esencial la fiel descripción matemática de los procesos que ocurren en la CLA. Sin embargo, como se verá, la naturaleza totalmente turbulenta del flujo en esta capa hace que dicha labor sea especialmente difícil.

2. MODELOS NUMERICOS DE PRONOSTICO METEOROLOGICO

En Meteorología, el objetivo de los llamados *modelos de predicción numérica* consiste en calcular matemáticamente la evolución temporal del flujo atmosférico a partir del conocimiento de sus características en un determinado momento. Esto se realiza mediante la resolución de las ecuaciones de continuidad, movimiento, energía termodinámica y humedad, conocidas bajo el nombre de *ecuaciones primitivas*, que son expresiones basadas respectivamente en el principio de conservación de masa, cantidad de movimiento, calor y vapor de agua en un volumen elemental de aire. En un sistema de referencia cartesiano ligado a la superficie de la tierra en rotación, con los ejes x e y en la horizontal y el z en la vertical, dicho conjunto de ecuaciones se formula de la siguiente manera:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = fv - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -fu - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \nabla^2 v$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 w$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} = \alpha_h \nabla^2 \theta$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial x} + v \frac{\partial q}{\partial y} + w \frac{\partial q}{\partial z} = \alpha_v \nabla^2 q$$

donde u , v y w son las componentes de la velocidad del flujo, p , θ , ρ , ν , α_h y α_v la presión, temperatura potencial, humedad específica, densidad, viscosidad y difusividad térmica y de vapor de agua del aire respectivamente, g la aceleración gravitatoria y f el llamado parámetro de Coriolis cuyo valor depende de la latitud geográfica.

En este sistema de ecuaciones no lineales las variables son instantáneas, por lo que sería capaz de representar matemáticamente todos los movimientos y fenómenos que tienen lugar en la atmósfera, desde los de mayor tamaño (varios miles de kilómetros) como las ondulaciones del flujo atmosférico en la troposfera media y alta (ondas de Rossby), hasta los más pequeños de escalas espaciales submilimétricas (procesos de disipación molecular). Actualmente no existe ninguna técnica matemática que integre de manera exacta este conjunto de ecuaciones, por lo que ha de resolverse por métodos numéricos, que precisan discretizar la evolución temporal continua y dividir el espacio en parcelas o *celdillas*, asignando a las variables un valor en cada una de tales divisiones. Ahora bien, la discretización del espacio habría de realizarse de manera que el tamaño de las celdillas sea menor o igual al de todos los procesos atmosféricos que se pretendan modelar o que puedan afectar a la distribución espacial de las variables.

Pero, como se ha señalado anteriormente, en la CLA los importantes procesos que actúan son de naturaleza turbulenta. De manera que, si se considera que un flujo turbulento consiste en una jerarquía de *remolinos* o eddies de tamaño muy variado, desde el máximo que permite el tamaño de la capa ($\approx 10^3$ m) hasta el mínimo suficiente para sobrevivir a la acción disipativa de la viscosidad ($\approx 10^{-3}$ m), para simular matemáticamente los procesos en la CLA a lo largo de tan sólo un día, serían precisos millones de años de cálculo utilizando el superordenador más potente que existe en la actualidad.

Esto implica que en el modelado atmosférico es preciso distinguir entre aquellos procesos que serían resolubles por un método numérico y los restantes de menor escala. Para ello, se utiliza una aproximación llamada *large-eddy simulation*, que consiste en simular con la resolución numérica de las ecuaciones primitivas la evolución temporal de las variables afectadas sólo por movimientos o fenómenos atmosféricos con escalas espaciales superiores o iguales al tamaño de celdilla, mientras que los efectos de los de menor escala se determinan mediante fórmulas deducidas teórica o empíricamente en función de una serie de parámetros. A este procedimiento de cálculo de los procesos que ocurren en el interior de las celdillas se le da el nombre de *parametrización*.

Ahora bien, la naturaleza intrínsecamente aleatoria de cualquier variable o propiedad de un flujo turbulento, como es el que tiene lugar en la CLA, obliga a describir o simular solamente sus propiedades estadísticas, por lo cual es preciso introducir un *operador promedio* que proporcione un mecanismo formal para distinguir entre procesos «resolubles» y «no resolubles», y que facilite un sistema de ecuaciones más apropiado para ser

integrado. Aunque existen varios posibles métodos de promediado (Anthes, 1977), el más utilizado es el clásico de Reynolds, según el cual una variable a en un flujo turbulento se puede descomponer en una parte promedio A y otra aleatoria a' , tal que:

$$a = A + a'$$

Si se introduce este concepto en el sistema de ecuaciones primitivas, teniendo en cuenta las condiciones o reglas de promediado de Reynolds, resulta finalmente:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} &= fV - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \\ &+ \nu \nabla^2 U - \frac{\partial(\bar{u}'u')}{\partial x} - \frac{\partial(\bar{u}'v')}{\partial y} - \frac{\partial(\bar{u}'w')}{\partial z} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + W \frac{\partial V}{\partial z} &= -fU - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \\ &+ \nu \nabla^2 V - \frac{\partial(\bar{v}'u')}{\partial x} - \frac{\partial(\bar{v}'v')}{\partial y} - \frac{\partial(\bar{v}'w')}{\partial z} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial t} + U \frac{\partial W}{\partial x} + V \frac{\partial W}{\partial y} + W \frac{\partial W}{\partial z} &= g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \\ &+ \nu \nabla^2 W - \frac{\partial(\bar{w}'u')}{\partial x} - \frac{\partial(\bar{w}'v')}{\partial y} - \frac{\partial(\bar{w}'w')}{\partial z} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + U \frac{\partial \Theta}{\partial x} + V \frac{\partial \Theta}{\partial y} + W \frac{\partial \Theta}{\partial z} = \alpha_h \nabla^2 \Theta - \frac{\partial(\bar{\theta}'u')}{\partial x} - \frac{\partial(\bar{\theta}'v')}{\partial y} - \frac{\partial(\bar{\theta}'w')}{\partial z}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + U \frac{\partial Q}{\partial x} + V \frac{\partial Q}{\partial y} + W \frac{\partial Q}{\partial z} = \alpha_v \nabla^2 Q - \frac{\partial(\bar{q}'u')}{\partial x} - \frac{\partial(\bar{q}'v')}{\partial y} - \frac{\partial(\bar{q}'w')}{\partial z}$$

donde los términos con una barra encima, llamados de *divergencia turbulenta de flujo*, representan los promedios de los productos de dos componentes aleatorias de variables atmosféricas. Aunque los términos de difusión molecular aparecen en las expresiones, como en el caso atmosférico, alcanzan un valor del orden de 10^5 veces menor que los de divergencia turbulenta, generalmente no se incluyen en los modelos meteorológicos.

Al comparar estas ecuaciones con las instantáneas, se observa que los términos son similares en ambas y pueden interpretarse de igual forma, excepto los de divergencia turbulenta que contienen varianzas y covarianzas

desconocidas. En consecuencia, en el sistema hay más incógnitas que ecuaciones. Este es el llamado «problema de cierre» que constituye el principal obstáculo para el desarrollo de una teoría general y rigurosa de la turbulencia.

3. APROXIMACIONES PARA EL CALCULO DE FLUJOS TURBULENTOS EN LA CLA

Para lograr el cierre del sistema de ecuaciones se han propuesto varias teorías y aproximaciones, ninguna de las cuales ha resultado totalmente satisfactoria. A continuación se van a describir brevemente las de uso más extendido, que pueden agruparse en dos grandes grupos: Las aproximaciones de *cierre de primer orden* donde los términos de divergencia turbulenta (flujos turbulentos) se especifican en función de variables conocidas y las de *cierre de segundo orden o superior* que determinan tales términos mediante la resolución de ecuaciones adicionales.

3.1. Esquemas de cierre de primer orden

La aproximación más sencilla y utilizada es la de *cierre de primer orden*, que se basa en la hipotética analogía entre las transferencias molecular y turbulenta, conocida por el nombre de *teoría del transporte-gradiente*, debido a que en ella los flujos o *transporte* turbulento se relacionan con *gradientes* de los promedios de las variables correspondientes (velocidad, temperatura, humedad, etc.). Para desarrollar dichas relaciones se pueden utilizar dos hipótesis, la primera llamada de la *viscosidad turbulenta* propuesta en 1877 por Boussinesq y la segunda de la *longitud de mezcla* por Prandtl en 1925, que se describen a continuación.

Hipótesis de la viscosidad turbulenta

En analogía con la ley de viscosidad molecular de Newton, las tensiones de cizalla turbulenta en la dirección del flujo podrían expresarse como:

$$\tau = \rho \cdot K_m (\partial U / \partial z)$$

donde a K_m se le llama coeficiente de intercambio turbulento de cantidad de movimiento, o simplemente de *viscosidad turbulenta*, que vendría a ser el homólogo al de viscosidad molecular cinemática ν . Por esta razón a esta hipótesis se la conoce también con el nombre de *teoría K*. La anterior ecuación es válida para flujo estrictamente unidireccional. En el caso de la

CLA, por ejemplo, las expresiones para los flujos turbulentos verticales de cantidad de movimiento serían:

$$\overline{u'w'} = -K_m (\partial U / \partial z), \quad \overline{v'w'} = -K_m (\partial V / \partial z)$$

Asimismo, para los flujos turbulentos de calor, vapor de agua o cualquier otro constituyente atmosférico (p.e. sustancias contaminantes) se han propuesto relaciones similares, que resultan análogas a las de las leyes de la difusión molecular del calor (Fourier) y de la masa (Fick). Así,

$$\overline{\theta'w'} = -K_h (\partial \Theta / \partial z), \quad \overline{q'w'} = -K_v (\partial Q / \partial z)$$

siendo K_h y K_v los llamados coeficientes de intercambio vertical turbulento o de *difusividad turbulenta del calor y del vapor de agua* respectivamente.

A pesar del atractivo que sin duda tiene esta teoría, la analogía entre transferencias moleculares y turbulentas no es correcta, ya que, entre otras razones, las segundas no son propiedades del fluido, sino que su valor depende de las características del flujo o de la turbulencia. De esto se deriva que con el esquema de cierre de primer orden lo que se hace simplemente es sustituir unas incógnitas (flujos turbulentos) por otras (coeficiente de difusividad turbulenta). Para tratar de resolver esta dificultad, se han propuesto diversas expresiones semiempíricas sujetas a verificación experimental, en las que se considera que los coeficientes K dependen de alguna manera de las coordenadas y parámetros del flujo.

De entre ellas la más simple es la propuesta originalmente por Boussinesq, en la que se supone que las difusividades turbulentas son constantes en todo el flujo. Esta aproximación es la que en general se utiliza en el modelado matemático de la difusión turbulenta horizontal en la atmósfera libre por encima de la CLA. No obstante, en los modelos la consideración de este efecto difusivo, normalmente pequeño en comparación con el de carácter advectivo (transporte), está más dedicado a corregir o «filtrar» perturbaciones asociadas al uso de esquemas numéricos de diferencias o elementos finitos en las diferenciales de primer orden de las ecuaciones primitivas.

Para el caso del flujo turbulento en la CLA, se han propuesto diversas teorías suponiendo que la difusividad turbulenta es una determinada función de la distancia al suelo. Sin embargo, bajo condiciones de estratificación térmica no neutra en la CLA resulta bastante problemático, y en ocasiones imposible, encontrar dicha función. A pesar de las dificultades, esta *hipótesis de viscosidad turbulenta o teoría K* es la que se utiliza en la práctica totalidad de los actuales modelos matemáticos de la atmósfera para la parametrización de los procesos de intercambio turbulento en la CLA, salvo en situaciones con gran actividad convectiva. Esto se debe a que en una CLA con mezcla convectiva el gradiente vertical de temperatura potencial es nulo o ligeramente positivo, mientras que el transporte de calor es muy importante pero en sentido ascendente, lo que implicaría que el coeficiente K_h habría de tener un valor infinito o incluso negativo.

Hipótesis de la longitud de mezcla.

En correspondencia con el concepto de recorrido libre medio en la teoría de transferencia molecular, se puede suponer que en un flujo turbulento se forman remolinos (a semejanza de las moléculas) que se separan del lugar donde se originan y recorren una determinada distancia (*longitud de mezcla*) antes de que finalmente se mezclen de nuevo en el fluido de forma instantánea. Este proceso daría lugar a una transferencia de cantidad de movimiento, calor u otras propiedades de una región a otra del fluido, a consecuencia de lo cual se producirán fluctuaciones locales en sus valores medios. Si los movimientos de tales remolinos ocurrieran de forma más o menos aleatoria en todas direcciones, entonces es fácil deducir que el intercambio promedio de cantidad de movimiento, calor, etc., tendría lugar en sentido contrario al gradiente de velocidad, temperatura, etc.

Así, por ejemplo, si la velocidad del viento medio aumentara con la altura, que es el caso general en la CLA, las fluctuaciones longitudinales de la velocidad en un nivel z serían hipotéticamente el resultado de la llegada de remolinos tanto de arriba como de abajo. Si uno de ellos llegara procedente del nivel $z-1$, se produciría una fluctuación negativa en la velocidad media $U(z)$ correspondiente al nivel z

$$u' = U(z-1) - U(z) \approx -l \cdot (\partial U / \partial z)$$

asociada con una perturbación en la velocidad vertical w de signo positivo (ascendente), donde l representaría la llamada *longitud de mezcla*. Por tanto,

$$\overline{u'w'} = -\overline{lw'} \cdot (\partial U / \partial z)$$

Suponiendo que en un flujo turbulento las fluctuaciones de velocidad en todas direcciones son de igual orden de magnitud,

$$w' \approx -u' \approx l \cdot (\partial U / \partial z)$$

resulta finalmente

$$\overline{u'w'} \approx -\overline{l^2} \cdot (\partial U / \partial z)^2$$

o la relación original propuesta por Prandtl

$$\overline{u'w'} = -l_m^2 \cdot (|\partial U / \partial z|) \cdot (\partial U / \partial z)$$

Esta ecuación constituiría una hipótesis de cierre en el caso de que la longitud de mezcla media l_m pudiera prescribirse como una función de la geometría y otras propiedades del flujo turbulento. No obstante, al igual que ocurre en la hipótesis de la viscosidad turbulenta con el coeficiente K_m , el

valor de l_m es difícil de asignar. Salvo en el caso de ausencia o lejanía suficiente de paredes o superficies en el que se podría suponer una longitud de mezcla constante, su valor es altamente variable. En la CLA se considera que es una función de la distancia al suelo, de la estratificación térmica y del espesor de la capa límite, pero las expresiones empíricas que se obtuvieran carecerían de validez general.

3.2. Esquemas de cierre de orden superior

Alguno de los problemas que presenta las aproximaciones de cierre de primer orden se pueden eliminar aplicando cierres de segundo o superior orden. Consisten básicamente en determinar los términos de flujo turbulento ($u'w'$, $\theta'w'$, $q'w'$, etc.) de las ecuaciones primitivas mediante ecuaciones de pronóstico, con lo cual se tendría un sistema con 13 ecuaciones adicionales, en las que además aparecen unos términos de triple correlación ($u'w'w'$, $\theta'w'w'$, $q'w'w'$, etc.) también desconocidos. A su vez, tales términos podrían determinarse en función de gradientes de los de doble correlación y/o de las variables dependientes, o bien mediante otras ecuaciones de pronóstico en las que surgen de nuevo otros de cuarta correlación, y así sucesivamente. Es decir, con este tipo de esquemas no se hace más que elevar el nivel en la jerarquía de las ecuaciones que han de resolverse.

No obstante su mayor complicación, los esquemas de orden superior han proporcionado un mayor conocimiento sobre la evolución de la CLA en condiciones de convección térmica intensa, imposible de parametrizar mediante los de primer orden. Sin embargo con estratificaciones estables los esquemas de segundo orden no resultan apropiados. Esta carencia de generalidad, junto con el complejo tratamiento de cálculo necesario, hacen que su utilización en el modelado atmosférico operativo no esté muy extendida, a pesar de la rapidez de proceso de los actuales superordenadores. Para documentarse con mayor amplitud sobre este tipo de técnicas se remite al lector a los trabajos de Wyngaard y Coté (1974), Lumley y Khajeh-Nouri (1974), Zeman (1981), Wyngaard (1982), o Mellor y Yamada (1982), entre otros.

3.3. Análisis dimensional y teorías de semejanza

Como consecuencia de las mencionadas dificultades de cierre del sistema de ecuaciones diferenciales, en las tres últimas décadas se ha desarrollado una nueva metodología para obtener las relaciones entre los flujos turbulentos y los gradientes de las variables y propiedades del aire en la CLA, que utiliza la *teoría de semejanza* mediante el llamado *análisis dimensional*.

El análisis dimensional es un método sencillo que permite establecer relaciones entre diferentes cantidades o parámetros tomando como base sus dimensiones físicas. Su fundamento consiste en la formación de grupos o

parámetros adimensionales entre los que se intenta establecer una relación funcional. La base del método la constituye el conocido *teorema II de Buckingham* que establece que si m cantidades (Q_1, Q_2, \dots, Q_m) conteniendo n dimensiones fundamentales se relacionan mediante una ecuación dimensionalmente homogénea, dicha relación siempre puede expresarse en función de $m-n$ grupos adimensionales independientes $(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{m-n})$ formados a partir de las m cantidades originales. Es decir, la relación funcional dimensional:

$$f(Q_1, Q_2, \dots, Q_m) = 0$$

es equivalente a la relación adimensional.

$$F(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{m-n}) = 0$$

o lo que es igual:

$$\Pi_i = F_i(\Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_{m-n})$$

Ahora bien, el análisis dimensional sólo establece la posible existencia de una relación funcional entre tales cantidades adimensionales, pero la propia función ha de ser determinada por medio de consideraciones teóricas o, más frecuentemente, a partir de observaciones experimentales. Asimismo, hay que tener en cuenta que este análisis es un mero formalismo matemático sin tratar la física del problema. Para aplicarlo es preciso conocer o deducir correctamente, mediante intuición física o información experimental disponible, las cantidades involucradas en una determinada relación matemática o empírica. Si se ignora alguna de ellas, de la que realmente depende el fenómeno o la variable objeto de investigación, se llegaría a relaciones totalmente erróneas sin significación física alguna. Por el contrario, si se incluyen cantidades irrelevantes o innecesarias en las hipótesis originales, se complicaría en exceso el análisis haciendo extremadamente difícil, si no imposible, la obtención empírica de las correspondientes relaciones funcionales.

A las relaciones funcionales entre los distintos grupos adimensionales que se obtienen por medio de este método se les da generalmente el nombre de *relaciones de semejanza*, puesto que expresan las condiciones bajo las que dos o más regímenes de flujo serían semejantes o similares. Por esta misma razón, a la hipótesis original previa al análisis dimensional se la llama *hipótesis de semejanza* y el análisis basado en ella se le conoce con el nombre de análisis o *teoría de semejanza*.

En el caso de la CLA, el análisis adimensional permite establecer relaciones entre los flujos turbulentos ($\overline{u'w'}$, $\overline{\theta'w'}$, $\overline{q'w'}$, etc.) y los gradientes de las variables. Así, por ejemplo, en la región totalmente turbulenta que se encuentra próxima al suelo se puede considerar despreciable el efecto de la fuerza de Coriolis y, en el caso de que la estratificación térmica tenga carácter

neutro, también el del empuje hidrostático (flotabilidad). Bajo tales condiciones se tiene la evidencia experimental de que la cizalla del viento ($\partial U/\partial z$) depende solamente de la distancia al suelo z , de la fricción superficial y de la densidad del aire, es decir:

$$\partial U/\partial z = f(z, \tau, \rho)$$

Estas cuatro cantidades se expresan en tres unidades fundamentales

$$\tau \equiv [ML^{-1} T^{-2}], \quad \rho \equiv [ML^{-3}], \quad \partial U/\partial z \equiv [T^{-1}], \quad z \equiv [L]$$

luego, según el teorema II de Buckingham, se podrá formar un solo parámetro adimensional, de manera que

$$\frac{(\tau/\rho)^{-1/2}}{z \cdot (\partial U/\partial z)} = k$$

siendo k la llamada *constante de von Kármán*, que tiene un valor de 0.40, aunque está aún sujeto a alguna incertidumbre. Por otra parte, al numerador de la anterior expresión, que tiene dimensiones $[L/T]$, se le identifica como un importante factor de escala de velocidad al que se denomina *velocidad de fricción*

$$u_* = (\tau/\rho)^{-1/2}$$

de manera que entonces

$$-\overline{u'w'} = u_*^2$$

Integrando la expresión del análisis dimensional se llega a la ecuación del perfil logarítmico del viento

$$U = \frac{u_*}{k} \ln \frac{z}{z_0}$$

donde z_0 es una constante de integración cuyas dimensiones son de longitud, a la que se llama *longitud de rugosidad*, cuyo valor depende de las características dinámicas del suelo. Matemáticamente z_0 sería el nivel donde $U=0$. En la figura 1 se presentan valores de z_0 correspondientes a diversos tipos de terreno.

En caso de superficies no lisas (altura de los obstáculos mucho mayor que ν/u_*), existe incertidumbre en determinar cuál es el nivel $z=0$ utilizado en la ecuación resultante del análisis dimensional. En el caso de que la densidad espacial de los obstáculos rugosos sea muy alta, parece claro que el nivel $z=0$ ha de corresponder a la cima de ellos, pero en caso contrario dicho nivel

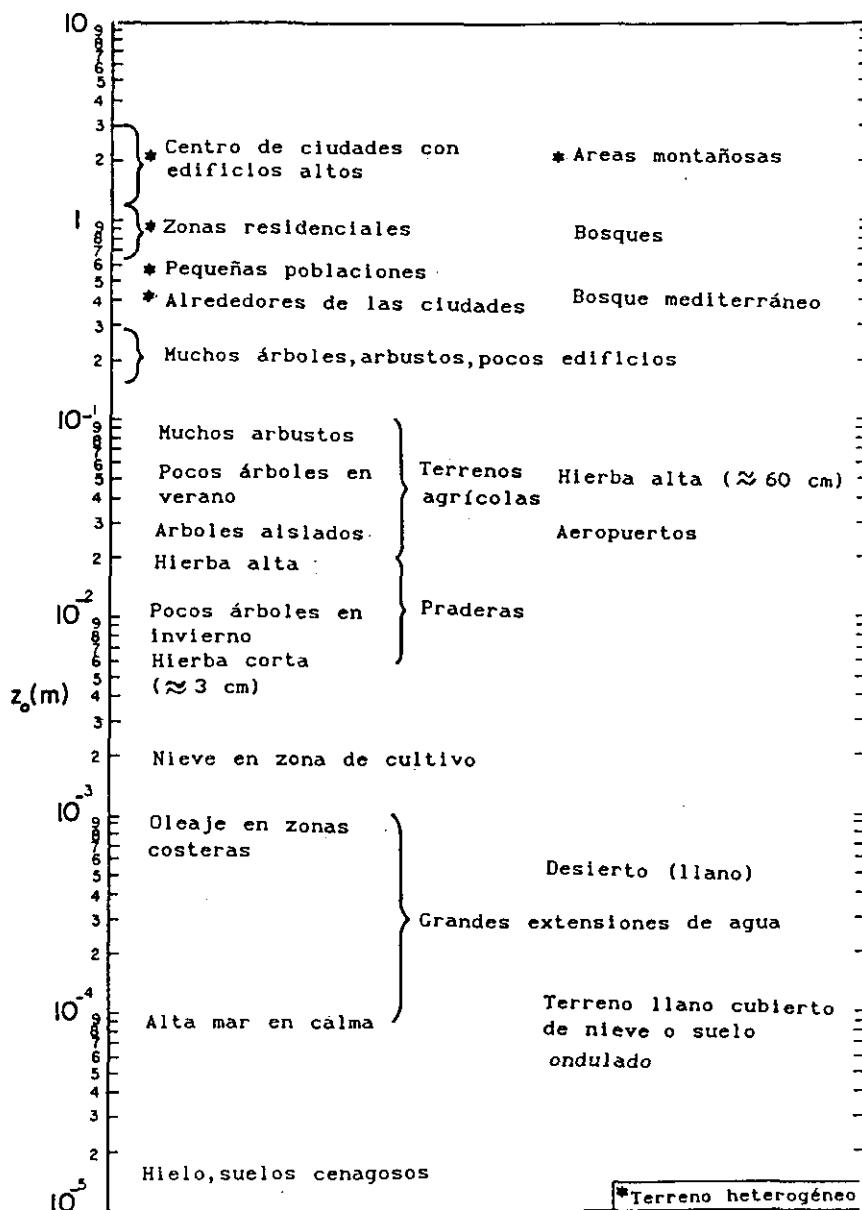


Figura 1.—Valores típicos del parámetro de rugosidad z_0 de diferentes tipos de superficies.

estaría situado en alguna altura intermedia entre la base y la cima de tales obstáculos (fig. 2). Para paliar esta dificultad, lo que generalmente se hace es definir a $z=0$ como el nivel de la base de los elementos rugosos y desplazar

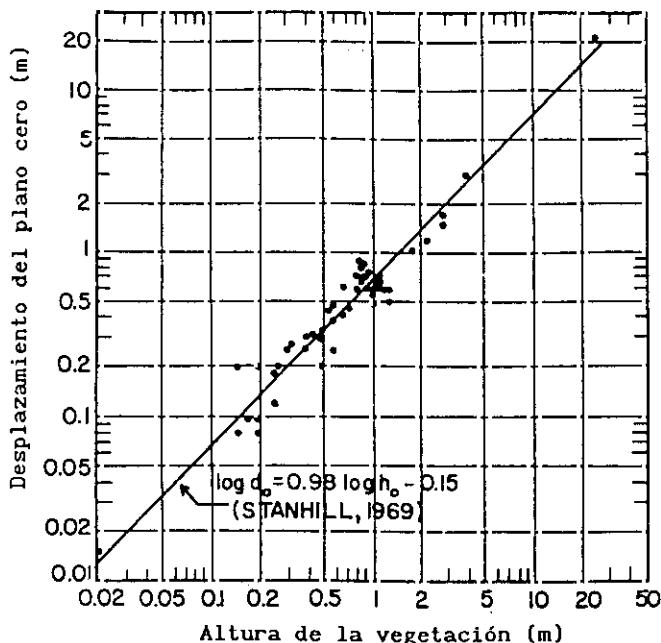


Figura 2.—Relación entre el desplazamiento del plano cero d_0 y la altura de la vegetación.

hacia arriba el sistema de coordenadas de referencia utilizado en la expresión adimensional. De esta forma resultaría finalmente

$$U = \frac{u_*}{k} \ln \frac{z-d_0}{z_0}$$

donde d_0 es la llamada altura de desplazamiento del plano cero.

Del mismo modo, utilizando el análisis dimensional, se definen unas escalas de temperatura potencial (θ_*) y humedad específica (q_*), tales que:

$$\overline{w'\theta'} = u_* \theta_* = -H/\rho C_p, \quad \overline{w'q'} = u_* q_* = -E/\rho$$

donde H y E son los flujos de calor sensible y humedad desde el suelo, mediante las que pueden deducirse las expresiones correspondientes a los perfiles de la temperatura potencial y humedad específica:

$$\Theta - \Theta_s = \frac{\theta_*}{k} \ln \frac{z-d_0}{z_{0h}}$$

$$Q - Q_s = \frac{q_*}{k} \ln \frac{z-d_0}{z_{0r}}$$

siendo Θ_s y Q_s los valores de Θ y Q en el suelo y z_{oh} y z_{ov} las longitud de rugosidad para la temperatura y la humedad específica, es decir, los niveles donde, respectivamente, $\Theta = \Theta_s$ y $Q = Q_s$ si los correspondientes perfiles logarítmicos fueran extrapolados hacia abajo. Sus valores no tienen por qué ser iguales al de z_o para el caso de la velocidad del viento, de hecho se ha comprobado que son algo mayores en caso de superficies muy lisas y bastante más pequeños en rugosas. En Brutsaert (1988) se puede encontrar una extensa documentación sobre métodos y expresiones para el cálculo de ambos parámetros de rugosidad con diferentes tipos de terreno.

En el caso de que la estratificación térmica del aire junto al suelo no tenga carácter neutro, habría que tener también en cuenta el efecto del empuje hidrostático (flotabilidad) como consecuencia del gradiente vertical de densidad. La hipótesis de semejanza básica para la parametrización de este efecto fue propuesta por Monin y Obukhov (1954), que se basa en la consideración de una escala de longitud de la flotabilidad, conocida por el nombre de *longitud de Monin-Obukhov*, tal que:

$$L = \frac{-u_*^3}{k \cdot (g/T_a) \cdot (H/\rho \cdot C_p)}$$

mediante la cual formar un número adimensional $\zeta = z/L$.

En esta expresión $(H/\rho \cdot C_p)$ representa el flujo cinemático de calor desde la superficie y (g/T_a) la variable de flotabilidad, siendo T_a una temperatura de referencia del aire junto al suelo. El signo negativo fue introducido por los autores para que L fuera positiva con estratificación estable ($H < 0$) y negativa con inestabilidad ($H > 0$). El significado físico que los autores dieron a $-L$ fue el de la altura a la cual los efectos de la cizalla del viento se igualan a los de la flotabilidad, aunque en realidad es algo mayor.

En la formulación original de la longitud de Monin-Obukhov, el término del flujo turbulento no contiene el efecto del vapor de agua presente en el aire. Para ello, basta con introducir en la expresión el término $(0.61 \cdot T_a \cdot E)$, de forma que finalmente

$$L = \frac{-u_*^3}{\frac{k \cdot g}{\rho} \frac{H}{T_a \cdot C_p} + 0.61 \cdot E}$$

De esta manera, cualquier variable turbulenta, si se la normaliza mediante una adecuada combinación de escalas de velocidad (u_*), temperatura (θ_*) y humedad (q_*), debe ser una función única del número adimensional $\zeta = z/L$. Así, se obtienen las siguientes relaciones de semejanza:

$$\frac{k \cdot (z - d_0)}{u_*} \frac{\partial U}{\partial z} = \mathcal{O}_m(\zeta)$$

$$\frac{k \cdot (z - d_0)}{\theta_*} \frac{\partial \Theta}{\partial z} = \mathcal{O}_h(\zeta)$$

$$\frac{k \cdot (z - d_0)}{q_*} \frac{\partial Q}{\partial z} = \mathcal{O}_v(\zeta)$$

donde las funciones universales \mathcal{O} han de determinarse mediante procedimientos teóricos o empíricos. Estas expresiones incluyen la constante k para que sean consistentes con las que antes se han deducido para el caso de estratificación neutra, pues entonces $\mathcal{O}(0) = 1$.

Como se ha visto, si en el análisis de semejanza las variables independientes involucradas en un determinado proceso fueran numerosas, también lo serían los grupos adimensionales y las combinaciones posibles de variables para formarlos, corriendo entonces el riesgo de omitir o añadir cantidades importantes o irrelevantes. Por esa razón, como en la CLA las cantidades relevantes involucradas en los procesos de intercambio turbulento son muy numerosas y diferentes según la distancia al suelo, lo que se hace es descomponerla en varias subcapas, formulando diferentes hipótesis de semejanza para cada una de ellas.

4. PAMETRIZACIONES DE LA CAPA LIMITE ATMOSFERICA

El tratamiento de la influencia de la CLA en los modelos numéricos de la dinámica atmosférica difiere según éstos se apliquen a escala global (macroescala) o a escala regional o local (mesoescala). En los primeros, la CLA suele considerarse como una sola capa en la que se determinan los intercambios aire-suelo por medio de unas ecuaciones aproximadas, en las que se incluyen ciertos parámetros o coeficientes que se suponen constantes en los modelos más sencillos y en los más ajustados dependen de características del terreno o de la estratificación térmica. A este tipo de parametrizaciones se las conoce con el nombre de *formulaciones de aerodinámica «bulk»* (Deardorff, 1972).

Sin embargo, en los modelos a mesoescala se requiere una resolución más detallada de la CLA, pues en ellos es preciso resolver con más precisión los efectos inducidos por inhomogeneidades en el calentamiento del suelo, origen de los movimientos a escala regional o local que pretenden simularse numéricamente. Por esta razón a este otro tipo de parametrizaciones de la CLA se le llama *formulaciones de alta resolución* (Anthes *et al.*, 1980).

4.1. Parametrizaciones de aerodinámica «bulk»

Este tipo de parametrización de la CLA es considerablemente más rápido y en ciertas circunstancias resulta claramente ventajoso frente al de alta

resolución (modelos de circulación general, modelado de la CLA marina en modelos a macroescala, etc.).

Aunque existen diferentes procedimientos, el más frecuentemente utilizado es el llamado *método de los coeficientes de transferencia o de arrastre (drag)*. Este método se ha empleado muy frecuentemente en problemas de ingeniería relacionados con la capa límite turbulenta en tuberías y canales. Probablemente Lettau (1959) fue el primero en introducir el concepto de coeficiente de arrastre aplicado a la atmósfera, basándose en el análisis de semejanza a partir de datos experimentales.

La esencia de este método consiste en expresar los flujos verticales turbulentos de cantidad de movimiento, calor y vapor de agua en función de unos *coeficientes de transferencia adimensionales*, de manera que

$$-\overline{u'w'} = u_*^2 = (C_D \cdot U)^2$$

$$-\overline{\theta'w'} = C_H \cdot u_* \cdot (\Theta - \Theta_s)$$

$$-\overline{q'w'} = C_W \cdot u_* \cdot (Q - Q_s)$$

donde C_D , C_H y C_W son respectivamente los coeficientes de transferencia de cantidad de movimiento (arrastre), de calor y de vapor de agua.

Numerosos autores han conseguido resultados aceptables asignando a estos coeficientes unos valores constantes. Por ejemplo, Rosenthal (1970) utilizó:

$$C_D = 5.5 \cdot 10^{-2} \quad C_H = C_W = 0$$

mientras que Lavoi (1972) consideró:

$$C_D = \begin{cases} 8.4 \cdot 10^{-2} & \text{(tierra)} \\ 3.9 \cdot 10^{-2} & \text{(mar)} \end{cases} \quad C_D = C_W = \begin{cases} 1.8 \cdot 10^{-2} & \text{(si } \partial\Theta/\partial z < 0) \\ 0 & \text{(si } \partial\Theta/\partial z \geq 0) \end{cases}$$

Sin embargo, como puede comprobarse con el análisis de semejanza, excepto en situaciones especiales (vientos fuertes y terrenos muy homogéneos) los coeficientes de transferencia no son constantes. Así, Deardorff (1972) propuso un procedimiento considerado como uno de los más ajustados dentro de las formulaciones aerodinámicas bulk, que adaptado por Anthes *et al.* (1987) resulta:

— Caso estable ($0 \leq Rb \leq 3$):

$$C_D = (1 - Rb/3) \cdot [k^{-1} \ln (0.025 h/z_o) + 8.4]^{-1}$$

$$C_H/C_D = C_W/C_D = (1 - Rb/3) \cdot [k^{-1} \ln (0.025 h/z_o) + 7.3]^{-1}$$

— Caso inestable ($Rb < 0$):

$$C_D = [k^{-1} \ln (0.025h/z_o) + 8.4 - 25 \cdot \exp (0.26\xi - 0.03\xi^2)]^{-1}$$

$$C_H/C_D = C_W/C_D = (C_D^{-1} - 1.1)^{-1}$$

donde h es el espesor de la CLA,

$$\xi = (1/2.3) \ln (-Rb) - 3.5$$

y

$$R_b = \frac{(g/\bar{\Theta}) \cdot h \cdot (\Theta - \Theta_s)}{\bar{U}^2}$$

y $\bar{\Theta}$ y \bar{U} los valores medios de Θ y U en la CLA.

4.2. Parametrizaciones de alta resolución

Aunque en los últimos años se han propuesto numerosos esquemas, solamente se comentarán aquí los más utilizados en el modelado atmosférico, sin pretender realizar una revisión exhaustiva de los aparecidos en la literatura. En las formulaciones de alta resolución se suele dividir la CLA en tres regiones o subcapas: la *interfacial*, la *superficial* y la *de transición*, en cada una de las cuales se determinan los flujos turbulentos de las variables atmosféricas, por medio de diferentes procedimientos, tal como a continuación se presenta.

4.2.1. Subcapa interfacial

A la región en contacto físico con el suelo se le suele llamar *subcapa interfacial o de transferencia*. En esta capa el efecto de la turbulencia es lo bastante pequeño como para que el flujo no se vea esencialmente afectado por ella, sino por la estructura de los elementos rugosos del terreno. En consecuencia, el transporte de cantidad de movimiento, calor y vapor de agua dependen casi por completo de la viscosidad y las difusividades moleculares de calor y humedad (α_h , α_v) respectivamente. Cuando la superficie es lisa a esta capa se le da el nombre de *subcapa viscosa*, mientras que con suelo rugoso el de *subcapa rugosa*. Si los elementos rugosos consisten en vegetación, más o menos «permeable» al flujo de aire, se le llama *subcapa vegetal*. Mientras que el espesor de la subcapa viscosa no supera el milímetro, el de la vegetal puede llegar a ser del orden de metros, dependiendo de la altura de los elementos rugosos.

En la subcapa interfacial la parametrización de los flujos suelo-atmósfera se realiza generalmente aplicando el análisis de semejanza, de manera que

$$U = (u_*/k) \cdot \Phi_{0m}$$

$$\Theta_s - \Theta = (H/k \cdot u_* \cdot \rho \cdot C_p) \cdot \Phi_{0h}$$

$$Q_s - Q = (E/k \cdot u_* \cdot \rho) \cdot \Phi_{0v}$$

donde las funciones Φ 's dependen de un gran número de variables, tales como: el espesor de la subcapa (h), el parámetro u_* , la viscosidad del aire (ν), la difusividad molecular del vapor de agua (k_v) y del calor (k_h), además de las características de los obstáculos, es decir, tamaño, forma, disposición, densidad, rigidez, etc. Estas variables pueden organizarse en parámetros adimensionales:

$$R_e = u_* \cdot h / \nu \quad \text{N.º de Reynolds}$$

$$P_r = \rho \cdot \nu \cdot C_p / k_h \quad \text{N.º de Prandtl}$$

$$S_c = \nu / k_v \quad \text{N.º de Schmidt}$$

y otros que dependan exclusivamente de las características particulares de los obstáculos del terreno.

- i) *Subcapa viscosa:* Corresponde a la subcapa interfacial en caso de que la superficie sea hidrodinámicamente lisa, que se define mediante el criterio

$$u \cdot z_0 / \nu < 0.13$$

En la naturaleza ninguna superficie satisface rigurosamente este criterio, pero así pueden considerarse los suelos llanos cubiertos de nieve o hielo y superficies de agua con aire encalmado. La altura de esta capa es

$$h = 30 \cdot \nu / u$$

y las funciones

$$\Phi_{0m} = 4.7, \quad \Phi_{0h} = f_s (Pr), \quad \Phi_{0v} = f_v (9 Sc)$$

donde f_s y f_v se determinan de forma empírica (Deardorff, 1974).

- ii) *Subcapa rugosa:* Cuando los obstáculos son impermeables con una altura comparable a la anchura de la sección perpendicular al flujo medio. Ejemplos de este tipo de superficies podrían ser terrenos

baldíos o con vegetación rígida y superficies de agua con ligero oleaje. Una superficie se define hidrodinámicamente rugosa cuando

$$u \cdot z_0 / v > 2$$

La altura de esta capa se considera representada por el valor correspondiente del coeficiente de rugosidad

$$h = z_0$$

y las funciones

$$\Phi_{0m} = 1.75, \quad \Phi_{0h} = f_s(u \cdot z_0 / v, P_r), \quad \Phi_{0v} = f_v(u \cdot z_0 / v, S_c)$$

- iii) *Subcapa «canopy»*: La mayor parte de la superficie terrestre está cubierta de vegetación constituida por elementos rugosos de naturaleza permeable y fibrosa, muy próximos unos a otros. Como existen numerosos tipos de vegetación, resulta bastante problemático hacer generalizaciones en la formulación de los coeficientes de transferencia. Para una información más concreta véase Brutsaert (1988) y referencias allí incluidas.

No obstante, en los modelos de pronóstico meteorológico no suele considerarse a esta subcapa en la parametrización de la CLA, salvo cuando se apliquen para modelar circulaciones o fenómenos a escala muy reducida, en cuyo caso habría que tener en cuenta la influencia de las características de los elementos rugosos del suelo sobre el flujo de aire.

4.2.2. *Capa superficial*

Es una capa situada por encima de los obstáculos rugosos, donde el flujo está poco afectado por la viscosidad, la estructura de los obstáculos individuales o la fuerza de Coriolis, pero sí por la naturaleza de la superficie. En esta capa se considera que los flujos turbulentos de cantidad de movimiento, calor y humedad son casi constantes con la altura, aunque en realidad varían en menos del 20 %. Asimismo, tales flujos se ven fuertemente influidos por la estabilidad de la estratificación térmica, es decir, por el efecto de flotabilidad debido al gradiente vertical de densidad. Típicamente la capa superficial viene a ocupar alrededor del 10 % inferior de la CLA.

En los modelos de pronóstico meteorológico, la parametrización de flujos turbulentos de cantidad de movimiento, calor y humedad en la capa superficial se realiza mediante la aplicación de la teoría de semejanza de Monin-Obukhov. Como antes se ha visto, tales flujos pueden expresarse en función de una serie de parámetros de escala, mediante los que se definen

unos números adimensionales que se relacionan a través de las expresiones del apartado 3.3.

Para conocer la naturaleza de las funciones universales \mathcal{O}_m , \mathcal{O}_h y \mathcal{O}_v incluidas en tales expresiones se han llevado a cabo un gran número de estudios experimentales, por lo que son varias las ecuaciones propuestas por diferentes autores, algunas derivadas de forma semi-empírica interpolando entre el caso conocido con condiciones neutras y el extremo con fuerte inestabilidad (Priestley, 1954), y otras a partir exclusivamente de datos experimentales. En Yaglom (1977) se puede encontrar una extensa documentación sobre las diferentes formulaciones propuestas.

Desgraciadamente la mayoría de las no muy numerosas experiencias realizadas en el campo de la micrometeorología se han dirigido al conocimiento de las funciones \mathcal{O}_m y \mathcal{O}_h mientras que las dedicadas a \mathcal{O}_v son muy escasas. No obstante, de los estudios de Crawford (1965), Dyer (1967) y Pruitt, *et al.* (1973), entre otros, parece deducirse que, en general,

$$\mathcal{O}_v(\zeta) = \mathcal{O}_h(\zeta)$$

Sin embargo, otros autores han comprobado que especialmente con estratificación muy estable esta igualdad no se cumple, de forma que esta cuestión permanece aún sin aclararse (Brost, 1979).

No obstante, en la mayoría de los modelos meteorológicos actuales se consideran las siguientes expresiones deducidas por Businger *et al.* (1971) basadas en los datos experimentales tomados durante el «1968 Kansas Field Program»:

$$\mathcal{O}_m = \begin{cases} (1 - \gamma_1 \cdot \zeta)^{-1/4} & \text{si } \zeta < 0 \text{ (inestab.)} \\ 1 + \beta \cdot \zeta & \text{si } \zeta \geq 0 \text{ (estab.)} \end{cases}$$

$$\mathcal{O}_h = \mathcal{O}_v = \begin{cases} \alpha (1 - \gamma_2 \cdot \zeta)^{-1/2} & \text{si } \zeta < 0 \text{ (inestab.)} \\ \alpha + \beta \cdot \zeta & \text{si } \zeta \geq 0 \text{ (estab.)} \end{cases}$$

donde

$$\alpha = 0.74; \quad \beta = 4.7; \quad \gamma_1 = 15; \quad \gamma_2 = 9$$

son los valores que mejor se ajustan a las curvas experimentales de la figura 3, aunque aún existen ciertas discrepancias con los deducidos por otros autores a causa de los ineludibles errores de medida y desviaciones de las condiciones ideales consideradas en la teoría.

Con estos valores, integrando las relaciones de semejanza del apartado 3.3 entre el suelo y un nivel cualquiera z , para el caso de estratificación inestable ($\zeta < 0$), resultan las expresiones (Paulson, 1970):

$$U(z) = \frac{u_*}{k} \ln \frac{z - d_0}{z_{0m}} - \Phi_m(\zeta)$$

$$\Theta(z) - \Theta_s = \frac{\theta_*}{k} \ln \frac{z - d_0}{z_{0h}} - \Phi_h(\zeta)$$

$$Q(z) - Q_s = \frac{q_*}{k} \ln \frac{z - d_0}{z_{0v}} - \Phi_v(\zeta)$$

donde

$$\Phi_m(\zeta) = \int_{\zeta_0}^{\zeta} [1 - \mathcal{O}_m(\zeta)] d\zeta/\zeta = \ln \left[\frac{1 + \mathcal{O}_m}{2} + \left(\frac{1 + \mathcal{O}_m}{2} \right)^2 \right] - 2 \arctan(\mathcal{O}_m) + \frac{\pi}{2}$$

$$\Phi_h(\zeta) = \int_{\zeta_0}^{\zeta} [1 - \mathcal{O}_h(\zeta)] d\zeta/\zeta = 2 \ln \frac{1 + \mathcal{O}_h}{2}$$

$$\Phi_v(\zeta) = \int_{\zeta_0}^{\zeta} [1 - \mathcal{O}_v(\zeta)] d\zeta/\zeta = 2 \ln \frac{1 + \mathcal{O}_v}{2}$$

siendo

$$\zeta_0 = z_o / |L|$$

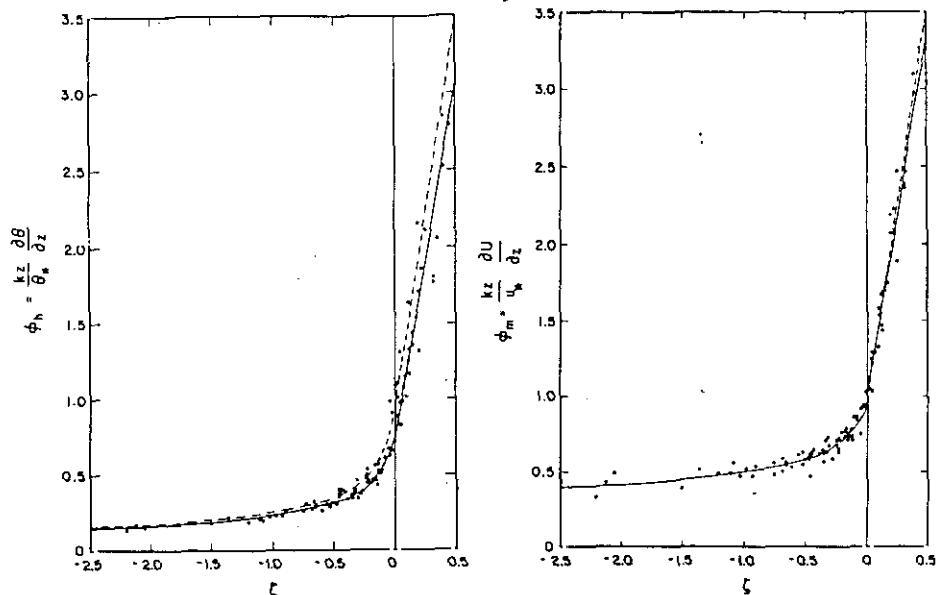


Figura 3.—Valores de las funciones de semejanza para el calor sensible (ϕ_h) y la cantidad de movimiento (ϕ_m) observados en el «1968 Kansas Field Program».

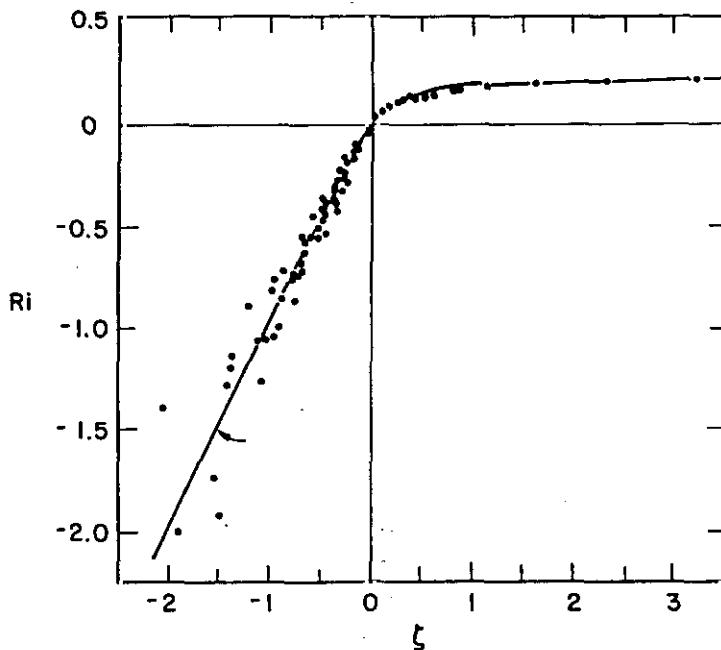


Figura 4.—El número de Richardson (Ri) en función del parámetro de estabilidad $\zeta = z/L$.

Mientras que en el caso de estratificación estable, resultaría

$$\Phi_m(\zeta) = 4.7 (\zeta_0 - \zeta)$$

$$\Phi_h(\zeta) = \Phi_v(\zeta) = 0.26 \ln(\zeta/\zeta_0) + 4.7 (\zeta_0 - \zeta)$$

Con estas expresiones, se pueden determinar los valores de los parámetros de escala (u_* , θ_* , q_*) sin más que conocer inicialmente la distribución vertical de las variables de pronóstico (U , Θ y Q) dentro de la capa superficial, con lo cual se obtienen los valores de los flujos turbulentos verticales a través de dicha capa, ya que

$$-\overline{u'w'} = u_*^2, \quad \overline{\theta'w'} = \theta_* u_*, \quad \overline{q'w'} = q_* u_*$$

No obstante, la utilización del parámetro ζ tiene la dificultad de que para su cálculo ha de determinarse la escala de longitud L . Por ello, lo que generalmente se hace es calcularlo a partir de otra cantidad adimensional como es el *número de Richardson*, un parámetro alternativo de la estabilidad, cuya expresión es

$$R_i = \frac{g}{T_a} \frac{(\partial \Theta / \partial z) + 0.61 \cdot T_a \cdot (\partial Q / \partial z)}{(\partial U / \partial z)^2}$$

si en ella se incluye el efecto del vapor de agua, ya que de los datos experimentales representados en la figura 4 se deduce que

$$\zeta = R_i \quad \text{cuando} \quad R_i < 0$$

$$\zeta = \frac{R_i}{1 - 5 \cdot R_i} \quad \text{cuando} \quad 0 \leq R_i \leq 0.2$$

El número de Richardson proporciona además un criterio simple con el que indicar la existencia o no de turbulencia en un fluido con estratificación estable. En la práctica, si $Ri > 0.25$ se considera ausencia de turbulencia.

El número Ri tiene la ventaja de que contiene sólo gradientes de variables que pueden determinarse en los modelos numéricos. Sin embargo, su cálculo no resulta fiable, puesto que el valor de la cizalla del viento que aparece en el denominador es difícil de determinar adecuadamente, ya que las diferencias del viento en la capa superficial pueden ser de magnitud semejante a los errores de cálculo, incrementándose aún más el error inducido al estar tal cantidad elevada al cuadrado.

Para paliar este inconveniente, en la mayoría de los modelos meteorológicos se utiliza una cantidad que puede calcularse con mayor margen de fiabilidad, como es el llamado *número de Richardson bulk*, que se expresa

$$R_b = \frac{g \cdot z^2}{T} \cdot \frac{(\partial \Theta / \partial z) + \Gamma_d}{U^2}$$

donde Γ_d es el gradiente adiabático del aire seco. Fácilmente puede comprobarse que existe una relación directa entre ambos números de Richardson:

$$R_i = R_b \cdot \frac{\partial(\ln U)^{-2}}{\partial(\ln z)}$$

En consecuencia, el cálculo del número adimensional ζ puede realizarse a través de Rb , que es el procedimiento más habitual en los modelos numéricos de dinámica atmosférica.

4.2.3. Capa de transición

Al estrato atmosférico situado entre la capa superficial y el límite superior de la CLA se le conoce por diferentes nombres como *capa de transición*, *capa externa*, *capa de Ekman*, etc. En esta capa el viento es prácticamente independiente de la naturaleza de la superficie aproximándose paulatinamente al de la llamada atmósfera libre, donde su valor viene determinado por el balance entre el gradiente horizontal de presión y la fuerza de Coriolis (viento

geostrófico). A lo largo de la capa de transición el viento medio va cambiando de dirección con la altura, de manera que finalmente en su borde superior se aproxima al viento geostrófico, al tiempo que la magnitud de los flujos turbulentos disminuye drásticamente con la distancia al suelo.

No obstante, con intensa actividad convectiva junto al suelo (convección libre), los efectos de los términos de presión y Coriolis resultan comparativamente pequeños, observándose en la capa de transición una gran actividad termo-convectiva, generalmente local y espasmódica. En tales condiciones a la CLA se la conoce con el nombre de *capa de mezcla* o *capa de convección libre*. En estos casos la cima suele coincidir con una inversión térmica elevada.

El límite superior de la capa de transición no resulta fácil de determinar de forma precisa, pues su altura depende de un gran número de factores. No obstante, en caso de estratificación neutra, condiciones estacionarias, homogeneidad en la horizontal y barotropía, se aproxima mucho a

$$\delta_e = k_e \cdot u_* / |f|$$

según puede deducirse de las ecuaciones del viento geostrófico, siendo k_e una constante con un valor que varía entre 0.15 y 0.30.

Sin embargo, en caso de estratificación distinta de la neutra existen otros factores que afectan al espesor de esta capa, tales como el calentamiento diurno, el movimiento no estacionario, inhomogeneidades en la temperatura y humedad, etc. Además en el ecuador, donde f se aproxima a cero, el espesor δ_e no tendría sentido. En estos casos se considera que δ sería el nivel hasta el cual los efectos dinámicos y termodinámicos del suelo se manifiestan claramente en los perfiles de los promedios del viento, temperatura y humedad específica. En la práctica, bajo condiciones de estratificación inestable esta altura puede tomarse como la cima de la *capa de mezcla* convectiva donde generalmente se sitúa un estrato de inversión térmica. Para distinguirla de la anterior se la expresa como δ_i .

Por otra parte, bajo condiciones de estabilidad se puede considerar que δ_i sería el espesor de la inversión térmica que se forma junto al suelo, indicado por la altura hasta la que se extiende el enfriamiento radiativo superficial. En todo caso, ha de tenerse en cuenta que la determinación exacta de δ_i no siempre resulta sencilla, ya que la cima de la CLA experimenta variaciones de forma continua, lo que probablemente es una manifestación de la deformación experimentada por la base de la inversión elevada a causa de corrientes convectivas desde el suelo o del efecto de ondas gravitatorias en caso de fuerte estabilidad.

Las parametrizaciones que se utilizan en los modelos de pronóstico meteorológico para el cálculo de los flujos turbulentos verticales en la capa de transición se pueden agrupar en las siguientes categorías:

- a) *Relaciones de semejanza.*
- b) *Ecuaciones explícitas.*

- c) *Coeficientes de intercambio locales.*
- d) *Perfiles verticales de los coeficientes de intercambio.*
- e) *Coeficiente de mezcla convectiva.*

a) *Relaciones de semejanza*

Consiste simplemente en aplicar el modelo de semejanza de Monin-Obukhov, suponiendo que los perfiles verticales promedio pueden expresarse mediante ecuaciones similares a las de la capa superficial:

$$\frac{k \cdot (z - d_0)}{u_*} \frac{\partial V}{\partial z} = \varnothing_{m*}, \quad \frac{k \cdot (z - d_0)}{\theta_*} \frac{\partial \Theta}{\partial z} = \varnothing_{th*}, \quad \frac{k \cdot (z - d_0)}{q_*} \frac{\partial Q}{\partial z} = \varnothing_{lv*}$$

donde las funciones universales en este caso dependerán no sólo de ζ , sino también de parámetros adimensionales adicionales cuyo efecto no es despreciable a mayores alturas sobre el suelo. Esta abundancia de variables hace que resulte extraordinariamente difícil establecer las adecuadas relaciones o combinaciones entre ellas mediante un análisis de datos experimentales, que además en esta capa más lejana al suelo son muy escasos. Uno de los procedimientos que pueden seguirse es el desarrollado por Brutsaert y Mawdsley (1976), que consiste en unir los perfiles de la capa de transición a los de la capa superficial (técnica «patching»). No obstante, actualmente este método no suele utilizarse en los modelos de pronóstico meteorológico convencionales.

b) *Ecuaciones explícitas*

Este método consiste en la aplicación de un esquema de cierre de las ecuaciones primitivas de segundo o superior orden, comentado en el apartado 3.2. Es decir, los términos de divergencia turbulenta se determinan mediante unas ecuaciones explícitas que se obtienen aplicando las mismas ecuaciones de pronóstico a las variables turbulentas. Son muy numerosos los autores que desde la década de los 60 han desarrollado este procedimiento; sin embargo, la gran complejidad que conlleva y la escasa mejora que aporta respecto a otros esquemas más sencillos, han hecho que sean escasos los modelos operativos que lo incluyan.

No obstante, existen otros métodos tan precisos como los de segundo orden de cierre basados en la ecuación de la energía turbulenta a los que se conoce como *esquemas de orden de cierre 1.5* (Yamada y Mellor, 1975). Este procedimiento simplifica considerablemente el sistema completo de ecuaciones de pronóstico, y ha sido aplicado por varios autores tanto en modelos regionales (Wyngaard, 1982) como globales (Miyakoda y Sirutis, 1977).

c) *Coefficientes de intercambio locales*

El método consiste en determinar los términos de divergencia de flujo turbulento en función de los gradientes de las respectivas variables de pronóstico mediante unos coeficientes de intercambio K_m , K_h y K_v (esquema de cierre de primer orden o teoría K).

Este procedimiento es utilizado en numerosos modelos meteorológicos pero sólo en caso de estratificación estable, pues bajo condiciones convectivas los flujos verticales de calor irían en dirección contraria al gradiente, lo que sería inconsistente con la teoría K en que se basa el método. No obstante, para estos casos Deardorff (1970) propuso un procedimiento corrector, que consiste simplemente en expresar el término de flujo vertical turbulento de calor:

$$\bar{w}'\bar{\theta}' = -K_h \cdot (\partial\Theta_c/\partial z) \text{ donde } \partial\Theta_c/\partial z = \partial\Theta/\partial z - 0.65 \cdot 10^{-3} \text{ K m}^{-1}$$

con lo que no se permiten flujos en contra del gradiente.

En caso de estratificación estable, Blackadar (1979) propuso que

$$K_m = K_h = \begin{cases} 1.1 (Ri_c - Ri) \cdot l^2 \cdot |\partial V/\partial z| / Ri_c & \text{si } Ri \leq Ri_c \\ 0 & \text{si } Ri > Ri_c \end{cases}$$

donde $V = U_i + V_j$, Ri_c es el llamado número de Richardson crítico que suele considerarse igual a 0,25, aunque realmente depende del espaciado vertical de la malla de cálculo (Shir y Bornstein, 1977), y l es una longitud de mezcla que McNider y Pielke (1981) expresan como:

$$l = \begin{cases} 0.35 \cdot z & \text{si } z < 200 \text{ m} \\ 70 \text{ m} & \text{si } z \geq 200 \text{ m} \end{cases}$$

Existen otros procedimientos para determinar los valores de los coeficientes de intercambio en función de gradientes locales, pero la mayoría de ellos utilizan el número Ri_c como referencia. La ventaja del método radica en que con él es posible utilizar una gran resolución en el espaciado vertical de la malla, ya que cuanto menor sea el espesor de cada capa, mejor será la aproximación al gradiente real. Por contra, el mayor inconveniente del método reside en su falta de generalidad bajo condiciones convectivas.

d) *Perfiles verticales de los coeficientes de intercambio*

Esta técnica consiste en que dentro de la capa de transición ($\delta_i \leq z \leq z_s$) los coeficiente K 's se definen en función de la distancia al suelo, de acuerdo con el siguiente perfil vertical propuesto por O'Brien (1970)

$$K(z) = K_i + \left(\frac{\delta_i - z}{\delta_i - z_s} \right)^2 \left[(K_s - K_i) + (z - z_s) \left(\frac{\partial K_s}{\partial z} + \frac{2(K_s - K_i)}{\delta_i - z_s} \right) \right]$$

cuya forma se muestra en la figura 5.

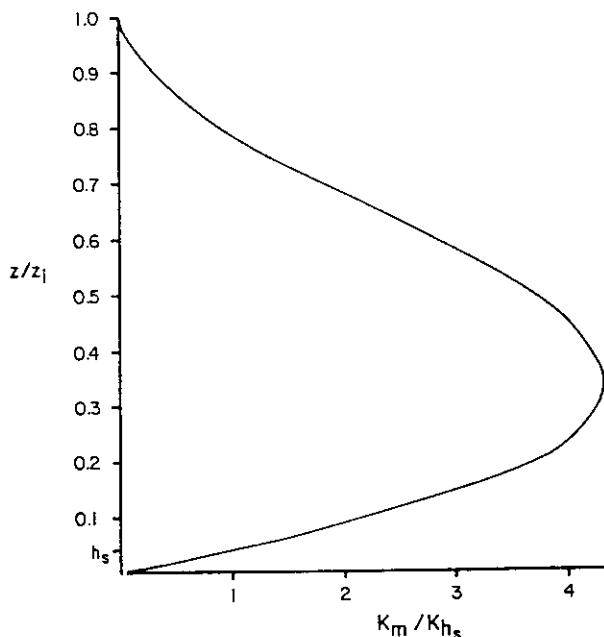


Figura 5.—Perfil del coeficiente de intercambio vertical (normalizado) en caso de capa superficial con estratificación neutra.

Este procedimiento tiene la gran ventaja de que los valores de los K 's son independientes de los gradientes locales de Θ , con lo cual sería idóneo para condiciones de convección térmica. Sin embargo, presenta el inconveniente de que hay que determinar de forma precisa las alturas de la base (z_s) y la cima (δ_i) de la capa de transición y los valores de los coeficientes K_s y K_i en esos respectivos niveles.

La mayoría de los autores que siguen este procedimiento, utilizan las siguientes expresiones para calcular los K 's en la base de la capa de transición (es decir, en la cima de la superficial)

$$K_{ms} = k u_* z / \mathcal{O}_m$$

$$K_{hs} = K_{vs} = k u_* z / \mathcal{O}_h$$

en las que \mathcal{O}_m y \mathcal{O}_h son las funciones universales de la capa superficial. Por lo que se refiere al valor de z_s , su cálculo difiere según los autores. Por ejemplo, Blackadar y Tennekes (1968) sugieren que $z_s = 0.04 \cdot \delta_i$, sin embargo, Aloyan *et al.* (1981) recomiendan una fórmula en la que z_s sea función de la estabilidad de estratificación.

Pero el mayor problema está en determinar δ_i en condiciones convectivas, pues en estas circunstancias el crecimiento de la CLA viene determinado por

la incorporación (entrainment) de aire con mayor Θ procedente de la inversión térmica que corona dicha capa. Este mecanismo aporta mayor calor a la región superior de la CLA que el que llega desde el suelo por ascenso de aire. El procedimiento más utilizado para determinar el crecimiento de la CLA con convección libre es el llamado «*jump model*» (Tennekes, 1973), en el que para calcular los flujos de calor ascendentes y descendente en la cima de la CLA se utilizan unas expresiones basadas en la teoría de semejanza conteniendo una nueva escala de velocidad

$$w_* = (-gu_*\theta_*\delta_i/\Theta_s)^{1/3}$$

En Pielke y Mahrer (1975) puede encontrarse una formulación completa de este modelo de crecimiento de la CLA en caso de convección libre.

Por lo que se refiere al valor de δ_i en condiciones nocturnas con fuerte estabilidad, existen numerosas formulaciones que se encuentran resumidas en los trabajos de Arya (1981) y Mahrt (1983). No obstante, bajo tales condiciones no suele utilizarse este método sino el basado en coeficientes de intercambio locales.

e) Coeficiente de mezcla convectiva

En condiciones de *convección libre* (cuando $\delta_i/L \leq -5$), el efecto de la turbulencia mecánica es despreciable frente al de los movimientos generados por flotabilidad, como consecuencia del intenso calentamiento del aire en contacto con el suelo. Esto provoca la generación de gradientes térmicos superadiabáticos en la baja troposfera.

En estas circunstancias, Blackadar (1978) supuso que el intercambio vertical no se produce entre capas adyacentes, sino entre la capa inferior del modelo (que generalmente coincide con la llamada capa superficial) e individualmente cada una de las situadas por encima dentro de la CLA (fig. 6). En consecuencia, la mezcla vertical no se determina en función de gradientes locales, sino de la estructura térmica en toda la CLA, que en tales condiciones suele conocerse con el nombre de *capa de mezcla*.

El procedimiento consiste en calcular la evolución temporal de cualquier variable de pronóstico α en el nivel k por encima de la capa superficial mediante la expresión

$$\partial\alpha_k/\partial t = m(z) \cdot (\alpha_1 - \alpha_k)$$

donde $m(z)$ es un *coeficiente de mezcla convectiva* que vendría a representar la fracción de masa intercambiada por unidad de tiempo entre el nivel k ($= 2, 3, \dots, n$) y la capa inferior del modelo ($k = 1$), y que en general dependería de la distancia al suelo. Según apuntó Estoque (1968), este coeficiente podría estar relacionado con «... las características turbulentas de la atmósfera, que a su vez dependen del flujo a macroescala y de las características del terreno».

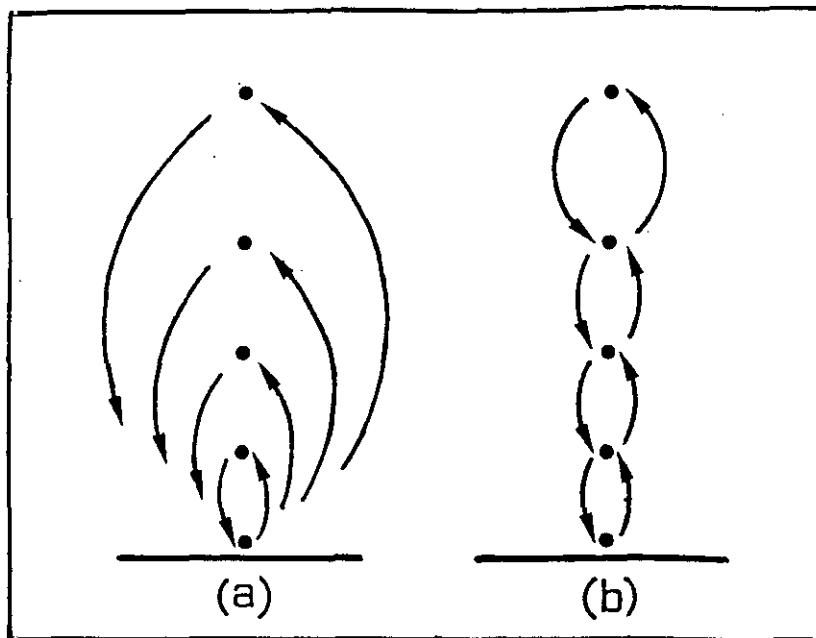


Figura 6. Esquemas de tipos de intercambio turbulento. a) convección libre; b) teoría K.

Para determinar su valor propuso la expresión

$$m(z) = \bar{m} \left(1 - \frac{z}{\delta_i} \right)$$

donde δ_i es la altura de la CLA.

Sin embargo, Blackadar (1978) indicó que el perfil vertical de temperatura es insensible a la forma de $m(z)$, por lo que puede suponerse que $m(z) = \bar{m}$. En este caso, el coeficiente de intercambio sería independiente de la altura y las variables de pronóstico tenderían a adquirir un valor similar a lo largo de toda la CLA, excepto en la capa inferior del modelo donde se desarrolla un fuerte gradiente superadiabático. Esta parece una hipótesis razonable ya que, según suele observarse, la mezcla convectiva es tan eficiente en la CLA que en general tiende a anular los gradientes.

Aplicando el principio de conservación de la energía calorífica, y suponiendo que no existe flujo a través de la cima de la capa de mezcla, Blackadar dedujo la expresión

$$\bar{m} = H_1 \left[\rho \cdot C_{pm} \cdot (1 - E) \cdot \int_{z_1}^{z_m} w(z) [\theta_1 - \theta(z)] \cdot dz \right]^{-1}$$

donde

C_{pm} es el calor específico del aire húmedo,

z_m es la altura del llamado *nivel de flotabilidad nula*, donde la temperatura potencial se iguala a la de la capa inferior del modelo (z_1)

H_1 es el flujo vertical de calor que emerge de la capa z_1 , para cuyo cálculo Zhang y Anthes (1982) proponen utilizar el método desarrollado por Priestley (1956), y

E es el llamado *coeficiente de incorporación* (entrainment) por encima de z_m , que representa la fracción del impulso ascensional disponible para sobrepasar el nivel de flotabilidad nula. Zhang y Anthes proponen para él un valor de 0.2.

5. PARAMETRIZACION DE LA CLA MARINA

Entre el mar y el aire tienen lugar intercambios importantes de energía, masa y cantidad de movimiento, que influyen decisivamente en las circulaciones atmosféricas y oceánicas. El cálculo de tales flujos es imprescindible para determinar la interacción aire-mar, así como para el modelado numérico meteorológico, oceanográfico y climático mediante modelos acoplados atmósfera-océano.

La transferencia de cantidad de movimiento de la atmósfera al océano es muy importante, ya que una parte de ella contribuye a la generación de las olas superficiales, mientras que la porción restante es la responsable de la generación de turbulencia y corrientes convectivas en las capas superiores del océano. En la capa en contacto físico con la superficie marina, la turbulencia está muy afectada por las olas. Pero por encima de esta capa (de 2 a 4 veces la altura de las olas), el flujo atmosférico puede considerarse esencialmente horizontal y unidireccional, con lo que allí la parametrización será similar a la de la capa superficial sobre suelo homogéneo. Así, bajo condiciones de estratificación neutra se observa un perfil logarítmico del viento y las relaciones de semejanza de Monin-Obukhov son aplicables en las restantes condiciones de estratificación.

A pesar de la evidencia experimental del perfil logarítmico del viento sobre la superficie marina con estabilidad atmosférica neutra, el mayor problema se encuentra en que el importante parámetro de rugosidad (z_0) varía en un intervalo de valores muy amplio (típicamente de 0.001 a 10 mm), dependiendo tanto de la velocidad del viento como de las características del oleaje. Kitaigorodski (1970) ha sugerido un número de expresiones para el cálculo de z_0 , algunas de las cuales contienen funciones y constantes empíricas aún desconocidas. A consecuencia de esto, resulta particularmente útil emplear una *parametrización de aerodinámica «bulk»* utilizando los llamados *coeficientes de transferencia o de arrastre* para determinar los intercambios aire-mar de cantidad de movimiento, calor y masa, por la ventaja que supone el

que su intervalo de variación sea considerablemente menor. Así por ejemplo, el llamado coeficiente de arrastre (C_D) sobre el océano tiene un valor típico comprendido entre 0.003 y 0.001.

Hay un gran interés en conocer la dependencia de C_D con la velocidad del viento, estado del mar y estabilidad atmosférica, a consecuencia de lo cual se han realizado un gran número de experiencias para determinar su valor (véase Garratt, 1977). Después de aplicar las correcciones apropiadas para la estabilidad atmosférica, mediante las relaciones de semejanza de Monin-Obukhov, se obtiene el coeficiente de arrastre para condiciones de neutralidad (C_{DN}) como una función de la velocidad del viento a 10 m sobre el nivel del mar (U_{10}). En la figura 7 se presenta un conjunto de observaciones del coeficiente C_{DN} en función de U_{10} , comprobándose que entre ambos existe una relación casi lineal, expresada por la ecuación de regresión

$$C_{DN} = (0.75 + 0.067 \cdot U_{10}) \cdot 10^{-3}$$

Medidas más actuales (Smith, 1980) confirman esta relación en condiciones extremas con vientos de fuerza galerna.

Esta expresión, aunque brinda buenos resultados, no es dimensionalmente homogénea, lo que parece sugerir que el parámetro adimensional más apropiado que gobierna C_{DN} sería el número de Froude

$$F \equiv U/(g \cdot z)^{1/2}$$

que, por tanto, habría de utilizarse en lugar de la velocidad del viento. No obstante, se ha comprobado que el número F es directamente proporcional a U_{10} , por lo que cualquiera de las dos cantidades puede utilizarse para el cálculo de C_{DN} .

Existe cierta controversia acerca de la variación de C_{DN} con U_{10} en caso de viento débil (< 2.5 m/s), ya que algunas observaciones indican una ligera tendencia de C_{DN} a decrecer con el incremento de U_{10} , como sería de esperar en superficies aerodinámicamente lisas, mientras que otros autores sugieren un valor casi constante de $C_{DN} \cong 0.0012$ (Kraus, 1972). En cualquier caso, la dependencia de C_{DN} de otros parámetros, como la dirección del viento respecto a la línea costera, cambios temporales en el viento, el estado de desarrollo del oleaje, etc., precisan ser objeto de más estudio.

Además de la transferencia de cantidad de movimiento entre la atmósfera y el océano, también se producen grandes intercambios de calor (sensible y latente), y masa (vapor de agua, CO_2 , núcleos de sal). Quizá los de mayor importancia son los energéticos (H_0 , E_0), que se expresan en función de los respectivos coeficientes de transferencia:

$$H_0 = \rho \cdot C_H \cdot U \cdot (\Theta_0 - \Theta)$$

$$E_0 = \rho \cdot C_w \cdot U \cdot (Q_0 - Q)$$

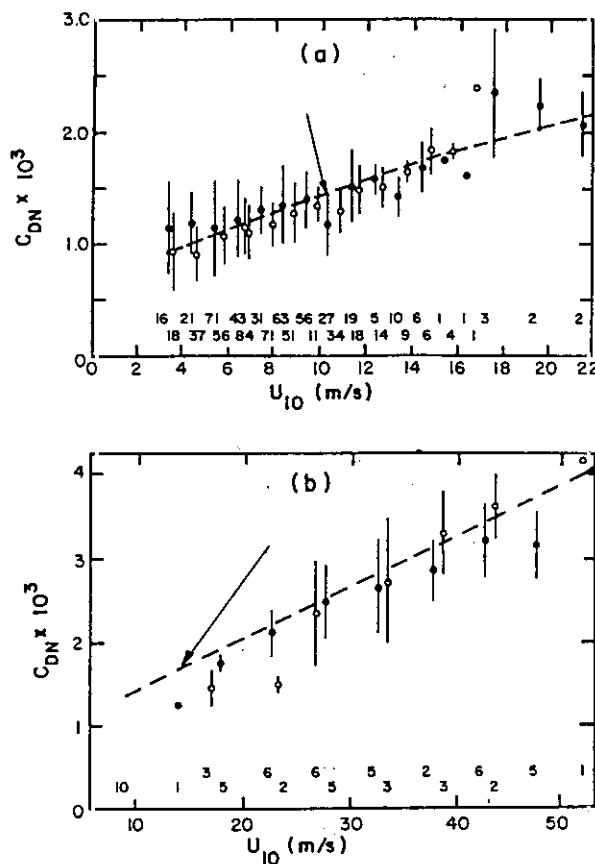


Figura 7.—El coeficiente de transferencia de cantidad de movimiento en condiciones de neutralidad (C_{DN}) frente a la velocidad del viento en la capa límite marina. (Arya, 1988.)

Han sido muy numerosas las experiencias y estudios dedicados a deducir el valor de los coeficiente C_D , C_H y C_w con una gran variedad de rugosidades, oleaje y condiciones de estabilidad, viniendo casi todos a coincidir en que bajo condiciones de neutralidad, prácticamente todos ellos tienen el mismo valor. Sin embargo, éste no parece ser el caso con condiciones de estabilidad diferentes. Los efectos de la estratificación atmosférica sobre dichos coeficientes pueden ser deducidos mediante la teoría de semejanza de Monin-Obukhov, de manera que

$$C_D/C_{DN} = 1 - k^{-1} C_{DN}^{1/2} \Phi_m(\zeta)^{-2}$$

$$C_D/C_{DN} = 1 - k^{-1} C_{DN}^{1/2} \Phi_m(\zeta)^{-1} 1 - k^{-1} C_{DN}^{1/2} \Phi_h(\zeta)^{-1}$$

$$C_w \equiv C_h$$

donde las funciones Φ 's son las mismas que las deducidas para la capa superficial sobre suelo homogéneo. Normalmente en estas expresiones se utiliza el número de Richardson «bulk» Rb en lugar de ζ , empleando para ello las siguientes relaciones

$$\zeta \cong k \cdot Rb / C_{DN}^{1/2} \quad \text{cuando } Rb < 0$$

$$\zeta \cong (k / C_{DN}^{1/2}) \cdot Rb \cdot (1 - 5 \cdot Rb)^{-1} \quad \text{cuando } Rb \geq 0$$

No obstante, hay que señalar que son escasos los estudios experimentales en los que se haya investigado sistemáticamente los efectos de la estabilidad en los coeficientes de transferencia (Smith, 1980), lo que unido al intervalo de variación tan estrecho de ζ o de Rb y a la inherente dispersión de los datos tomados en cada observación, no permite determinar con precisión los coeficientes de transferencia en función de la rugosidad y estabilidad de estratificación. En Businger (1985) y Joffre (1985) puede encontrarse una revisión de las parametrizaciones para la capa límite marina que se utilizan en la actualidad en los modelos de acoplamiento atmósfera-océano.

6. PARAMETRIZACION DE LA CLA EN TERRENO NO HOMOGENEO

Las expresiones deducidas hasta aquí sólo son aplicables al flujo de aire en la capa límite atmosférica sobre una superficie llana, uniforme y homogénea. En estas condiciones la CLA también es horizontalmente homogénea y en equilibrio con las características locales del suelo. Sin embargo, excepto en casos particulares (océanos, desiertos, tundras nevadas, etc.), la mayoría de los suelos presentan inhomogeneidades que afectan a las características turbulentas del flujo atmosférico en las capas próximas a la superficie. Cuando el aire fluye sobre esta clase de terrenos se va encontrando de forma súbita con cambios en la rugosidad, temperatura, humedad o elevación del suelo. Además, tales cambios no se producen de forma individual, sino que normalmente cualquiera de ellos va ligado a algún otro. Por ejemplo, una variación en la rugosidad del suelo por lo general está asociada a un cambio en el balance energético, y por tanto en la temperatura y evaporación superficiales. Pero el mayor problema reside en la no lineariedad del proceso, lo que hace que no sea correcto suponer que el efecto combinado es igual a la simple suma de los efectos individuales. A pesar de esto, la gran complicación inherente al análisis de procesos no lineales ha hecho que la mayoría de los autores hayan estudiado de forma separada los efectos de cada una de las posibles inhomogeneidades de los suelos.

Possiblemente al efecto que se ha dedicado mayor atención haya sido al asociado a un cambio en la *rugosidad* del terreno. En la figura 8 se presenta esquemáticamente dicho efecto en condiciones de estratificación neutra. En

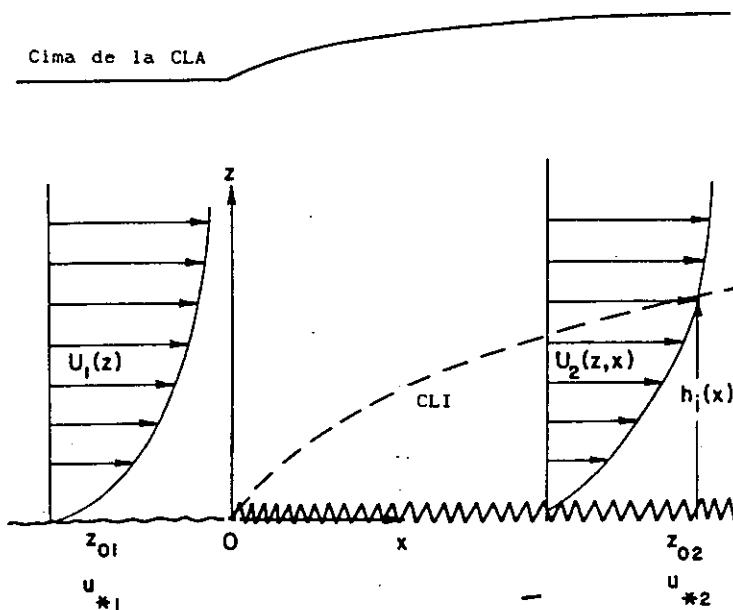


Figura 8.—Esquema del desarrollo de la capa límite interna y la modificación del perfil de viento a consecuencia de un cambio en la rugosidad del suelo.

ella se observa que el perfil vertical del viento por debajo de una cierta altura varía de un terreno a otro. A la capa donde ocurre esto se la suele llamar *capa límite interna* (CLI), a causa de que surge dentro de otra capa límite asociada al fluido que se aproxima a un terreno con diferente rugosidad. Por encima de la CLI las características del flujo son iguales a las que, a la misma altura, tenía antes de llegar a la inhomogeneidad en el terreno.

El espesor de la CLI es de esperar que aumente con la distancia a la discontinuidad en la rugosidad. Así, según los resultados obtenidos de numerosas observaciones, la variación de la altura de la capa límite interna (h_i) bajo condiciones de neutralidad se ajusta bastante bien a la expresión

$$\frac{h_i}{z_{02}} = a_i \cdot \frac{x^{0.8}}{z_{02}}$$

donde el valor de la constante a_i varía entre 0.35 y 0.75, dependiendo de los autores.

Los efectos de la estabilidad de estratificación en el desarrollo de capas límite internas sobre suelos más fríos o cálidos no han sido estudiados de forma sistemática. No obstante, parece evidenciarse que la función exponencial

$$h_i = c_m \cdot x_{hm}$$

sigue siendo válida, aunque con diferentes valores para las constantes. Así, parece que mientras que ambas dependen de la estabilidad, sólo c_m varía con la rugosidad del terreno. El valor del exponente aumenta con la inestabilidad de manera que, según Rao *et al.* (1974), para $L = -\infty$, -20 m , -2 m , la constante $b_m = 0.77, 0.88, 1.39$ respectivamente.

Sólo existen unos pocos estudios experimentales y teóricos sobre el desarrollo de la CLI a lo largo de distancias del orden de decenas de kilómetros, donde no puede ignorarse el efecto de Coriolis. No obstante, parece evidenciarse en ellos una desviación gradual en la dirección del viento, en sentido ciclónico al pasar de suelo liso a rugoso y anticyclónico en el caso contrario (Oke, 1974).

Por lo que se refiere al efecto inducido en el flujo por cambios en la *temperatura del terreno*, podría decirse igualmente que el crecimiento de la CLI térmica sigue una ley exponencial con la distancia a la inhomogeneidad superficial. Por ejemplo, Venkatram (1977) propone la expresión

$$h_i = a_i \cdot (u_* / \bar{U}) (\bar{\Theta}_{02} - \bar{\Theta}_{01}) \cdot x / \gamma^{1/2}$$

donde U y Θ son promedios de la velocidad y la temperatura potencial a lo largo de CLA, y γ es el gradiente vertical de temperatura potencial a barlovento de la discontinuidad.

Finalmente, en el caso de que exista una inhomogeneidad en la *humedad superficial*, el espesor de la correspondiente CLI se puede expresar, según Brutsaert (1988), mediante la ecuación

$$h_i = c_v \cdot x_{hv}$$

donde las constantes son complejas funciones de la estabilidad de estratificación y de las humedades específicas del aire y del suelo a ambos lados de la discontinuidad.

REFERENCIAS

Aloyan, E.; D. L. Iordanov and U. V. Penenko (1981): Parameterization of a surface layer with variable height. *Soc. Meteor. Hydrol.*, 27-34 (trans. Allerton, N. T.).

Anthes, R. A. (1977): A cumulus parameterization scheme utilizing a one-dimensional cloud model. *Mon. Wea. Rev.*, **105**, 270-286.

Anthes, R. A.; N. L. Seaman and T. T. Warner (1980): Comparison of numerical simulations of the planetary boundary layer by a mixed-layer and multi-level model. *Mon. Wea. Rev.*, **108**, 365-376.

Anthes, R. A.; E. Y. Hsie and Y. H. Kuo (1987): Description of the Penn State/NCAR mesoscale model version 4 (MM4). NCAR Tech. Note 282 + STR. NCAR, Boulder, Co. 66 pp.

Arya, S. P. (1981): Parameterizing the height of the stable atmospheric boundary layer. *J. Appl. Meteor.*, **20**, 1192-1202.

Arya, S. P. S. (1988): Introduction to Micrometeorology. Academic Press Inc., New York.

Blackadar, A. K. (1978): Modeling pollutant transfer during daytime convection. Preprints of 4th Sym. Atmos. Turb., Diff. and Air Quality, Reno NV, Amer. Meteor. Soc., Boston, 443-447.

Blackadar, A. K. (1979): High resolution models of the planetary boundary layer. *Adv. Environ. Sci. Eng.* **1**, 50-85.

Blackadar, A. K., y H. Tennekes (1968): Asymptotic similarity in neutral barotropic planetary boundary layers. *J. Atmos. Sci.* **25**, 1015-1020.

Brost, R. A. (1979): Comments on Turbulent exchange coefficients for sensible heat and water vapor under advective conditions. *J. Appl. Meteor.* **18**, 378-380.

Brutsaert, W. (1988): Evaporation into the Atmosphere. *D. Reidel Publ. Co.*, Dordrecht.

Brutsaert, W. & J. A. Mawdsley (1976): The applicability of planetary boundary layer theory to calculate regional evapotranspiration. *Water Resour. Res.* **12**, 852-858.

Businger, J. A. (1985): The marine boundary layer from air-sea interface to inversion. NCAR Tech. Note, NCAR/TN-252+STR. *Nat. Cen. Atmos. Res., Boulder, Co.*

Busiger, J. A.; J. C. Wyngaard, Y. Izumi and E. I. Badley (1971): Flux-profile relationships in the atmospheric surface layer. *J. Atmos. Sci.* **28**, 181-189.

Crawford, T. V. (1965): Moisture transfer in free and forced convection. *Quart. J.R. Meteorol. Soc.* **91**, 18-27.

Deardorff, J. W. (1970): A three-dimensional numerical investigation of the idealized planetary boundary layer. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* **1**, 377-410.

Deardorff, J. W. (1972): Parameterization of the planetary boundary layer for use in general circulation models. *Mon. Wea. Rev.* **100**, 93-106.

Deardorff, J. W. (1974): Three-dimensional numerical study of the height and the mean structure of a heated planetary boundary layer. *Bound. Layer Meteor.* **7**, 81-106.

Dyer, A. J. (1967): The turbulent transport of heat and water vapor in unstable atmosphere. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **93**, 501-508.

Estoque, M. A. (1968): Vertical mixing due to penetrative convection. *J. Atmos. Sci.* **25**, 1046-1051.

Garratt, J. R. (1977): Review of drag coefficients over oceans and continents. *Mon. Wea. Rev.* **105**, 915-929.

Joffre, S. M. (1985): The structure of the marine atmospheric boundary layer: A review from the point of view of diffusivity, transport and deposition processes. *Tech. Rep. No. 29. Finnish Meteorol. Inst., Helsinki.*

Kaimal, J. C. et al. (1976): Turbulent structure in the convective boundary layer. *J. Atmos. Sci.* **33**, 2152-2169.

Kitaigorodski, S. A. (1970): The Physics of Air-Sea Interaction. *Geogromet. Izdatel'stvo, Leningrad (Israel Prog. Sci. Transl., Jerusalem).*

Krauss, E. B. (1972): Atmosphere-Ocean Interaction. *Oxford Univ. Press, London.*

Lumley, J. L. y B. Khajeh-Nouri (1974): Computational modeling of turbulent transport». *Adv. in Geophys.* **18A**, 169-192.

McNider, R. T. y R. A. Pielke (1981): Diurnal boundary-layer development over sloping terrain. *J. Atmos. Sci.* **38**, 2198-2212.

Mahrt, L. J. (1983): Atmospheric boundary layers. *Rev. Geophys. Space Phys.* **39**, 2701-2711.

Mellor, G. L. y T. Yamada (1982): Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems. *Rev. Geophys. Space Phys.* **20**, 851-875.

Miyakoda, K. y J. Sirutis (1977): Comparative integrations of global models with various parameterized processes of subgrid-scale vertical transports. *Beitr. Phys. Atmos.* **50**, 445-487.

Monin, A. S. y A. M. Obukhov (1954): Basic turbulent mixing laws in the atmospheric boundary layer. *Tr. Geofiz. Inst. Akad. Nauk. SASS.* **24**, 163-187.

O'Brien, J. J. (1970): A note on the vertical structure of the eddy exchange coefficient in the planetary boundary layer. *J. Atmos. Sci.* **27**, 1213-1215.

Pooke, T. R. (1974): Review of urban climatology 1968-1973. WMO Tech. Note No. 134. *World Meteorol. Organ., Geneva.*

Paulson, C. A. (1970): The mathematical representation of wind speed and temperature profiles in the unstable atmospheric boundary layer. *J. Appl. Meteor.* **9**, 857-861.

Pielke, R. A. y Y. Mahrer (1975): Technique to represent the heated-planetary boundary layer in mesoscale models with coarse vertical resolution. *J. Atmos. Sci.* **32**, 2288-2308.

Priestley, C. H. B. (1954): Convection from a large horizontal surface. *Australian J. Phys.* **6**, 290-297.

Priestley, C. H. B. (1956): Convection from the earth surface. *Proc. Roy. Soc. London, A238*, 287-304.

Pruitt, W. O.; D. L. Morgan y F. J. Lourence (1973): Momentum and mass transfers in the surface boundary layer. *Quart. J. R. Meteorol. Soc.* **99**, 370-386.

Priestley, C. H. B. (1956): Convection from the earth surface. *Proc. Roy. Soc. London, A238*, 287-304.

Rao, K. S.; J. C. Wyngaard and O. R. Cote (1974): The structure of the two-dimensional internal boundary layer over a sudden change of surface roughness. *J. Atmos. Sci.* **31**, 738-746.

Shir, C. C. and R. D. Bornstein (1977): Eddy coefficients in the numerical modeling of the planetary boundary layer: Problems and a new approach. *Bound. Layer Meteor.* **11**, 171-185.

Smith, S. D. (1980): Wind stress and heat flux over the ocean in gale force winds. *J. Phys. Oceanogr.* **10**, 709-726.

Tennekes, H. (1973): A model for the dynamics of the inversion above a convective boundary layer. *J. Atmos. Sci.* **30**, 558-567.

Venkatram, A. (1977): A model of internal boundary-layer development. *Bound. Layer Meteor.* **11**, 419-437.

Wyngaard, J. C. (1982): Boundary layer modeling. In *Atmospheric Turbulence and Air Pollution Modelling* (Nieuwstadt & Van Dop, eds.), *D. Reidel Publ. Co. Dordrecht*, pp. 69-106.

Wyngaard, J. C. y O. R. Côté (1974): The evolution of a convective planetary boundary layer - a higher-order-closure model study. *Bound. Layer Meteor.* **7**, 289-308.

Yaglom, A. M. (1977): Comments on wind and temperature flux-profile relationships. *Bound. Layer Meteor.* **11**, 89-102.

Yamada, T. and G. Mellor (1975): A simulation of the Wangara atmospheric boundary layer data. *J. Atmos. Sci.* **32**, 2309-2329.

Zeman, O. (1981): Progress in the modelling of planetary boundary layers. *Ann. Rev. Fluid Mech.* **13**, 253-272.

Zhang, D. and R. A. Anthes (1982): A high-resolution model of the planetary boundary layer. Sensitivity tests and comparisons with SESAME-79 data. *J. Appl. Meteor.* **21**, 1594-1609.