

14. Cuantificación de la correlación aceleración máxima-intensidad sísmica a partir de daños en estructuras de hormigón

JULIO A. VILLACAÑAS

Dr. Ingeniero de Construcción

1. INTRODUCCION

El trabajo que se expone surgió al intentar contrastar si los efectos esperados en construcciones, no proyectadas para resistir acciones sísmicas, determinados a través del procedimiento general de cálculo e hipótesis subsiguientes de la Norma P.D.S.-1 (1974) eran consistentes con los descritos, para los mismos grados de intensidad, en la escala de intensidad M.S.K.

Con lo anterior quedarían contrastadas, de alguna manera, las siguientes cuestiones que constituyen aspectos fundamentales de la citada Norma:

- Correlación entre grados de intensidad sísmica, M.S.K. y los valores de los parámetros mecánicos asociados al movimiento del suelo (desplazamiento, velocidad y aceleración).
- Algunos aspectos del espectro de respuesta del oscilador lineal tipo, sobre suelo tipo, en particular el valor de la amplificación de la respuesta, respecto al movimiento del suelo (2.3).
- Comportamiento dúctil de las construcciones.

Los dos primeros aspectos se tratan en el apartado 2.3 de la Norma y comentarios correspondientes, siendo los conceptos fundamentales los siguientes:

- Espectro de respuesta de velocidad, bilineal, según la figura 2.4, con velocidad linealmente creciente, desde 0 al valor máximo, en el rango de períodos $0 \leq T \leq 0,5$ segundos y de valor constante para $T > 0,5$ segundos (Fig. 2.4, PDS-1).
- Factor de amplificación $\gamma = 1,5$.
- Factor de influencia del grado: 2^{G-5} .

- Correlación entre grados de intensidad sísmica G y valores mecánicos de la respuesta del O.L.S., según tabla 2.4:

Para $G = V$ es $\dot{X}_G = 1,5$ cm/s.

- De lo anterior, se deduce la correlación adoptada entre los valores de G y los que definen el movimiento del suelo:

$$\text{Para } G = V \text{ es } V_s = \frac{1,5}{\gamma} = 1 \text{ cm/s.}$$

El tema de la ductilidad se encuentra implícito en la Norma, en el apartado 4.7, Verificación de la Seguridad, al exigir tomar en consideración la resistencia con coeficientes de ponderación superiores a la unidad. No obstante, y como consecuencia de este trabajo, creemos que al final podrán establecerse algunas conclusiones explicativas sobre esta conclusión.

2. SELECCION DEL TIPO ESTRUCTURAL DE REFERENCIA

De los tres tipos constructivos que constituyen la tipología de referencia para la definición de daños en la escala MSK (2.2.1), se ha adoptado el tipo C (construcción con estructura metálica o de hormigón armado de nudos rígidos) y concretamente las estructuras de hormigón armado.

Tal elección se fundamenta en que, entre otros, presenta una mejor posibilidad de ser asimilado a un modelo mecánico, capaz de ser tratado de forma sencilla con cierta seguridad y generalidad, a la par que su material constitutivo, el hormigón armado, es y ha sido suficientemente conocido y es amplia la experiencia que se posee sobre su comportamiento ante las acciones sísmicas.

A efectos de lo que sigue, se han supuesto construcciones de cinco o seis plantas, es decir, con período propio del orden de 0,5 segundos, con estructura de nudos rígidos, formadas por vigas y pilares, luces medias, pilares regularmente dispuestos, presentando gran uniformidad dimensional y de rigidez dentro de cada planta, sin que haya necesidad de tener en consideración la eventual redistribución de esfuerzos horizontales, debida a cambios de rigidez. Tal modelo es suficientemente general como para comprender a la mayoría de las construcciones de h.a. que se tuvieron en cuenta al redactar la escala MSK.

En estos tipos constructivos el efecto de un terremoto se hace sentir en las vigas y en los pilares, produciendo un incremento en los esfuerzos cortantes y momentos flectores debidos a las acciones de servicio, siendo más peligrosos, a efectos de un eventual colapso, los daños producidos en los pilares que en las vigas.

En lo que sigue nos referiremos exclusivamente a éstos.

3. DETERMINACION DE LAS SOLICITACIONES SISMICAS

La modelización simplificada de una estructura tipo, análoga a la descrita, permite concluir que, en general, para la sección extrema de un pilar sometida a unas solicitudes de servicio, antes de la ocurrencia de un sismo de intensidad G , caracterizadas por una compresión, N , un momento flector, M , y un esfuerzo cortante T , la acción sísmica correspondiente, S , incrementa tales solicitudes aproximadamente en la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\Delta T &= \pm N \cdot S \\ \Delta N &= \pm N \cdot S \\ \Delta M &= \pm N \cdot S \cdot \frac{H}{2}\end{aligned}$$

resultando las solicitudes finales siguientes:

$$\begin{aligned}T_{eq} &= T \pm NS \\ N_{eq} &= N \cdot (1 \pm S) \\ M_{eq} &= M \pm N \cdot S \cdot \frac{H}{2}\end{aligned}$$

siendo H la altura del pilar y s el coeficiente sísmico correspondiente.

La estructura se considerará que es resistente ante las acciones sísmicas si el punto caracterizado por tales solicitudes, en el espacio T , N , M , resulta interior al recinto que define los estados últimos, función de la geometría de la sección, de sus armaduras y de las características de resistencia mecánica de los materiales constitutivos, hormigón y acero.

4. DETERMINACION DE LA CAPACIDAD RESISTENTE RESIDUAL DE UNA ESTRUCTURA DE HORMIGON NO DISEÑADA PARA RESISTIR ACCIONES SISMICAS

En el Anexo I se realiza la determinación de la capacidad residual resistente, en términos de momento flector, correspondiente a una sección de h.a. cuadrada, con armaduras simétricas $A = A'$, calculada para resistir, según la instrucción EH-82, las solicitudes de servicio M , N , con coeficientes de seguridad: γ_f para las solicitudes, γ_c para el hormigón y γ_s para el acero, siendo las características de los materiales las siguientes: resistencia característica del hormigón: f_c y límite elástico del acero de las armaduras: f_y .

De acuerdo con el citado Anexo I se tienen las siguientes expresiones para el momento remanente, $\Delta\mu_r$:

$$\Delta\mu_r = C \cdot \omega \left(1 - \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right) + (\gamma_1 - 1) \cdot 0,55 \cdot v^2$$

$$0 \leq v \leq 0,85/\gamma_1$$

$$\Delta\mu_r = C \cdot \omega \left(1 - \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right) - 0,55 \cdot v^2 + (0,476 + C) \cdot v - \frac{0,85 \cdot C}{\gamma_1} \quad v > \frac{0,85}{\gamma_1}$$

teniendo cada término el significado expuesto en dicho Anexo I.

5. CONDICIONES DE RESISTENCIA

Las expresiones obtenidas en el Anexo I permiten establecer la condición de resistencia de la sección, no calculada para resistir acciones sísmicas, en la forma:

$$\Delta\mu_{eq} \leq \Delta\mu_r$$

De la misma se deduce la siguiente condición para S , a partir de la expresión de $\Delta\mu_{eq}$:

$$\Delta M_{eq} = N \cdot S \cdot \frac{H}{2}$$

$$\Delta\mu_{eq} = v \cdot S \cdot \frac{H}{2h}$$

con h = canto del pilar
 H = altura del pilar

de donde:

$$S \leq 2 \cdot \frac{h}{H} \cdot \frac{\Delta\mu_r}{v} \quad [5.1]$$

resultando en consecuencia S función de la cuantía mecánica de la armadura de la sección, ω , de la compresión relativa, v , y de los coeficientes de seguridad utilizados, además del canto, h , y altura, H , del pilar.

Sustituyendo en la expresión [5.1] de S los valores de $\Delta\mu$, obtenidos en el apartado 4, se tiene:

$$S = 2 \cdot \frac{h}{Hv} \cdot \left\{ c \cdot \omega \left(1 - \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right) + (\gamma_1 - 1) \cdot 0,55 \cdot v^2 \right\} \quad \text{para } 0 \leq v \leq 0,85/\gamma_1 \\ [5.2]$$

$$S = 2 \cdot \frac{h}{Hv} \left\{ c \cdot \omega \left(1 - \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right) + (0,476 + c) \cdot v - 0,55 v^2 - \frac{0,85 \cdot c}{\gamma_1} \right\} \quad \text{para } v > \frac{0,85}{\gamma_1}$$

que permiten determinar los valores S que pueden ser resistidos hasta la rotura por pilares de estructuras, análogas a las consideradas, no calculadas para resistir acciones sísmicas, cuando son sometidas a este tipo de solicitudes.

En las expresiones [5.2], S resulta función de las características geométricas del pilar, h y H , de las mecánicas, ω y v , y de los coeficientes de ponderación γ_c , γ_s y γ_f adoptados en el proyecto.

A efectos de la cuantificación de S conviene considerar que, de acuerdo con la P.D.S. (Apartado 4.5, «Cargas para el cálculo de las acciones sísmicas»), las cargas variables actuantes sobre las construcciones, cuando ocurre la acción sísmica, se suelen considerar con un cierto factor de reducción, $r \approx 0,50$. Ello es equivalente, en promedio, a que las solicitudes normales (M , N) se consideren afectadas por un factor del orden de 0,8. Es decir, en los instantes previos a la ocurrencia de un terremoto, las solicitudes actuantes pueden considerarse:

$$0,8M \quad \text{y} \quad 0,8N$$

siendo las solicitudes de rotura correspondientes:

$$\gamma_f M \quad \text{y} \quad \gamma_f N$$

lo que equivale a que el coeficiente de mayoración realmente disponible antes de la acción sísmica es:

$$\gamma'_f \approx \frac{\gamma_f}{0,8} \approx 1,25 \gamma_f / 1,20 \gamma_f$$

siendo éste el valor de γ_f que ha de introducirse en las expresiones 5.2.

Se han determinado los valores de S para dos grupos de valores de los coeficientes de ponderación.

Uno para valores $\gamma_f = 1,2 \times 1,6 = 1,92$; $\gamma_c = 1,5$ y $\gamma_s = 1,15$ correspondiente a los valores de S para los que se alcanzan estados últimos de rotura, según EH-82 ($\epsilon_y = 0,01$ y $\epsilon_{cu} = 0,0035$).

Otro para valores de $\gamma_f = 1,92$; $\gamma_c = 1$ y $\gamma_s = 1$, correspondiente a los estados últimos de rotura, según P.D.S.-1 (1974). Esta familia de curvas S

puede servir para verificar, de acuerdo con la normativa vigente, el estado de solicitudes sísmicas.

En las figuras 1 a 4 se recogen los resultados obtenidos para algunos casos concretos.

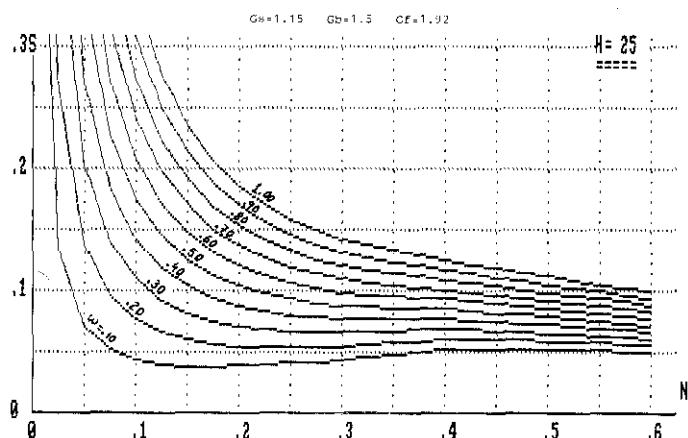


Figura 1.

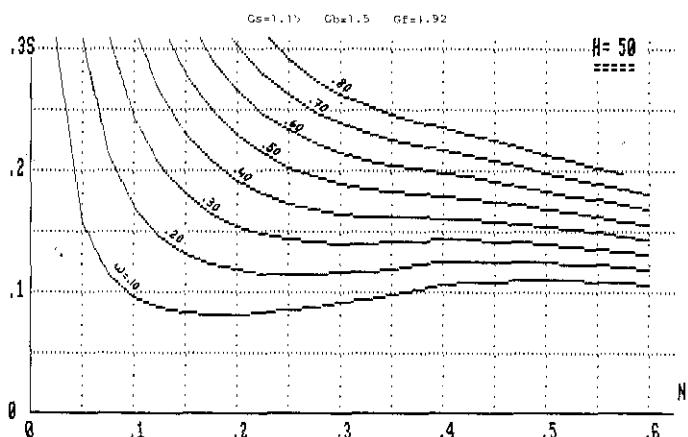


Figura 2.

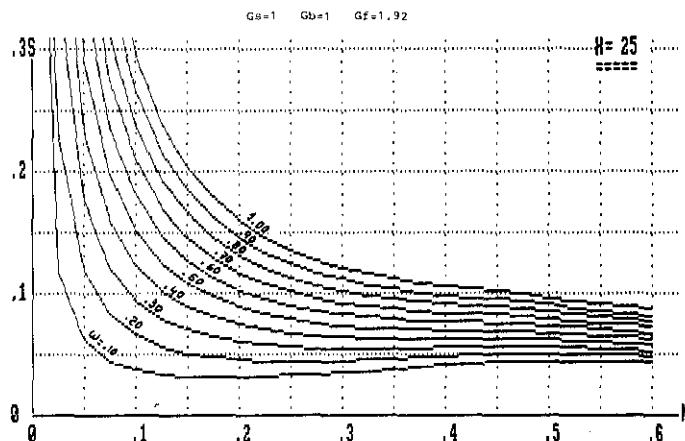


Figura 3.

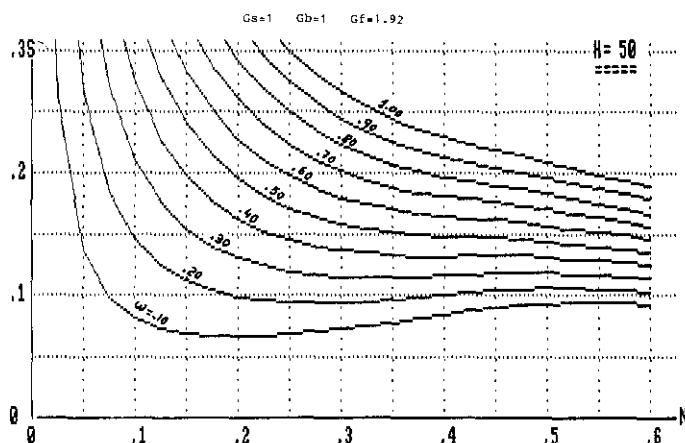


Figura 4.

6. APLICACION DEL METODO DE SIMULACION

En el apartado anterior se ha obtenido la expresión [5.2], que relaciona el coeficiente sísmico, S , que puede ser resistido por la estructura con una serie de parámetros característicos de ella, en particular con la cuantía mecánica ω y la compresión unitaria v .

Es decir:

$$S = f(\omega, v)$$

Si, abandonando los criterios deterministas seguidos hasta el momento, suponemos, ante un conjunto de estructuras existentes en una zona determinada, que los parámetros ω y v son variables aleatorias con algún tipo de distribución plausible, podemos aplicar un método de simulación adecuado y obtener la correspondiente distribución de los valores de S .

En nuestro trabajo hemos supuesto la normalidad en las distribuciones de ω y v .

Se ha considerado que en ambos casos era:

$$\sigma_{\omega} \approx \frac{\bar{\omega}}{3}$$

$$\sigma_v \approx \frac{\bar{v}}{3}$$

siendo $\bar{\omega}$ y \bar{v} los valores medios de la cuantía mecánica, ω , y de la comprensión unitaria, v , habiéndose obtenido las distribuciones de S , para distintas escuadrias del pilar, en los supuestos:

$$\bar{\omega} = 0,24 ; \quad \bar{v} = 0,24$$

A partir de muestras de extensión 1.000, se han obtenido para cada canto de pilar las frecuencia absolutas en que se resiste una solicitud S ; las frecuencias absolutas acumuladas y la tabla de frecuencias absolutas acumuladas correspondiente, habiéndose representado gráficamente estas últimas en la forma $f=f(s)$.

Para un coeficiente sísmico determinado $S=S_0$, el valor $f(S_0)$ representa el tanto por uno del total de pilares que resultarían dañados con valores $S \leq S_0$.

Las curvas $f(s)$ pueden asimilarse a curvas de vulnerabilidad de los pilares de hormigón armado frente a las acciones sísmicas y se presentan en las figuras 5 y 6.

7. RELACION ENTRE G Y S

Previamente a la interpretación de los resultados, debe establecerse la relación entre el coeficiente sísmico S y la aceleración de respuesta de O.L.S., que caracteriza los grados de intensidad.

De acuerdo con la P.D.S. 1 (1974):

$$S = \alpha \cdot \beta \cdot \delta \cdot \eta$$

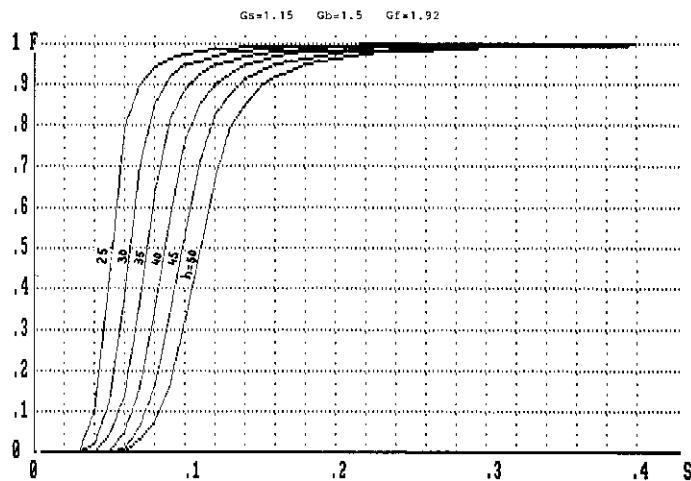


Figura 5.

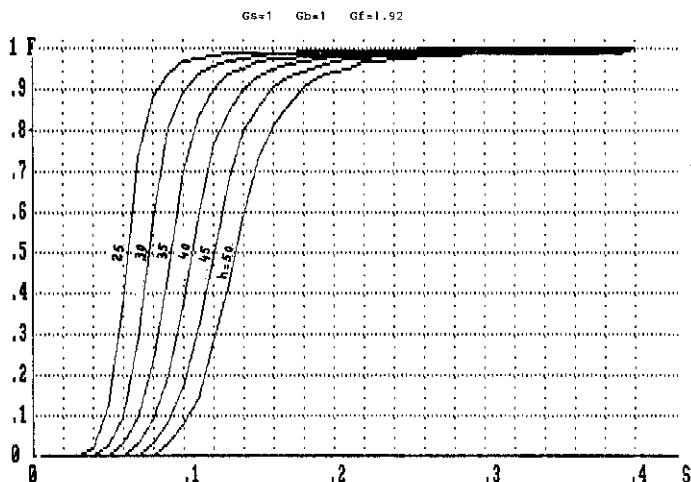


Figura 6.

Siendo:

α = factor de intensidad (4,10).

β = factor de respuesta (4,11).

δ = factor de cimentación (4,13).

η = factor de distribución (4,12).

a su vez es:

$$\alpha = R \cdot C_G$$

siendo:

R = riesgo sísmico (4.10.2).

C_G = coeficiente sísmico básico (4.10.1).

a nuestros efectos se adopta $R = 1$, con lo que:

$$\alpha = C_G = \frac{C}{2T}$$

para estructuras con $T \leq 0,5$ segundos será:

$$\alpha = C$$

Los valores de C , dados en la tabla 4.10.1 de la norma en función de la intensidad sísmica G son:

$G =$	V	VI	VII	VIII	IX
$C =$	0,02	0,04	0,06	0,15	0,30

expresado C en relación a la aceleración de la gravedad.

— El factor de respuesta β se define (4.11) de la norma

$$\beta = \frac{B}{\sqrt[3]{T}} < 0,5$$

adoptando para B el valor medio de los dos valores dados en la Instrucción

$$B = \frac{0,6 + 0,8}{2} = 0,7$$

resulta para $T = 0,5$:

$$\beta = \frac{0,7}{\sqrt[3]{0,5}} = 0,88 \approx 0,9$$

— Para el factor de cimentación puede adoptarse de la tabla 4.13 también un valor medio razonable como $\delta = 0,9$.

- El factor de distribución se define en la norma, de forma simplificada (4.12.1), como:

$$\eta = \frac{3r}{2n+1}$$

Al considerar una construcción de n alturas el efecto acumulado sobre la planta inferior, supuestas todas igualmente cargadas, viene dado por:

$$\sum_{r=1}^n \eta_r = \frac{3}{2} \cdot \frac{n(n+1)}{2n+1}$$

siendo η_r el factor de distribución de la planta r , en una estructura de n pisos, y el valor medio $\bar{\eta}$:

$$\bar{\eta} = \frac{\sum_{r=1}^n \eta_r}{n} = \frac{3}{2} \cdot \frac{n+1}{2n+1}$$

Los valores de $\bar{\eta}$, para distintos de n , se dan a continuación:

$n =$	1	2	3	4	5
$\bar{\eta} =$	1	0,9	0,857	0,833	0,82

de los que se deducen un valor medio del orden de

$$\bar{\eta} = 0,9$$

De lo anterior resulta que, en media, es:

$$S \approx C \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 = 0,729 C \approx 0,75 \cdot C$$

y, consecuentemente, los valores medios de S que se corresponden a los distintos grados de intensidad G , quedan expresados por:

$G =$	V	VI	VII	VIII	IX
$C =$	0,02	0,04	0,08	0,15	0,30
$S =$	0,015	0,030	0,060	0,115	0,23 (0,12) (0,24)

8. INTERPRETACION DE LOS RESULTADOS, A EFECTOS DE VALORACION DE DAÑOS

Los valores de S_G obtenidos en el apartado 7 permiten sectorizar el espacio S a efectos de la asignación de intervalos de valores de S en correspondencia con los grados de intensidad, G .

Realizada esta sectorización en las curvas $f(S)$, obtenidas en el apartado 6, se comprueba lo siguiente:

Para $G=VII$, el 40 por 100 de los pilares de canto 25, el 10 por 100 de los de 30 y menos del 5 por 100 de los de 35, pueden experimentar acciones superiores a su capacidad resistente última según EH-82. En tales casos las solicitudes excederían muy poco aquéllas; las deformaciones resultantes serían ligeramente superiores a las últimas tomadas en consideración.

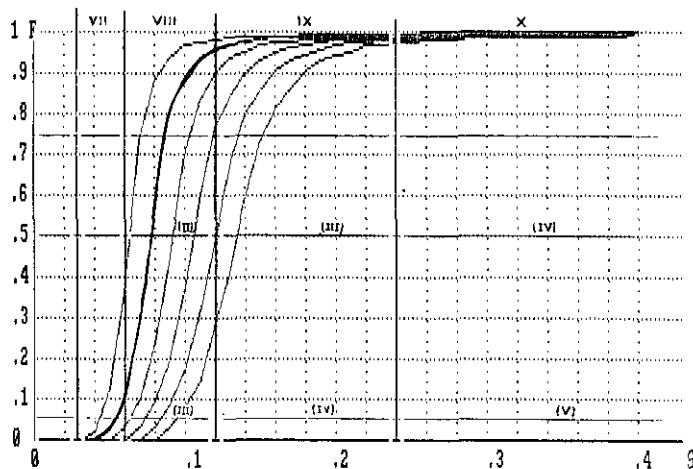


Figura 7.

En el conjunto estructural —la población de pilares— serían de esperar *algunos* daños ligeros.

Para $G=VIII$ la práctica totalidad de pilares de canto inferior a 35 cm; el 75 por 100 de los de 40 cm; el 50 por 100 de los de 45 cm, y el 30 por 100 de los de 50, verían superada su capacidad resistente.

Su adaptación a los distintos valores de la solicitudión S , se realiza a través de deformaciones dúctiles, es decir, mediante deformaciones irreversibles en el campo plástico, con daños sobre la estructura, tanto mayores cuanto mayor fuera la solicitudión.

En los cuadros adjuntos se han calculado, para los distintos pilares, los valores de la ductilidad que se precisan para poder resistir las solicitudes que definen los extremos superiores de los valores de S_G , definitorios del grado de intensidad G , a partir de los valores de S correspondientes a $f(S)=5$ por 100, 50 por 100 y 75 por 100 que se corresponden con los términos algunos, muchos y la mayoría, utilizados en la definición de términos de cantidad por la Norma P.D.S. en relación a la definición de daños en la escala M.S.K. (apartado 2.2.2).

Valores de S							
	$h =$	25	30	35	40	45	50
$f(S_1)=0,05$		0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
$f(S_2)=0,50$		0,06	0,08	0,09	0,11	0,12	0,135
$f(S_3)=0,75$		0,07	0,09	0,10	0,12	0,14	0,15

Valores de ductilidad $\mu(G)$										
	$h=25$			$h=30$			$h=35$			
G	$f =$	0,05	0,50	0,75	0,05	0,50	0,75	0,05	0,50	0,75
VII		1,50	—	—	1,2	—	—	1	—	—
VIII		3	2	1,7	2,4	1,5	1,3	2	1,3	1,2
IX		6	4	3,4	4,8	3,0	2,6	4	2,6	2,4
X		12	8	6,8	9,6	6	5,3	8	5,2	4,8
XI		24	16	13,6	19,2	12	10,6	16	10,4	9,6

Valores de ductilidad $\mu(G)$										
	$h=40$			$h=45$			$h=50$			
G	$f =$	0,05	0,50	0,75	0,05	0,50	0,75	0,05	0,50	0,75
VII		—	—	—	—	—	—	—	—	—
VIII		1,7	1,1	1	1,5	1	—	1,3	—	—
IX		3,4	2,2	2	3	2	1,7	2,7	1,8	1,6
X		6,8	4,4	4	6	4	3,4	5,4	3,6	3,2
XI		13,6	8,8	8	12	8	6,8	10,8	7,2	6,4

*Porcentaje y clase de daños esperados en las construcciones, según sus tipos,
en función de la intensidad sismica M.S.K.*

Intensidad M.S.K.		Tipo estructural								
G	C	A			B			C		
		5 %	50 %	75 %	5 %	50 %	75 %	5 %	50 %	75 %
V	0,01-0,02	Pos. 1	—	—	—	—	—	—	—	—
VI	0,02-0,04	2	1	—	1	—	—	—	—	—
VII	0,04-0,08	4	3	—	—	2	—	1	—	—
VIII	0,08-0,16	5	4	—	4	3	—	3	2	—
IX	0,16-0,32	—	5	—	5	4	—	4	3	—
X	0,32-0,64	—	—	5	—	5	—	5	4	—
XI	0,64-1,0	—	—	5	—	—	5	—	—	5

A partir de los valores de μ obtenidos en la tabla anterior pueden obtenerse los valores de μ medios resultantes, a partir de alguna hipótesis complementaria respecto a la distribución de los pilares de distinto canto.

Nosotros preferimos suponer que un pilar determinado representa la respuesta media de la totalidad, eligiendo el de canto 30 cm como característico del conjunto.

De acuerdo con ello y de los daños esperados en este tipo de estructuras, según la definición de la escala M.S.K., recopilados en el cuadro adjunto de «Porcentaje de daños esperados en las construcciones según sus tipos, en función de la intensidad sismica M.S.K.» se tiene la siguiente correlación entre daños-ductilidad:

*Correlación daños-ductilidad en pilares de hormigón
armado de 30 cm de canto*

G	$f(S)=0,05$	0,50	0,75
VII	1 (1,2)	—	—
VIII	3 (2,4)	2 (1,5)	—
IX	4 (4,8)	3 (3,7)	—
X	5 (9,6)	4 (6,0)	—
XI	—	—	5 (10,6)

Los daños en clases según 2.2.3 de P.D.S.-I. Valores de ductilidad, se expresan con un decimal y entre paréntesis.

A partir de los valores anteriores se obtiene la curva de correlación ductilidad-daos.

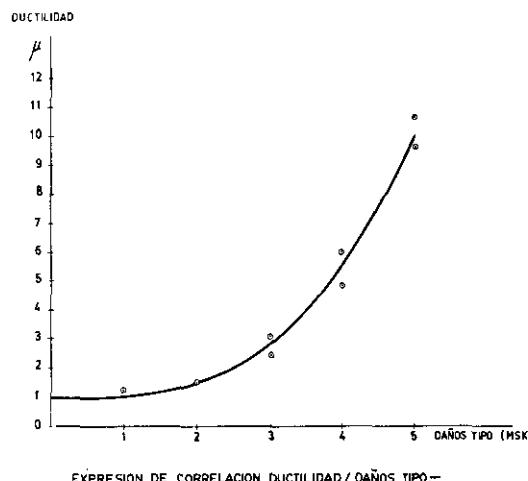


Figura 8.

Del examen de la curva de correlación obtenida se deduce que siempre que entra en juego la ductilidad estructural para resistir acciones dinámicas es a costa de inducir en las construcciones deformaciones permanentes, y tanto más importantes cuanto mayor sea el factor de ductilidad puesto en juego.

Valores de ductilidad ligeramente superiores a la unidad implican la presencia de daños; el valor $\mu \approx 1.30$ parece ser el límite superior de lo admisible. Ductilidades del orden de $\mu = 2$ implican daños moderados y superiores a $\mu = 3$ daños graves.

9. CONCLUSIONES

De todo lo expuesto puede concluirse:

- 1.º Existe concordancia casi perfecta entre los efectos en las construcciones sometidas a acciones sísmicas, determinadas según la P.D.S. I (1974) y los esperados de acuerdo con la descripción de daños de la Escala oficial macrosísmica MSK.

- 2.^º Por tal circunstancia, no deben cuestionarse las hipótesis de partida (correspondencias mecánicas y factor de amplificación adoptado para el espectro de velocidad) ni el procedimiento de verificar la seguridad (art. 4.7).
- 3.^º Consideramos arriesgado y peligroso introducir la ductilidad como elemento de diseño, ante solicitudes sismicas con probabilidad alta de presentarse durante el período de vida útil de la construcción.

En nuestra opinión, la ductilidad estructural es una propiedad que debe exigirse a las construcciones en zonas de sismicidad alta ($G \geq VIII$), como garantía adicional frente a acciones superiores a las razonablemente previsibles, pero nunca debe utilizarse como elemento *minorador* de las solicitudes de cálculo mínimas.

En tal sentido las construcciones con baja ductilidad (tipos A y B de la Norma) deben proscribirse a no ser que se les dote de una ductilidad mínima, del orden de $\mu=2$. Precisamente estos tipos estructurales son los más vulnerables en caso de terremotos y consecuentemente los que más víctimas producen.

- 4.^º El contenido del apartado 5.6 de la P.D.S. relativo a «Prescripciones que deben observarse según la ubicación de las obras» encuentran su plena justificación en lo expuesto.

*Prescripciones de la P.D.S. I (1974), para distintos tipos estructurales,
según las zonas*

OBRAS		ZONAS			
		PRIMERA	SEGUNDA	TERCERA	
Grupo	Tipo	< VI	VI	VII	> VII
I	A				
	B				
	C				
II (Isosista Menor)	A		— Prohibidas	— Prohibidas	— Prohibidas
	B		— Considerar acción sísmica — Refuerzos ductilidad	— Considerar acción sísmica — Refuerzos ductilidad	— Prohibidas
	C			— Aconsejable cálculo — Comprobac. elementos singulares	— Cálculo según PDS
III (Isosista Mayor)	A		— Prohibidas	— Prohibidas	— Prohibidas
	B		— Prohibidas	— Prohibidas	— Prohibidas
	C		— Cálculo PDS	— Cálculo PDS	— Cálculo PDS

ANEXO I

Fórmulas simplificadas de P. J. Montoya (327).

Armaduras simétricas

$$\mu = \frac{Md}{bh^2f_c d} \quad \lambda = 0,5 - \frac{d_2}{h} \quad \omega = 2A \cdot fy d$$

$$v = \frac{Nd}{bh f_c d} \quad v_c = 0,85 - v$$

Ac. dureza natural

v	β
$\leq 0,4$	1,00
0,5	0,93
$0,6 - 0,7$	0,88
$\geq 0,85$	0,93

Para:

$v = 0$	$\mu = \lambda\beta(\omega + v)$
$0 \leq v \leq 0,85$	$\mu = \lambda\beta\omega + 0,55 vv_c$
$v > 0,85$	$\mu = \lambda\beta(\omega + v_c)$

A. est. en frío

v	β
≤ 0	1.10
$\geq 0,6$	0.88

Para:

$v \leq 0$	$\mu = \lambda(\beta\omega + v)$
$0 \leq v \leq 0,85$	$\mu = \lambda\beta\omega + 0,55 vv_c$
$v > 0,85$	$\mu = \lambda(\beta\omega + v_c)$

Ecuaciones de las curvas correspondientes a estados últimos:

$\mu = c(\omega + v)$	$v \leq 0$	[1]
$\mu = c\omega + 0,55 vv_c$	$0 \leq v \leq 0,85$	
$\mu = c(\omega + v_c)$	$0,85 + \omega > v > 0,85$	

con

$$c = \lambda\beta = 0,45 \cdot 0,90 = 0,40$$

$$v_c = 0,85 - v$$

Idem. correspondiente a *estados de servicio*

$$\nu_k = \frac{Nd}{bhf_c d} = \frac{\gamma_f N}{bhf_c / \gamma_c} = \gamma_c \gamma_f \frac{N}{bhf_c} = \gamma_1 v$$

con

$$v = N/bhf_c$$

$$\mu_k = \frac{Md}{bh^2 f_c d} = \gamma_1 \mu \quad \text{con} \quad \mu = \frac{M}{bh^2 f_c}$$

$$\omega_k = \frac{2Af_v d}{bhf_c d} = \frac{2Af_v / \gamma_s}{bhf_c / \gamma_c} = \gamma_2 \omega$$

$$\omega = \frac{2Af_v}{bhf_c} \quad \gamma_1 = \gamma_c \gamma_f \quad \gamma_2 = \gamma_c / \gamma_s$$

Sustituyendo en [1]

$$\gamma_1 \mu = c(\gamma_2 \omega + \gamma_1 v) \quad v \leq 0$$

$$\gamma_1 \mu = c\gamma_2 \omega + 0,55 \gamma_1 v(0,85 - \gamma_1 v) \quad 0 \leq v \leq \frac{0,85}{\gamma_1}$$

$$\gamma_1 \mu = c(\gamma_2 \omega + 0,85 - \gamma_1 v) \quad v > 0,85/\gamma_1$$

o

$$\mu = c(\gamma_2 / \gamma_1 \cdot \omega + v) \quad v \leq 0$$

$$\mu = c \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \omega + 0,55 v(0,85 - \gamma_1 v) \quad 0 \leq v \leq 0,85/\gamma_1 \quad [2]$$

$$\mu = c \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \omega + \frac{0,85 c}{\gamma_1} - cv \quad v > 0,85/\gamma_1$$

Como expresión de los *momentos de servicio*.

La diferencia entre ecuaciones [1] y [2] expresa los momentos residuales resultantes:

$$\begin{aligned}\Delta\mu &= c\omega \left(1 - \frac{\gamma_2}{\gamma_1}\right) & v \leq 0 \\ \Delta\mu &= c\omega \left(1 - \frac{\gamma_2}{\gamma_1}\right) + (\gamma_1 - 1)0,55 v^2 & 0 \leq v \leq 0,85/\gamma_1 \\ \Delta\mu &= c\omega \left(1 - \frac{\gamma_2}{\gamma_1}\right) - 0,55 v^2 + (0,476 + c)v - \frac{0,85 c}{\gamma_1} & v > 0,85/\gamma_1\end{aligned}\quad [3]$$

BIBLIOGRAFIA

1. Norma sismoresistente P.D.S. (1974): «Boletín Oficial del Estado».
2. Instrucción EH-82 para el proyecto y ejecución de obra de hormigón en masa o armado.
3. Montoya, Meseguer y Morán: *El hormigón armado*.
4. Newmark, N. M., y E. Rosenblueth (1976): *Fundamentos de ingeniería sísmica*. Editorial Diana, S. A. Méjico.
5. Dowrick, D. J.: *Earthquake resistant design*.
6. Lomnitz, C., y E. Rosenblueth (1976): *Seismic risk and engineering decisions*. Elsevier Scientific Publishing Company.