Propagación de ondas de borde a través de un sistema de espigones

Asunción BAQUERIZO y Miguel A. LOSADA Grupo de Puertos y Costas. Centro Andaluz de Medio Ambiente. Universidad de Granada. Ramón y Cajal, 4. 18071 Granada.

RESUMEN

Se estudia la propagación de una onda de borde a través de dos espigones transversales a la línea de costa. Se considera una playa infinitamente larga cuyo perfil, de pendiente constante, tiene un escarpe en la línea de costa y está conectado a una plataforma horizontal. La solución en cada una de las regiones delimitadas por los espigones se expresa como combinación lineal de las ondas incidente/transmitida y reflejada por alguno de los espigones y los modos evanescentes que existen en las proximidades de las discontinuidades. El problema se resuelve mediante un método iterativo que incluye la pérdida de carga dentro de las estructuras. Para una misma geometría, las amplitudes de las ondas parcialmente estacionarias que se forman en la región incidente y entre los espigones son máximas para valores de la separación entre los mismos que resultan ser un múltiplo impar de L/4, siendo L la longitud de onda, lo que permite explicar la existencia de formas rítmicas entre estructuras de este tipo.

ABSTRACT

The propagation of an edge wave through a system of two groins perpendicular to the coastline is studied. A simple idealized beach profile with a steep foreshore, a plane slope and a horizontal shelf on an infinitely long straight shoreline is considered. The solution in each region delimited by the structures is expressed as a linear combination of an incident or transmitted wave, a wave reflected and the evanescent modes that exist in the neighborhood of the structures. The solution to the problem is obtained by an iterative mode matching method including the head loss at the groins. For a given beach configuration, the amplitude of the partial stationary waves resulting at the incident region and in the region between structures is maximum for distances between structures about an odd multiple of L/4, where L is the wavelength. This may explain the existence of rhythmic features between groins under certain conditions.

1. INTRODUCCIÓN

Las ondas de borde se propagan paralelas a la línea de costa. Pueden ocurrir en variedad de escalas: ondas resonantes de alta frecuencia originadas por el oleaje incidente (Guza y Davis, 1974), forzadas por grupos de ondas (Schäffer, 1990) y ondas de baja frecuencia de escala oceanográfica (Munk *et al.*, 1956). Este tipo de oscilaciones juega un papel muy importante en la dinámica costera. A ellas se ha atribuido la formación de corrientes de retorno (Bowen e Inmman, 1969) y determinadas formas cuspidales que se observan en la línea de costa (Guza e Inman, 1975). Recientemente Ciriano *et al.* (2000) han demostrado que las ondas de borde pueden inducir oscilaciones resonantes en puertos cuya bocana está abierta a una playa.

La teoría de ondas largas se remonta a la solución dada por Stokes (1849) para una playa de pendiente constante. Eckart (1951), utilizando teoría lineal de ondas largas, demostró que la solución de Stokes representaba únicamente el primero de una serie de posibles modos. Ursell (1952) obtuvo la solución del problema de contorno linearizado. Green (1986) esbozó la solución del problema de una onda de borde propagándose con una pared vertical. Neu y Oh (1987) presentaron una técnica para resolver el problema de la propagación de ondas de borde en perfiles de playa definidos por una serie de tramos de profundidad variable.

La mayoría de los estudios dedicados a la propagación de ondas de borde han considerado tramos de playa rectilíneos con batimetría uniforme. Sin embargo, recientemente Santos y Peregrine (1998) han estudiado el efecto de un cambio brusco en el perfil. Asimismo, Ciriano *et al.* (2001) han analizado la propagación de ondas de borde en una playa circular.

Aunque en general se supone que las ondas de borde son estacionarias en la dirección perpendicular a la costa, Henderson y Bowen (2001) han resuelto analíticamente las ecuaciones para ondas de borde forzadas, introduciendo disipación, con lo que predicen un flujo neto de energía hacia la costa, resultado ya observado por Nelson y Gonsalves (1992) en datos medidos en el campo.

Con el fin de proteger ciertas zonas costeras de la acción del oleaje, en las ultimas décadas ha sido común la construcción de sistemas de espigones perpendiculares a la costa. Algunas de estas zonas presentan un escarpe en la línea de costa que para ondas largas se comporta como una pared vertical reflejante. En muchas de ellas es común observar formas rítmicas que por sus características, pueden atribuirse a oscilaciones de largo periodo como, por ejemplo, ondas de borde. Este es el caso de muchas de las playas de la costa oriental andaluza.

Baquerizo *et al.* (2001) estudiaron la propagación de ondas de borde a través de una estructura porosa perpendicular a la línea de costa. En este trabajo se extiende dicho análisis al estudio del comportamiento de ondas de borde en un sistema de dos espigones. En el primer espigón, parte de la energía de la onda de borde incidente se refleja y parte se transmite a través de él propagándose con la misma estructura que la onda incidente. Una parte de la energía transmitida a la región comprendida entre estructuras se trasmite a través del segundo espigón y otra parte se refleja, formando en dicha región una onda parcialmente estacionaria.

La ecuación de gobierno expresada en términos de la elevación de la superficie libre, ξ , es la ecuación lineal de ondas largas. En la región interior la solución se escribe como superposición de las soluciones { ξ_{1a} , ξ_{1b} } obtenidas por Neu y Oh (1987), donde ξ_{1a} es la solución clásica dada por Eckart (1951). Imponiendo las condiciones de contorno de flujo nulo en el estrán y en la pared vertical, la ecuación de la dispersión se obtiene al imponer las condiciones de acuerdo entre las regiones interior y exterior.

Las soluciones a cada lado de cada una de las estructuras costeras se expresan en términos de las ondas incidente o transmitida y reflejada, en su caso, por uno de los espigones. Asimismo, se consideran los modos evanescentes que existen en las proximidades del obstáculo y que permiten compatibilizar las soluciones a ambos lados del mismo.

Siguiendo los trabajos de Mei *et al.* (1974) y Roldán *et al.* (1992) la pérdida de carga dentro del dique se expresa mediante un término de fricción basado en un modelo cuadrático para la propagación de ondas largas a través de constricciones. Las condiciones de acuerdo que deben satisfacerse, continuidad de flujo en los agujeros y flujo nulo en las zonas impermeables, se combinan en dos funciones que se resuelven globalmente minimizando por el método de mínimos cuadrados la suma de los cuadrados de sus módulos para la obtención de los coeficientes de las ondas reflejada, transmitida y las ondas evanescentes. Puesto que el factor de fricción depende de la solución, se utiliza un método iterativo para resolver el problema.

Este capítulo se organiza de la siguiente forma. En primer lugar se formula y resuelve el problema de una onda de borde propagándose sobre una playa infinitamente larga cuyo perfil, de pendiente constante, tiene un escarpe en la línea de costa y está conectado a una plataforma horizontal. A continuación se plantean las condiciones de acuerdo entre las regiones delimitadas por los espigones, incluyendo la pérdida de carga en la estructura. Dichas condiciones de acuerdo se resuelven globalmente mediante un método iterativo. Finalmente se presentan los resultados y las conclusiones.

2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Se estudia el perfil simplificado de una playa con escarpe en la línea de costa conectada a una plataforma horizontal (Fig. 1). Puesto que la zona más próxima a la costa tiene una pendiente muy acusada que para ondas largas se comporta como una pared vertical y su anchura es mucho más pequeña que una longitud de onda, se admite que el perfil puede definirse en dos regiones. En la región interior, la profundidad varía con pendiente h_x desde la profundidad h_0 en



Figura 1. Definición de la forma en planta y perfil de la geometría considerada.

la costa hasta llegar a una profundidad h_{∞} a partir de la cual, en la región exterior, la profundidad es constante. Por simplificación, con el fin de escribir la solución en forma de serie, se admite asimismo que suficientemente lejos de la costa existe una pared impermeable.

El origen del sistema de coordenadas se sitúa en tierra a una distancia $x_s = h_0/h_x$ de la línea de costa. El eje *x* es perpendicular a la costa y apunta mar adentro, el eje *y* se extiende a lo largo de la línea de costa en la dirección de propagación de la onda de borde incidente y el eje *z* apunta hacia arriba desde el nivel medio del mar.

La transición entre los dominios interior, de pendiente constante, y exterior, de profundidad constante, tiene lugar en $x = x_1$, donde la profundidad es $h = h_{\infty}$. La pared impermeable está situada a una distancia x_2 del origen.

Puesto que, en general, la anchura de los espigones transversales a la línea de costa es mucho menor que la longitud de onda, puede considerarse que se trata de placas perforadas infinitamente delgadas situadas en $y = y_0$ e $y = y_1$, y calcular la pérdida de carga en la estructura siguiendo la formulación de Mei *et al.* (1974) para ondas largas.

En primer lugar se resuelve el problema de la propagación de una onda de borde en una playa con el perfil que se ha definido. A continuación se expresan las soluciones a cada lado de los espigones como combinación lineal de las ondas de borde incidente o transmitida, la reflejada, en su caso, y los modos evanescentes necesarios para compatibilizar las soluciones. Las condiciones de acuerdo que incluyen la pérdida de carga en la estructura se resuelven finalmente de forma global, mediante una técnica iterativa.

2.1. Resolución del problema de ondas de borde

La ecuación de gobierno es la ecuación lineal de ondas largas:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(gh\frac{\partial\xi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(gh\frac{\partial\xi}{\partial y}\right) - \frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = 0 \tag{1}$$

g es la gravedad, h(x) es la profundidad y t el tiempo. La estructura de la superficie libre, ξ , está dada por:

$$\xi(x, y, t) = \eta(x)e^{i(ky-\omega t)}$$
⁽²⁾

donde ω es la frecuencia angular y k es el número de onda. La ecuación (1) puede reformularse en términos de la función η :

$$\frac{d}{dx}\left(gh\frac{d\eta}{dx}\right) + (\omega^2 - ghk^2)\eta = 0$$
(3)

El problema se resuelve en cada una de las zonas que se diferencian en el perfil de playa, la Zona 1, de pendiente constante y la Zona 2 de profundidad constante, y se imponen las siguientes condiciones de contorno y de compatibilidad entre ellas:

- 1. Las velocidades en la dirección del eje x deben ser nulas en el estrán, $x = x_x$, y en la pared impermeable, $x = x_2$.
- 2. Las elevaciones de la superficie libre deben coincidir en $x = x_1$.
- 3. Las velocidades en la dirección x deben coincidir en $x = x_1$.

• Solución en la Zona 1

En la zona de pendiente constante la solución del problema fue dada por Green (1986):

$$\eta(x, y, t) = e^{2kx} [AM_a(2kx) + BU_a(2kx)]$$
(4)

donde M_a y U_a son, respectivamente, las funciones hipergeométricas de primer y segundo orden, de parámetros a y b = 1.

• Solución en la Zona 2

En la plataforma, la solución del problema es:



$$\eta = C e^{-\sqrt{\lambda} kx} + D e^{\sqrt{\lambda} kx} \tag{5}$$

Figura 2. Curvas de dispersión de los modos propagantes en términos del parámetro *a* de las funciones confluentes hipergeométricas para los valores de los parametros $h_0 = 1$ (m), $h_x = 0.03$, $E_0 = 500$ (m) y $E_1 = 200$ (m).

con

$$\lambda = 1 - \frac{\omega^2}{gh_{\infty}k^2} \tag{6}$$

Aplicando la condición de contorno en la pared situada mar adentro y en el estrán, e imponiendo las condiciones de acuerdo en $x = x_1$, se obtiene un sistema de ecuaciones homogéneo en *A* y *C*. Igualando a cero el determinante de la matriz para garantizar que ésta tenga solución distinta de la trivial, se obtiene la ecuación de la dispersión. Las raíces reales que se obtienen para valores de $\lambda > 0$ se corresponden con los modos atrapados en la costa que se propagan en la dirección y. Las soluciones imaginarias puras dan los modos evanescentes en la dirección y necesarios para compatibilizar las soluciones en las discontinuidades.

La Figura 2 muestra las soluciones de la ecuación de la dispersión en términos del parámetro *a* de la ecuación de Kummer y del valor de $r_1 = 2kx_1$ ob-



Figura 3. Curvas de dispersión de los modos propagantes en términos del número de onda y la frecuencia angular para los valores de los parametros $h_0 = 1$ (m), $h_x = 0.03$, $E_0 = 500$ (m) y $E_1 = 200$ (m).

tenidas para los valores de los parámetros $h_0 = 1$ (m), $h_x = 0.03$, $E_0 = 500$ (m) y $E_1 = 200$ (m). Se representan asimismo las raíces de la ecuación de la dispersión para una playa de pendiente constante, solución clásica de Eckart, y las de una playa de pendiente constante conectada a una plataforma obtenidas por Schäffer (1990). La presencia de la plataforma limita las posibles soluciones a la región $2kx_1 > 2(1-2a)$. Para valores de $2kx_1$ grandes, la solución de Schäffer coincide con la de Eckart mientras que para la geometría considerada las soluciones se desvían de las líneas verticales dadas por los valores enteros de a.

La Figura 3 muestra las raíces reales de la ecuación de la dispersión en términos de la frecuencia angular y el número de onda. Las curvas punteadas son las soluciones dadas por Eckart (1951) para una playa de pendiente constante y las curvas con trazo continuo se han obtenido para la geometría considerada. Cada una de las ramas se corresponde con un modo. El efecto de la plataforma es restringir las soluciones a la región del plano dada por $\lambda \ge 0$.

La Figura 4 representa la frecuencia angular frente a la parte imaginaria de las raíces imaginarias puras de la ecuación de la dispersión. Debido a la exis-



Figura 4. Parte imaginaria del número de onda de los modos evanescentes para los valores de los parametros $h_0 = 1$ (m), $h_x = 0.03$, $E_0 = 500$ (m) y $E_1 = 200$ (m).

tencia de la pared vertical, se obtiene una cantidad infinita numerable de modos evanescentes.

Para un periodo T = 30(s) y valores de los parámetros $h_0 = 1$ (m), $h_x = 0.03$, $E_0 = 500$ (m) y $E_1 = 200$ (m), la Figura 5 muestra los tres posibles modos propagantes.



Figura 5. Modos propagantes correspondientes a una onda de borde de periodo T = 30 (s) y valores de los parámetros $h_0 = 1$ (m), $h_x = 0.03$, $E_0 = 500$ (m) y $E_1 = 200$ (m).

2.2. Condiciones de compatibilidad entre regiones

En los espigones, situados en las rectas $y = y_0$ e $y = y_1$ deben satisfacerse las condiciones que se imponen a continuación.

En la parte impermeable de la placa,

1. Las velocidades deben ser nulas

En los agujeros de la placa,

- 2. Las velocidades a ambos lados deben coincidir
- 3. Las elevaciones de la superficie libre deben diferir en un término de pérdida de carga.

Para el cálculo de la pérdida de carga en un agujero para ondas largas se sigue el modelo cuadrático dado por Mei *et al.* (1974):

$$\xi_a - \xi_b = \frac{f}{2g} v|v| + \frac{L_i}{g} \frac{\partial v}{\partial t}$$
(7)

donde v es la componente de la velocidad en la dirección y en el agujero, f es un coeficiente de fricción que depende principalmente de la geometría del agujero (Fig. 6) y L_i es un coeficiente de inercia que puede determinarse de forma empírica. Este modelo ha sido aplicado con éxito en problemas similares (véase Roldán *et al.*, 1992). Para ondas relativamente largas el término inercial puede despreciarse y el término cuadrático puede linearizarse introduciendo una fricción equivalente C_e que depende del valor de v. El error, e, introducido por el proceso de linearización es:

$$e = \frac{f}{2g}v|v| - C_e v \tag{8}$$

El valor de C_e que minimiza en el sentido de mínimos cuadrados el error e promediado en un periodo de onda es:



Figura 6. Esquema representativo de la configuración de los agujeros en la placa.

 C_e depende de la amplitud de la oscilación y puesto que v es una función de la distancia a la línea de costa, depende también de x.

Agrupando en los conjuntos H y P, los puntos de la estructura que están en un agujero o en la placa, respectivamente, las condiciones de acuerdo entre regiones adyacentes son:

$$\frac{\partial \xi_{\alpha}}{\partial y}\Big|_{y=y_{i}} = 0 \quad x \in P$$

$$\frac{\partial \xi_{\alpha}}{\partial y}\Big|_{y=y_{i}} = \frac{\partial \xi_{\beta}}{\partial y}\Big|_{y=y_{i}} \quad x \in H$$

$$\frac{i=1, \quad \alpha, \beta = a, b}{i=2, \quad \alpha, \beta = b, c}$$
(10)

2.3. Solución del problema

En la primera región, la superficie libre es combinación lineal de la onda de borde incidente de amplitud A_a , la onda reflejada en el primer espigón de amplitud R_0 , y una serie infinita truncada a N términos evanescentes que decaen lejos del espigón, esto es, para $y \rightarrow -\infty$. En la segunda región, la solución consta de la onda de amplitud A_b transmitida a través del primer espigón, la onda reflejada en la segunda estructura, de amplitud S_0 , y dos series de modos evanescentes truncadas a N términos que decaen, lejos del primer y segundo espigón respectivamente. Finalmente, en la tercera región, la solución consta de la onda de amplitud A_c transmitida a través de la segunda estructura y la serie de modos evanescentes que decaen lejos de la misma para $y \rightarrow \infty$.

$$\begin{aligned} \xi_{a}(x,y,t) &= \left[A_{a}\eta_{0}(x)e^{ik_{0}y} + R_{0}\eta_{0}(x)e^{-ik_{0}(y-y_{0})} + \sum_{n=0}^{N}R_{n}\eta_{n}(x)e^{-ik_{n}(y-y_{0})} \right] e^{-i\omega t} \\ \xi_{b}(x,y,t) &= \left[A_{b}\eta_{0}(x)e^{ik_{0}y} + S_{0}\eta_{0}(x)e^{-ik_{0}(y-y_{1})} + \sum_{n=0}^{N}S_{n}\eta_{n}(x)e^{ik_{n}(y-y_{1})} + \sum_{n=0}^{N}T_{n}\eta_{n}(x)^{-ik_{n}(y-y_{0})} \right] e^{-i\omega t} \end{aligned}$$
(11)
$$\xi_{c}(x,y,t) = \left[A_{c}\eta_{0}(x)e^{ik_{0}y} + \sum_{n=0}^{N}U_{n}\eta_{n}(x)e^{ik_{n}(y-y_{1})} \right] e^{-i\omega t}$$

Las condiciones de compatibilidad entre regiones pueden combinarse en dos funciones como sigue:

$$G_{1}(x, R_{0}, R_{1}, \dots, R_{n}, S_{0}, S_{1}, \dots, S_{n}) = \begin{cases} \frac{\partial \xi_{a}}{\partial y} \Big|_{y=y_{0}} & x \in P \\ \left[\xi_{a} - \xi_{b} - C_{e}^{a} v_{a}\right]_{|y=y_{0}} & x \in H \end{cases}$$
(12)

$$G_{2}(x, R_{0}, R_{1}, \dots, R_{n}, S_{0}, S_{1}, \dots, S_{n}) = \begin{cases} \frac{\partial \xi_{b}}{\partial y} \Big|_{y=y_{1}} & x \in P \\ \left[\xi_{b} - \xi_{c} - C_{e}^{b} v_{b}\right]_{|y=y_{1}} & x \in H \end{cases}$$
(13)

Los valores de $R_0, R_1, ..., R_N, S_0, S_1, ..., S_N$ soluciones de las ecuaciones $G_1 = G_2 = 0$ se obtienen globalmente minimizando en el sentido de mínimos cuadrados la integral

$$G(R_0, R_1, \dots, R_n, S_0, S_1, \dots, S_n) = \int_{x_s}^{x_2} \left(\left| G_1 \right|^2 + \left| G_2 \right|^2 \right) dx \tag{14}$$

Puesto que G_1 y G_2 dependen de los valores de las funciones $C_e^a(x)$ y $C_e^b(x)$ que son a su vez funciones de los coeficientes R_i , S_i , i = 1, ..., N, el problema se resuelve por iteraciones sucesivas, eligiendo unas funciones $C_e^a(x)$ y $C_e^b(x)$ iniciales arbitrarias e iterando hasta que las soluciones converjan.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Se ha tomado como caso base el primer modo de una onda de borde de periodo T = 100 (s) propagándose sobre una playa definida por los valores de los parámetros $h_0 = 1$ (m), $h_x = 0.03$, $E_0=500$ (m) y $E_1=200$ (m).

Las Figuras 7 (a) y (b) representan el cumplimiento de las condiciones de compatibilidad de pérdida de carga en los agujeros y flujo nulo en la pared, respectivamente para espigones separados una distancia $y_1 - y_0 = 350$ (m), con fricción f = 100, $D_p = D_h = 100$ (m) y N = 8 modos evanescentes. Puede apreciarse que en ambos espigones, el acuerdo es bastante bueno, con valores máximos del orden de 10^{-4} .

Las funciones $C_e^{a,i}(x)$ y $C_e^{b,i}(x)$ que evalúan la fricción equivalente, obtenidas en cada iteración convergen uniformemente a las funciones $C_e^a(x)$ y $C_e^b(x)$ representadas con línea continua en la Figura 8. Tres iteraciones bastan para obtener funciones sucesivas que difieren a lo sumo en 10⁻³ lo que indica la rapidez de la convergencia.



Figura 7. Cumplimiento de las condiciones de compatibilidad de pérdida de carga en los agujeros y flujo nulo en la pared para $h_0 = 1$ (m), $h_x = 0.03$, $E_0 = 500$ (m), $E_1 = 200$ (m), $y_1 - y_0 = 350$ (m), f = 100, $D_o = D_h = 100$ (m) y N = 8.



Figura 8. Convergencia uniforme de las funciones $C_{e^{-i}}^{i}(x)$ y $C_{e^{-i}}^{b,i}(x)$ que evalúan la fricción equivalente para $h_0 = 1$ (m), $h_x = 0.03$, $E_0 = 500$ (m), $E_1 = 200$ (m), $y_1 - y_0 = 350$ (m), f = 100, $D_p = D_h = 100$ (m) y N = 8.



Figura 9. Definición de la configuración de dos diques impermeables perpendiculares a la costa.

Se ha analizado el caso particular de dos espigones impermeables de 200 (m) de longitud para diferentes valores de la separación entre espigones (Fig. 9). La Figura 10 representa los valores de los coeficientes de reflexión $R_1 = R_0/A_a$ en la región incidente (Región *a*) y $R_2 = S_0/A_b$ en la región comprendida entre los espigones (Región *b*) en función de $(y_1 - y_0)/L$ siendo *L* la longitud de onda. Ambas curvas muestran oscilaciones que son máximas para $y_1 - y_0 = (2n + 1)L/4$, n = 0, 1, ... Para dichos valores, la amplitud de las ondas parcialmente estacionarias que se forman en la región incidente y entre los espigones es máxima. La Figura 11 representa las líneas de isoamplitudes máximas en la Región *b* obtenidas para $y_1 - y_0 = 3L/4$, donde se observan dos cuasi-antinodos, uno en el primer espigón y otro situado a L/2, así como dos valores entre estructuras de este tipo abre una línea de trabajo para explicar la existencia de formas rítmicas entre espigones para determinadas configuraciones.

4. CONCLUSIONES

Se presenta un modelo para el estudio de la propagación de ondas de borde entre espigones transversales a la línea de costa en una playa infinitamente lar-



Figura 10. Valores de los coeficientes de reflexión $R_1 = R_0/A_a$ en la región incidente (Región *a*) y $R_2 = S_0/A_b$ (Región *b*) para dos diques impermeables perpendiculares a la costa de 200 (m) de longitud y valores de los parámetros $h_0 = 1$ (m), $h_x = 0.03$, $E_0 = 500$ (m), $E_1 = 200$ (m), en función de la separación relativa entre espigones.

ga cuyo perfil, de pendiente constante, tiene un escarpe en la línea de costa y está conectado a una plataforma horizontal. En cada una de las regiones delimitadas por los espigones la solución se expresa como combinación lineal de los modos incidente/trasmitido y reflejado en su caso, y los modos evanescentes necesarios para cumplir las condiciones de compatibilidad entre las regiones adyacentes. La pérdida de carga dentro de la estructura se expresa como un término lineal dependiente de la descarga en los agujeros y, por tanto, función de la distancia a la línea de costa, equivalente al modelo cuadrático dado por Mei *et al.* (1974) para ondas largas. La solución de las condiciones de compatibilidad en los espigones se obtiene mediante un proceso iterativo, minimizando



Figura 11. Isolíneas de amplitud máxima entre espigones obtenidas para dos diques impermeables perpendiculares a la costa de 200 (m) de longitud y valores de los parámetros $h_0 = 1$ (m), $h_x = 0,03$, $E_0 = 500$ (m), $E_1 = 200$ (m), $y_1 - y_0 = 518$ (m).

globalmente la integral de la suma de los módulos de las condiciones de acuerdo establecidas en los espigones.

La presencia de la plataforma produce una curvatura de las líneas de dispersión (a, $2k_0x_1$) disminuyendo los valores de las frecuencias para las ondas más largas. Además restringe los modos posibles a la región $\lambda \ge 0$. La existencia del escarpe inclina las curvas con respecto a las líneas verticales que corresponden a la solución de Eckart, aumentando la frecuencia para las ondas más cortas y disminuyéndola para las más largas.

Las ondas de borde se reflejan y transmiten parcialmente en los espigones formando ondas parcialmente estacionarias en las regiones incidente y comprendida entre estructuras, cuyas amplitudes son máximas para valores de la separación entre espigones múltiplos impares de L/4, siendo $L = 2\pi/k_0$ la longitud de onda.

5. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación recibida de la comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología (CICYT), contrato núm. MAR98-0907, y de la Comisión de Comunidades Europeas en el marco del Programa EESD, contrato núm. EVK3-CT-2000-00037 (Proyecto HUMOR).

REFERENCIAS

- BAQUERIZO, A.; LOSADA, M. A., and LOSADA, I. J. (2002): «Edge wave scattering by a coastal structure», Accepted for publication in the journal Fluid Dynamic Research.
- BOWEN, A. J., and INMAN, D. L. (1969): «Rip currents, 2, Laboratory and field observations», J. Geophys. Res., 74, pp. 5479-5490.
- CIRIANO, Y.; FALQUÉS, A., and LOSADA, M. A. (2000): «Resonance of a harbour under edge wave forcing», in *Proc. of the 27th Int. Conf. on Coastal Engingeering* (ed. B. L. Edge). ASCE, pp. 3580-3591.
- CIRIANO, Y.; FALQUÉS, A., and SÁNCHEZ-ARCILLA, A. (2001): «Effect of a curvilinear coastline on edge waves», in *Proc. of the Coastal Dynamics'01 Conference* (ed. H. Hanson & M. Larson). ASCE, pp. 273-282.
- ECKART, C. (1951): «Surface waves on water of variable depth», *Wave Rep. 100*, Ref. 51-12, 99 pp. Scripps Inst. of Oceanogr., Univ. of Calif., La Jolla.
- GREEN, T. III. (1986): «Edge waves near a seawall», *Coastal Engineering 10*, pp. 119-125.
- GUZA, R. T., & DAVIS, R. E. (1974): «Excitation of edge waves by waves incident on a beach», J. Geophys. Res., 79, pp. 1285-1291.
- GUZA, R. T., & INMAN, D. L. (1975): «Edge waves and beach cusps», J. Geophys. Res., 80, pp. 2997-3012.
- HENDERSON, S. M., and BOWEN, A. J. (2001): «The dynamcis of dissipative edge waves», in *Proc. of the Coastal Dynamics'01 Conference* (ed. H. Hanson & M. Larson). ASCE, pp. 263-272-
- MEI, C. C.; LIU, P. L. F., & IPPEN, A. T. (1974): «Quadratic head loss and scattering of long waves», J. Waterway, Harbors and Coastal Engineering Div. 100, ASCE, pp. 217-239.
- MUNK, W. H.; SNODGRASS, F. E., & CARRIER, G. F. (1956): «Edge waves on the continental shelf», *Science*, 123, pp. 127-132.
- NELSON, R., and GONSALVES, J. (1992): «Surf zone transformation of wave height to water depth ratios», *Coastal Engineering*, 17, 49-70.
- NEU, W. L., & OH, I. (1987): «Edge waves on linear segmented topographies», in *The Proc. of Coastal Hydrodynamics Conference* (ed. R. A. Dalrymple), ASCE, pp. 227-240. Newark, De.
- ROLDÁN, A. J., LOSADA, M. A., & LOSADA, I. J. (1992): «Theoretical study of the wave attenuation in a channel with roughened sides», in *Proc. of the 23th Int. Conf. on Coastal Engingeering* (ed.B. L. Edge), ASCE, pp. 2786-2798.
- SANTOS, J. A., and PEREGRINE D. H. (1998): «Trapped and free wave propagation in channels and harbours», *Proc. 26th International Conf. on Coastal Eng.* (ed. B. L. Edge), ASCE, pp.244-257.

- SCHÄFFER, H. A. (1990): «Infragravity water waves induced by short-wave groups», *PhD Thesis*, 168 pp. Technical University of Denmark.
- STOKES, G. C. (1846): «Report on recent researches in hydrodynamics», *Report of the British Association*, Part 1, Collected papers, 1, IG7.
- URSELL, F. (1952): «Edge waves on a sloping beach», Proc. R. Soc. Lond. A 214, pp. 79-97.