Cuadernos de Estudios Empresariales
1997, número 7, 71-88
ISSN: 1131-6985

La teoría de los índices de precios

JAVIER CURIEL DÍAZ
Escuela Universitaria de Estudios Empresariales
Universidad Complutense de Madrid

1. DEFINICIÓN Y CLASES DE NÚMEROS ÍNDICES DE PRECIOS.

En general un número índice puede definirse como un estadístico que mide la variación relativa, en el tiempo o en el espacio, de una magnitud simple o compleja (URIEL Y MUÑIZ, 1988). Estas magnitudes hacen referencia en el campo económico a precios, cantidades o valores. En adelante se discutirán únicamente índices temporales de precios, siendo la mayor parte de los resultados generalizables a los otros casos.

El cálculo de un índice de precios «simple» se reduce a la obtención de cocientes o porcentajes que, tomando un período como base, expresan la variación en el tiempo de una única variable, el precio de un determinado bien. Su expresión matemática es

$$I_i = \frac{p_{it}}{p_{io}}$$

donde I_i es el índice de precios del bien x_i, p_{io} el precio de dicho bien en el período base, y p_{it} su precio en el período actual. En el cálculo de un índice de precios simple, la única cuestión relevante es la elección del período que se toma como base.

Sin embargo, la razón de la utilidad de los números índices consiste en poder sintetizar los datos referidos a varias series estadísticas en una única que muestre la evolución en su conjunto del vector de magnitudes analizado (ESCUDER, 1987). En efecto, el concepto de número índice en sentido estricto hace referencia a la medición de las variaciones de una magnitud no observable. Así EDGEWORTH (1925: 379) propuso la definición clásica de número índice como: «*Un número que mediante sus variaciones indique los aumentos o disminuciones de una magnitud no susceptible de medir con exactitud*». Se pretende de esta forma medir los cambios en magnitudes en cierto modo genéricas como son el nivel general de precios o su recíproca el valor o poder adquisitivo del dinero, la producción y renta nacional, o por ejemplo el precio de la vivienda en singular. Todas estas magnitudes son complejas, en el sentido de condensar en ellas un conjunto diverso de variables. Como señaló FRISH (1936: 1): «*El problema de los números índices aparece siempre que queramos expresar cuantitativamente una magnitud compleja que se compone de mediciones individuales para las cuales no existe ninguna unidad física común. El deseo de unificar tales mediciones y el hecho de que esto no puede ser realizado utilizando únicamente principios de comparación físicos o técnicos, constituye la esencia del problema de los números índices*». En consecuencia el verdadero interés de los números índices no reside en el cálculo de índices simples, sino en la elaboración de números índices «complejos».

En la elaboración de un índice de precios complejo se presentan dos cuestiones que hay que resolver: el criterio de agregación y el criterio de ponderación que deberán utilizarse. El criterio de agregación consiste en determinar de que forma se van a sintetizar los valores de las distintas variables consideradas (por ejemplo los precios de los diferentes bienes) en una sola magnitud (coste de la vida o nivel general de precios). Habrá que elegir entre algún tipo de promedio, de modo que tendremos índices de precios complejos basados en la media aritmética, la media agregativa, la media geométrica y la media armónica, entre otros. El criterio de ponderación consiste en atribuir un determinado peso a cada una de las variables (precios) que se promedian, es decir discriminar entre las diferentes variables (precios) dando a cada una de ellas la importancia relativa que tienen dentro del conjunto al que pertenecen. El criterio más sencillo consiste en agregar los diferentes índices de precios simples asignando a cada uno de ellos el mismo peso o importancia. En ese caso obtendríamos un índice de precios complejo sin ponderar. Los dos índices de este tipo más habituales son el de Sauerbeck (basado en la media aritmética), y el de Brastreet y Dutot (basado en la media agregativa).

Desde una perspectiva histórica, la utilización de índices de precios sin ponderar ha sido defendida por autores tan importantes en el terreno económico como BOWLEY (1926) o el ya citado Edgeworth. El interés de estos autores se centraba en medir las variaciones del valor o poder adquisitivo del dinero. Bajo la hipótesis de la teoría cuantitativa, variaciones en la cantidad de dinero producen variaciones proporcionales en el nivel general de precios, no afectando a los precios relativos. Por lo tanto y según esta hipótesis, los precios de todos los bienes variarán en la misma proporción. No obstante, en un momento determinado podrán existir desviaciones de todo tipo en los movimientos de los precios individuales, que deben ser interpretadas como errores de observación. Desde esta perspectiva un índice de precios presupone una distribución aleatoria de precios relativos alrededor de su media [1]. En consecuencia, Edgeworth opta por un promedio no ponderado de cocientes de precios, concretamente una media geométrica. Esta concepción probabilística de los índices de precios fue criticada por Keynes y Marshall. El primero defendió una concepción agregativa de los números índices que en la práctica se corresponde con algún tipo de media ponderada (KEYNES, 1930). El poder adquisitivo del dinero no es un concepto genérico, sino que hace referencia a la capacidad para adquirir el conjunto de bienes y servicios que consume un determinado grupo de individuos en unas circunstancias dadas. Si mediante un índice de precios pretendemos medir el poder adquisitivo del dinero, tendremos que utilizar una media de los precios de los distintos bienes, donde cada uno de ellos pondere según su importancia en la cesta de consumo representativa.

Un índice complejo de precios ponderado puede entenderse como algún tipo de promedio de los diferentes índices de precios simples, en donde cada uno de estos pondera según la importancia relativa de las transacciones realizadas. Como en un índice temporal de precios se comparan distintos períodos de tiempo, hay que determinar qué valor de las transacciones se toma como factor de ponderación. Existen básicamente las siguientes alternativas:

- Tomar como factor de ponderación de cada índice simple el valor de las transacciones realizadas en el período base, es decir $p_{io}.q_{io}$.
- Tomar como ponderación el valor de las transacciones en el período actual, es decir $p_{it}.q_{it}$.
- Utilizar como ponderaciones valores ficticios que combinen los precios del período base con las cantidades del período actual o viceversa, esto es $p_{io}.qit$ o $p_{it}.q_{io}$.

Combinando estos y otros criterios de ponderación menos habituales con las diferentes formas de agregación (media aritmética, media agregativa, media armónica, y media geométrica, entre otras), obtendríamos un conjunto muy numeroso de posibles índices de precios. En su obra «The Making of Index Numbers», IRVING FISHER (1922) hace referencia a 134 fórmulas distintas para calcular números índices. De todas ellas, las utilizadas con mayor frecuencia son las siguientes:

• Índice de Laspeyres (I_L). Es una media aritmética de índices de precios simples que utiliza como ponderaciones el valor de las transacciones realizadas en el período base:

$$I_L = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{p_{it}}{p_{io}} p_{io}q_{io}}{\sum_{i=1}^{n} p_{io}q_{io}}$$

[1] Por esta razón Frisch definió a este enfoque como estocástico o probabilístico.

y operando resulta

$$I_L = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{it} q_{io}}{\sum_{i=1}^{n} p_{io} q_{io}} \qquad (1)$$

Formulando el índice de Laspeyres según la segunda expresión, nos indica que es una media agregativa de precios ponderados por las cantidades del período base.

- Índice de Paasche (I_p). Es también una media aritmética de índices simples, que utiliza como coeficiente de ponderación el valor ficticio de las transacciones efectuadas en el período actual calculado a precios del período base:

$$I_P = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{p_{it}}{p_{io}} p_{io} q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{io} q_{it}}$$

que puede expresarse también como

$$I_P = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{it} q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{io} q_{it}} \qquad (2)$$

La segunda expresión muestra que el índice de Paasche es una media agregativa de precios ponderados por las cantidades del período actual.

- Índice ideal de Fisher (I_F). Es la media geométrica de los índices de precios de Laspeyres y Paasche:

$$I_F = \sqrt{I_L \, . \, I_P}$$

Expresando los índices de Laspeyres y Paasche según las ecuaciones (1) y (2) respectivamente, pueden interpretarse como ratios de valores agregados. El índice de precios de Laspeyres compara el valor o gasto necesario para adquirir la cesta de bienes (q_{10}...q_{no}), mientas el índice de Paasche valora la cesta (q_{1t}...q_{nt}).

2. ENFOQUES ALTERNATIVOS EN LA TEORÍA DE LOS NÚMEROS ÍNDICES.

Puesto que los diferentes índices propuestos difieren en la forma funcional o en la cesta de bienes que valoran, los resultados obtenidos y el comportamiento de cada uno de ellos puede ser muy distinto. Precisamos disponer de algunos criterios que nos permitan seleccionar aquellos índices que midan correctamente el comportamiento de la variable objeto de estudio. En este sentido, existen dos enfoques alternativos en la teoría de los números índices:

• Enfoque axiomático. Los fundamentos teóricos de los números índices se construyen a partir de ciertos postulados o axiomas que se consideran tan generales que todo número índice debe cumplirlos en la práctica. Este enfoque tiene su origen en los trabajos de Fisher, al establecer ciertas condiciones o tests que cualquier número índice debe satisfacer para ser utilizado en el análisis y la política económica.
• Enfoque de la teoría económica. En este enfoque se definen los números índices con referencia a las funciones de utilidad o producción según los casos. Suele citarse como origen de este enfoque el trabajo de KONUS (1924) sobre el verdadero índice del coste de la vida y entre las aportaciones recibidas destacan los nombres de ilustres economistas como Keynes, Frisch, Hicks o Samuelson.

2.1. **El enfoque axiomático de los números índices**

El enfoque axiomático parte de considerar exclusivamente los precios y cantidades observados en los períodos de tiempo o situaciones que se quieren comparar. Estos precios y cantidades se suponen variables independientes, a diferencia del enfoque de la teoría económica en el que las cantidades se consideran función de los precios.

Un índice de precios se define como una función de los precios y cantidades observadas que satisface cuatro axiomas básicos:

- Monotonicidad: el índice de precios debe aumentar (disminuir) si alguno de los precios del período corriente aumenta (disminuye), o alguno de los precios del período base disminuye (aumenta).
- Proporcionalidad: si en el período corriente todos los precios aumentan (disminuyen) uniformemente en una determinada proporción, el número índice aumenta (disminuye) en esa misma proporción.
- Dimensionalidad de los precios: si se produce un cambio proporcional en la unidad de cuenta utilizada para medir los precios de los períodos de referencia, el índice permanecerá inalterado.
- Conmensurabilidad de las cantidades: un cambio en la unidad de medida de las cantidades de cualquier bien en todos los períodos de referencia no debe afectar al número índice.

EICHHORN y VOELLER (1983) han comprobado que si un número índice cumple estos cuatro axiomas o condiciones básicas, necesariamente satisface también algunos de los conocidos tests propuestos por Fisher, tales como los de identidad, proporcionalidad débil y valor medio. Sin embargo, la aplicación de estos cuatro axiomas como único criterio de demarcación entre números índices no es muy selectiva, puesto que la mayoría de los números índices comúnmente utilizados los satisfacen. Con objeto de estrechar este campo, se han considerado otras condiciones adicionales que los números índices deben cumplir. La más importante de estas condiciones es el llamado «test del producto».

El test del producto es una versión débil del famoso test de la reversibilidad de factores de Fisher y establece que el producto de un índice de precios y un índice de cantidad (cumpliendo ambos los cuatro axiomas básicos, aunque no tengan necesariamente la misma forma), debe ser igual al índice de valor o gasto. Esta condición tiene aplicaciones muy importantes en el análisis de series temporales, pues de ella se deriva que dividiendo la variación de los valores corrientes por un índice de precios, obtendremos un aceptable índice de cantidades. Esta propiedad es de gran utilidad en la estadística económica, pudiendo obtenerse el deflactor del PIB de forma indirecta dividiendo la suma de valores por un índice de cantidad tipo Laspeyres. En cualquier caso, añadido a la lista de axiomas básicos, el test del producto no consigue restringir apreciablemente el conjunto de números índices ideales desde el punto de vista teórico. Por ello se han discutido otras propiedades o tests que los números índices deberían cumplir, entre ellos el test de la circularidad.

El test de la circularidad se debe a Fisher y ha sido siempre muy controvertido, llegando el propio Fisher a abandonarlo finalmente. La circularidad o transitividad en expresión moderna requiere que:

$$I_A^C = I_A^B \cdot I_B^C$$

donde *A*, *B* y *C* son tres situaciones sucesivas en el tiempo e I_A^B representa un índice de precios en el momento *B* basado en *A*. La transitividad implica que una comparación directa entre las situaciones *A* y *C* nos llevará al mismo resultado que una comparación indirecta entre *A* y *C* vía *B*. Si se añade el test de la circularidad a las condiciones anteriores como prueba adicional, se produce el resultado sorprendente de que ninguno de los números índices habituales cumple todas las condiciones. En efecto, Eichhorn y Voeller han demostrado el «teorema de la no existencia», según el cual no existe ningún posible número índice que satisfaciendo los cuatro axiomas básicos, cumpla simultáneamente los tests del producto y de la circularidad.

En consecuencia, es preciso relegar o soslayar alguna de estas condiciones. Dado el carácter incontrovertido de los cuatro axiomas básicos y la importancia práctica del test del producto, el test de la circularidad ha sido abandonado por la mayoría de los autores como condición exigida a los números índices ideales.

Aunque la ausencia de transitividad puede interpretarse como sintomática de la existencia de cierta inconsistencia lógica en los números índices más utilizados, tales como los de Laspeyres y Paasche, sin embargo la intransitividad no supone en la práctica grandes dificultades. Simplemente implica que con un índice de ponderaciones fijas no puede realizarse una comparación directa entre dos períodos de tiempo distintos del período base. En esos casos, los índices directos deben abandonarse para ser sustituidos por índices indirectos o en cadena.

2.2. El enfoque de la teoría económica

Mientras que el enfoque axiomático se centra en las propiedades que deben cumplir los números índices, de modo que su comportamiento ante ciertas circunstancias sea lógicamente consistente, este enfoque teorético económico se preocupa de la consistencia de estos índices desde el punto de vista de la teoría económica.

Siguiendo la lógica de la teoría económica, los precios y las cantidades no son tratados como variables independientes, sino que las cantidades se suponen función de los precios. De esta forma la información básica para la elaboración de un número índice no son los vectores de precios y cantidades observadas, sino un vector de precios más una relación funcional que conecte las cantidades con los precios en cada una de las situaciones que se comparan. Los parámetros de estas funciones generalmente no se conocen ni es posible su estimación en la mayoría de las situaciones reales, por lo que los números índices teóricos, aunque se definan con precisión, no pueden ser calculados en la práctica salvo supuestos muy restrictivos.

Básicamente existen dos tipos de funciones que permiten relacionar desde un punto de vista teórico precios y cantidades: funciones de utilidad y funciones de producción. Aquí nos centraremos en la discusión de un índice de precios de bienes de consumo, por lo que emplearemos funciones de utilidad [2]. El ejemplo clásico de índice teórico desde el punto de vista económico es el índice del coste de la vida, que POLLAK (1971) define como el cociente de mínimo gasto requerido para situarse en una curva de indiferencia concreta bajo dos regímenes de precios distintos.

En el gráfico n.º 1 se representa el equilibrio de un consumidor concreto en el caso de dos bienes. Si el consumidor pretende obtener el nivel de utilidad U_0 y los precios relativos vienen expresados por la pendiente de la recta de balance *LL*, la combinación elegida sería la *A*, pues es la que supone un nivel de gasto mínimo

$$G_A = p_1^A x_1^A + p_2^A x_2^A$$

[2] El análisis con funciones de producción es casi idéntico, siendo aplicables la mayoría de las conclusiones que obtengamos a este otro caso.

Para otro conjunto de precios relativos, la combinación elegida que reporte al consumidor el mismo nivel de utilidad será distinta. En el gráfico será la combinación B, donde la nueva recta de balance MM con distinta pendiente es tangente a la misma curva de indiferencia. Ahora el gasto mínimo de obtener el nivel de utilidad U_0 será

$$G_B = p_1^B x_1^B + p_2^B x_2^B$$

Comparando estas dos situaciones y tomando la combinación A como inicial, el «verdadero índice del coste de la vida» según la definición anterior de Pollak sería

$$I(U_0) = \frac{G_B}{G_A} = \frac{p_1^B x_1^B + p_2^B x_2^B}{p_1^A x_1^A + p_2^A x_2^A} = \frac{\sum_{n=1}^{2} p_i^B x_i^B}{\sum_{n=1}^{2} p_i^A x_i^A}$$

De este análisis obtenemos las siguientes conclusiones:

- El verdadero problema de los números índices de precios reside en la variación experimentada en los precios relativos.

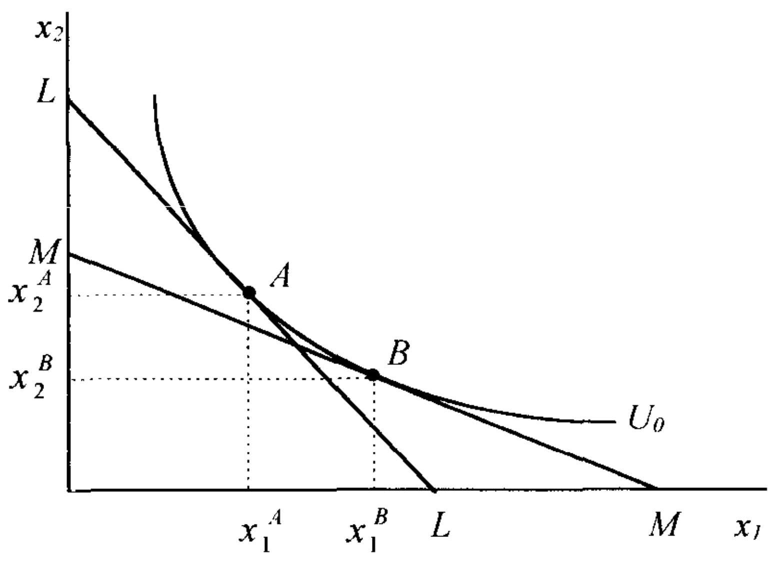

Gráfico n.º 1

- El índice dependerá no solo de los dos vectores de precios (en el período base y en el período actual), sino también del mapa de curvas de indiferencia específico que se utilice, y de la elección de una determinada curva de indiferencia que se toma como base.
- Este índice teórico no puede calcularse directamente, pues no todas las magnitudes son directamente observables. En el gráfico n.º 1 la combinación *B* se ha obtenido ajustando artificialmente el gasto o renta del consumidor hasta que la recta de balance es tangente a la curva de indiferencia U_0 que se toma como referencia. En consecuencia, el problema consiste en definir el índice teórico inobservable a partir de los precios y cantidades observadas.

Sobre el particular existe una amplia literatura enmarcada dentro del ámbito de la teoría del consumidor y de la Economía del Bienestar[3]. En el gráfico n.º 2 partimos de una situación inicial de equilibrio *A*, que le reporta al consumidor el nivel de utilidad U_0. Para simplificar suponemos que se produce un aumento del precio de solo uno de los bienes, x_1. La recta de balance cambiará de pendiente, pasando de *LL* a *LL'*. Ahora la combinación elegida es la *C* y el nivel de utilidad que obtie-

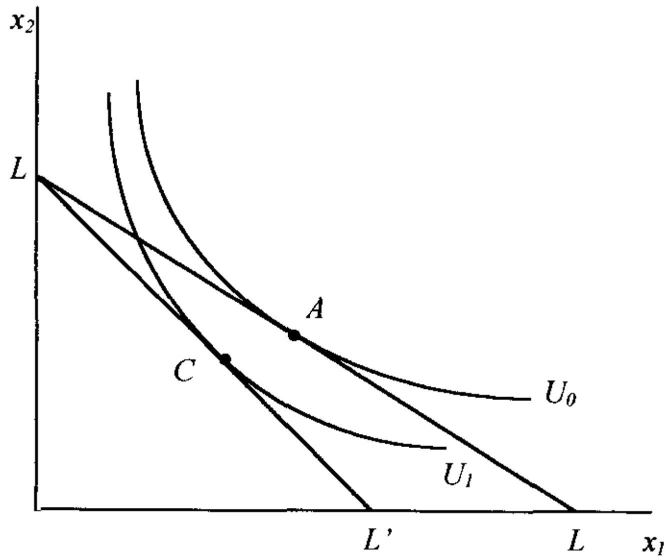

Gráfico n.º 2

[3] Los índices de coste de la vida son una de las posibles alternativas de medición de las variaciones en el bienestar individual, mediante la comparación de la variación experimentada en dicho índice con la variación de la renta del consumidor. Las principales conclusiones pueden encontrarse en FRANK (1992) a nivel intermedio y en SEGURA (1988) a nivel avanzado.

ne el consumidor es U_1. Para calcular el índice de precios teórico no debemos comparar las situaciones *A* y *C*, pues los niveles de utilidad son distintos. Caben dos posibilidades:

• Tomar como referencia la curva de indiferencia U_0. En este caso, para calcular el índice teórico desplazamos paralelamente la recta de balance *LL'* hasta que sea tangente en el punto *B* a la curva de indiferencia U_0 (gráfico n.º 3). De esta forma ajustamos artificialmente (aumentando) la renta o gasto del consumidor. El gasto del consumidor necesario para adquirir la combinación *B* será

$$G_B = \sum_{n=1}^{2} p_i^B x_i^B$$

y el verdadero índice del coste de la vida (tomando como referencia la curva de indiferencia U_0) será

$$I(U_0) = \frac{\sum_{i=1}^{2} p_i^B x_i^B}{\sum_{i=1}^{2} p_i^A x_i^A}$$

Si midiéramos la variación experimentada en el coste de la vida mediante un índice de precios de Laspeyres, teniendo en cuenta que en este caso las pondera-

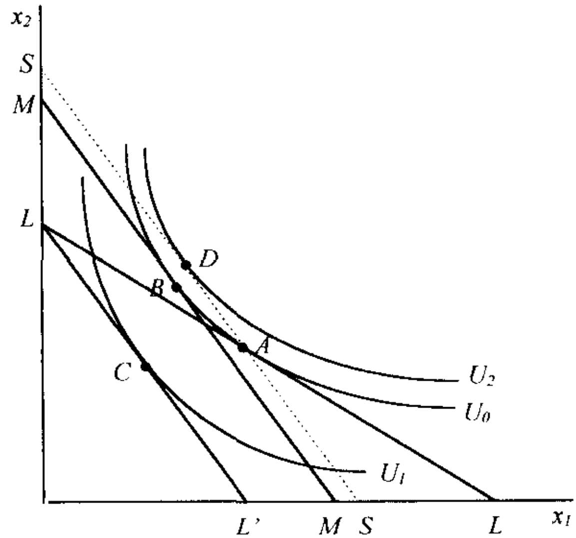

Gráfico n.º 3

ciones de los precios son fijas e iguales a las cantidades de la combinación inicial *A*, ajustaríamos el gasto del consumidor trasladando la recta de balance paralelamente hasta que pase por dicha combinación. El nivel de gasto asociado a la nueva recta de balance es mayor al mínimo gasto necesario para mantener el nivel de utilidad inicial U_0 (*SS* está más alejada del origen que *MM*). El consumidor podrá elegir ahora una combinación como la *D* que le permitirá aumentar su utilidad. Por lo tanto

$$\sum_{i=1}^{2} p_i^B x_i^B < \sum_{i=1}^{2} p_i^B x_i^A$$

de donde se obtiene

$$\frac{\sum_{i=1}^{2} p_i^B x_i^B}{\sum_{i=1}^{2} p_i^A x_i^A} < \frac{\sum_{i=1}^{2} p_i^B x_i^A}{\sum_{i=1}^{2} p_i^A x_i^A}$$

es decir $I\,(U_0) < I_L$. En consecuencia el índice de precios de Laspeyres exagera o sobreestima el verdadero aumento experimentado en el coste de la vida. El sesgo ascendente del índice de precios de Laspeyres es consecuencia de que las ponderaciones o cesta de bienes que utiliza son fijas (x_i^A), no teniendo en cuenta los efectos de sustitución que originan las variaciones de los precios relativos.

• Tomar como referencia la curva de indiferencia U_1. Ahora calculamos el índice teórico desplazando la recta de balance inicial *LL* hasta que sea tangente a dicha curva de indiferencia (gráfico n.º 4). En este caso hemos reducido artificialmente el gasto del consumidor, manteniendo los precios relativos iniciales. Teóricamente las situaciones y gastos asociados que se comparan son *C* y *B*, siendo el verdadero índice del coste de la vida (referido al nivel de utilidad U_1)

$$I(U_1) = \frac{\sum_{i=1}^{2} p_i^C x_i^C}{\sum_{i=1}^{2} p_i^B x_i^B}$$

Si aproximamos este índice mediante un índice tipo Paasche, utilizaremos como ponderaciones las cantidades de bienes de la combinación final *C*. Por tanto, ajustaríamos el gasto trasladando paralelamente la recta de balance *LL* hasta que pase por la combinación *C*. Hemos ajustado el gasto del consumidor reduciéndole, pero no tanto como en el caso del índice teórico (*SS* está mas alejada del origen que *MM*). En consecuencia

$$\sum_{i=1}^{2} p_i^B x_i^B < \sum_{i=1}^{2} p_i^B x_i^C$$

y

$$\frac{\sum_{i=1}^{2} p_i^C x_i^C}{\sum_{i=1}^{2} p_i^B x_i^B} > \frac{\sum_{i=1}^{2} p_i^C x_i^C}{\sum_{n=1}^{2} p_i^B x_i^C}$$

resultando que $I(U_1) > I_P$. El índice de Paasche infravalora el aumento experimentado en el coste de la vida, en el sentido de presentar un sesgo bajista respecto al índice teórico. Como el índice de Laspeyres, utiliza ponderaciones fijas, en este caso x_i^C, que no consideran los efectos sustitución derivados de las variaciones de los precios relativos.

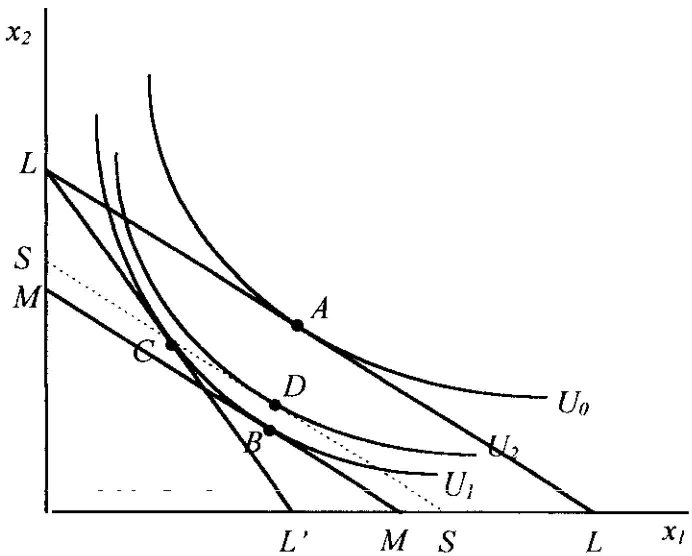

Gráfico n.º 4

Resumiendo el análisis anterior, consideremos dos situaciones observadas *A* y *B* (inicial y final respectivamente), diferenciándose en los precios relativos y con el consumidor en ambos casos maximizando su función de utilidad. En términos generales, existen dos índices teóricos dependiendo de si el índice toma como situación de referencia *A* o *B*, pues pertenecen a curvas de indiferencia distintas. Un índice de precios de Laspeyres proporciona una aproximación sesgada hacia arriba del índice teórico con base en *A*, mientras que el índice de precios de Paasche sería una aproximación por debajo del índice teórico con base en *B*.

A partir de este resultado general y con objeto de acercar los índices obtenidos a partir de datos observados a los índices teóricos, pueden establecerse distintos supuestos sobre la forma de la función de utilidad. Diversos autores demuestran que si las preferencias son homotéticas[4] el índice teórico no depende (es invariante) respecto al nivel de utilidad o curva de indiferencia base y en este caso $I(U_0) = I(U_1)$. La implicación más importante de este resultado es que en caso de preferencias homotéticas los índices de precios de Laspeyres y Paasche proporcionan aproximaciones por arriba y por abajo del mismo índice teórico, pues $I_L > I(U_0)$ y $I(U_1) > I_P$ en cuyo caso podría tomarse algún tipo de media de los dos como la mejor estimación posible del índice teórico. El índice ideal de Fisher (media geométrica de I_L e I_P) es el más conocido de tales índices y SAMUELSON y SWAMY (1974) han demostrado que cualquier media simétrica de los índices de Laspeyres y Paasche se aproximará al índice teórico con una precisión de tercer orden. La mayor precisión se consigue si, dentro del supuesto de preferencias homotéticas, consideramos una función de utilidad de forma cuadrático homogénea. En este caso ya en el año 1925 Buscheguennce demostró que el índice ideal de Fisher es exacto, es decir coincide con el índice teórico (DIEWERT, 1981).

El supuesto de preferencias homotéticas es un caso particular entre una infinidad de posibles formas que no permite una generalización satisfactoria. En este sentido, si bien es plausible la hipótesis de homoteticidad en el caso de las funciones de producción, no parece realista en el modo de comportamiento del consumidor. Como señala POLLACK (1971:114): «*El resultado es importante no porque creamos que los mapas de indiferencia de los consumidores sean homotéticos, sino porque creemos que no lo son*». Ante esta situación se han propuesto otras formas funcionales que no conlleven supuestos tan restrictivos, destacando las aportaciones realizadas por DIEWERT (1976, 1983), quien ha introducido el concepto de «índice superlativo». Un índice de precios superlativo es aquel que es exacto (coincide con su índice teórico) para una forma funcional flexible, que es la que proporciona una aproximación de segundo orden a cualquiera de las funciones de utilidad comúnmente aceptadas. Así el índice ideal de Fisher sería el índice superlativo correspondiente a una determinada forma funcional flexible (función cuadrático homogénea). Otro ejemplo de índice superlativo sería el índice de Tornqvist, que se deriva de una función translogarítmica homogénea y que se define como

$$I_T = \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{P_{it}}{P_{io}} \right)^{\frac{S_{io}+S_{it}}{2}}$$

[4] Las preferencias son homotéticas cuando las pendientes de las curvas de indiferencia (Relación Marginal de Sustitución entre bienes) son iguales a lo largo de cualquier línea recta que parta del origen, lo que significa que si la renta o gasto del consumidor varía en una determinada proporción, cada uno de los bienes de la cesta elegida varía en esa misma proporción. Una función de utilidad tipo Cobb-Douglas es el caso más conocido.

siendo s_{io} y s_{it} la participación del bien *i* en el gasto de los períodos *o* y *t* respectivamente.

3. ÍNDICES DE PRECIOS EN CADENA

Dadas las limitaciones que presentan los índices de precios de ponderaciones fijas, una linea de investigación alternativa ha dirigido su atención hacia los llamados «índices en cadena». La propiedad de circularidad permite construir estos índices a partir de cualquiera de los índices de ponderaciones fijas o «directos» y concretamente los de Laspeyres y Paasche. En los índices en cadena, se calcula un índice con base en el período anterior por cada uno de los períodos considerados. Directamente solo permiten comparaciones entre dos períodos consecutivos (que expresan la variación porcentual de los precios en cada período), pero mediante la aplicación de la propiedad circular pueden construirse series de índices de precios referidos al período base inicial, teniendo en cuenta que

$$I_t^{t+2} = I_t^{t+1} \cdot I_{t+1}^{t+2}$$

donde la variación de los precios en el período (*t*, *t*+2) se obtiene mediante el producto del valor del índice en el período *t*+1 con base en *t* y el valor del índice en el período *t*+2 con base en *t*+1. A pesar de presentar el inconveniente de ser dependientes de la senda temporal que sigan los precios relativos, existe un creciente interés teórico por los índices en cadena, pues en principio y en ciertos casos podrían reducir el diferencial entre los valores de los índices directos de Laspeyres y Paasche y sus correspondientes índices teóricos, de modo que constituyan una mejor aproximación al verdadero índice de precios. Sin embargo no se conocen todavía muchas de sus propiedades y forma de comportamiento. Desde el punto de vista axiomático, el resultado más destacado y criticable es que el índice en cadena no vuelve a su valor inicial cuando todos los precios vuelven a su situación inicial, no cumpliendo el axioma de proporcionalidad.

SZULC (1983) ha analizado el comportamiento de estos índices en dos situaciones extremas opuestas. Si las variaciones de los precios relativos son suaves a lo largo del período considerado, de modo que los precios relativos se mueven gradualmente sin grandes oscilaciones hasta llegar a su posición final, el índice en cadena de Laspeyres toma un valor inferior al índice directo, mientras que el índice en cadena de Paasche se sitúa por encima de su correspondiente índice directo. Por el contrario, si los precios relativos tienden a oscilar adaptándose a su posición final mediante desviaciones positivas y negativas significativas, el índice en cadena de Laspeyres tiende a exceder a su índice directo, y el índice en cadena de Paasche toma valores inferiores a su respectivo índice directo. En el primer caso los índices en cadena nos acercarán a los índices de precios teóricos, estando justificada su utilización, mientras que en el segundo nos alejarían, siendo entonces preferibles los índices directos. Frente a estos resultados HILL (1988) estudia el comportamiento de los índices en cadena centrándose en la magnitud de la variación final experimentada por los precios relativos, en lugar de la forma de la trayectoria temporal, llegando a la conclusión de que los índices en cadena se alejan de los índices teóricos cuando los precios relativos no han experimentado grandes variaciones en las dos situaciones que se comparan, mientras que el diferencial disminuye cuando los precios relativos han variado significativamente, haciendo aconsejable en este último caso la utilización como ligazón de una situación intermedia entre ambas. Las conclusiones de Szulc y Hill pueden ser en algunos casos contradictorias y en otros compatibles. Consideremos la situación en que los precios relativos, tras las variaciones iniciales, vuelven a su posición inicial. Según el análisis de Hill serán preferibles los índices directos de ponderaciones fijas. Sin embargo, en este caso la trayectoria de los precios relativos seguramente presentará fuertes oscilaciones, por lo que según el análisis de Szulc serán preferibles los índices en cadena. Por el contrario, las conclusiones de estos autores serán compatibles cuando los precios relativos de las situaciones comparadas difieran significativamente y los precios y cantidades se muevan hacia la nueva posición de forma suave, sin grandes oscilaciones, siendo entonces aconsejables los índices en cadena. La limitación de las ventajas de los índices en cadena a esta última situación especial hace que en la práctica su utilización no esté muy generalizada. Para que esto último sucediera, sería preciso un conocimiento más profundo de las propiedades y comportamiento de los índices en cadena, siendo una de las cuestiones que centran actualmente la atención de las investigaciones en el campo de la estadística.

4. RESUMEN Y CONCLUSIONES

Aunque gran parte de los avances en el campo de los números índices se ha producido a partir de la década de los setenta, el interés teórico por éstos tiene una larga tradición histórica, que se remonta al siglo pasado y en el que han intervenido ilustres estadísticos y economistas. En gran medida la discusión ha girado entorno al índice del coste de la vida o índice de precios al consumo, pero la gran mayoría de las conclusiones son trasladables al análisis de cualquier otro índice de precios.

El problema de los número índices surge de la necesidad de medir o cuantificar la evolución en el tiempo (en el caso de índices temporales) de una magnitud compleja y no observable directamente. Ello plantea la cuestión de definir la forma de la función que pretende condensar o resumir en una sola magnitud las variaciones que experimenten los precios de los bienes individuales. En definitiva, decidir qué tipo de promedio y qué clase de ponderaciones se van a utilizar. Las posibilidades de elección son muy diversas y ya en 1922 Irving Fisher se refería a 134 índices distintos.

El desarrollo teórico de los números índices se ha producido a través de dos vías o enfoques: el enfoque axiomático y el enfoque de la teoría económica.

Desde el punto de vista axiomático, se trata de establecer las propiedades o condiciones que todo número índice debe cumplir, de modo que su comportamiento sea lógico y coherente con el de las variables individuales que lo integran. Entre estas condiciones se encuentran los famosos «test o pruebas de Fisher», que en las últimas décadas han sido reordenados y sintetizados de diferentes formas. Modernamente, siguiendo la terminología de Eichhorn y Voeller, se han establecido como «axiomas básicos» las propiedades de monotricidad, proporcionalidad, dimensionalidad y conmensurabilidad, a las que se añaden adicionalmente el test del producto y la propiedad de circularidad o transitividad. Desde el punto de vista de la teoría económica, el análisis se centra en determinar que tipos de índices de precios reflejan el verdadero índice del coste de la vida, índice teórico no observable directamente. En este análisis los precios y cantidades que entran a formar parte del índice de precios no se consideran vectores independientes, sino que se establece algún tipo de relación funcional entre ellos, a través de las funciones de utilidad y producción, según los casos. Este enfoque resalta además la importancia de las variaciones en los precios relativos.

El objetivo que persiguen ambos enfoques es establecer los criterios de demarcación que permitan seleccionar el índice o los índices «ideales», entre la multitud de posibles formas funcionales. En definitiva obtener un índice de precios «óptimo». Sin embargo, los resultados y conclusiones que se derivan del análisis teórico son en cierto modo decepcionantes. Desde el punto de vista axiomático, no existe ningún índice que pueda cumplir todas las condiciones establecidas, de forma que hay que prescindir de alguna de ellas, y en concreto de la propiedad de circularidad. Por su parte, en el enfoque de la teoría económica resalta el hecho de que ninguno de los índice de precios habitualmente utilizados en la elaboración de las Cuentas Nacionales refleja con exactitud el verdadero índice del coste de la vida. Concretamente los índices de precios tipo Laspeyres sobreestiman las variaciones en el coste de la vida, mientras que los índices del tipo Paasche las infravaloran. La razón es que ambos utilizan ponderaciones fijas, no teniendo en cuenta los efectos sustitución.

En consecuencia, los índices de precios habituales son «subóptimos» desde el punto de vista teórico, por lo que en la práctica la elección de un índice de precios se basa con frecuencia en motivos de sencillez y economicidad en su elaboración. Así, el índice de precios más empleado es el índice de Laspeyres, pues utiliza siempre las ponderaciones del período inicial que se toma como base, mientras que en el índice de precios de Paasche es necesario utilizar en cada período un sistema de ponderaciones distinto. Para evitar que con el paso del tiempo el índice de Laspeyres se desvíe progresivamente del índice teórico caben dos soluciones prácticas:

- Actualizar cada cierto tiempo las ponderaciones, como ocurre con la cesta de bienes del IPC, que se actualiza en base a los resultados de las encuestas de presupuestos familiares.

- Utilizar los llamados índices en cadena, donde las ponderaciones son variables, y los valores del índice entre dos situaciones alejadas en el tiempo se obtienen de la comparación indirecta a través de situaciones intermedias.

Esta última solución está poco extendida dentro de las estadísticas oficiales. Según la Organización Internacional del Trabajo, a finales de los años ochenta solo 8 de los 161 índices de precios al consumo elaborados por 149 países eran índices en cadena (ILO, 1987), y desde entonces la situación no ha variado sensiblemente. Entre las razones se encuentra su relativo desconocimiento desde el punto de vista teórico y el hecho de necesitar información sobre precios y cantidades en todos los períodos, lo que en la práctica aumenta el coste y el tiempo de elaboración.

BIBLIOGRAFÍA

BOWLEY, A. L. (1926): *Elements of Statistics.* Macmillan, Londres.
DIEWERT, W. E.(1976): «Exact and superlative index numbers». *Journal of Econometrics,* 4 (115-45).
— (1981): «The Economic Theory of Index Numbers: a Survey», en Deaton, A. (ed.): *Essays in the Theory and Measurement of Consumer Behaviour in Honour of Sir Richard Stone.* Cambridge University Press, Massachusetts.
— (1983): «The theory of the Cost of Living Index and the Measurement of Welfare Change» en Diewert W.E. y Montmarquette, C.(eds.): *Price Level Measurement.* Minister of Supply and Services, Ottawa.
EDGEWORTH, F. Y. (1925): «The Plurality of Index Numbers». *Economic Journal,* 35 (379-88).
EICHHORN, W. y VOELLER, J. (1983): «Axiomatic Foundation of Price Indexes and Purchasing Power Parities» en Diewert W.E. y Montmarquette, C. (eds.): *Price Level Measurement.* Minister of Suply and Services, Ottawa.
ESCUDER, R. (1987): *Métodos estadísticos aplicados a la economía.* Ariel Economía, Barcelona.
FISHER, I. (1922): *The Making of Index Numbers.* Houghton-Miffin, Boston.
FRANK, R. H. (1992): *Microeconomía y conducta.* McGraw-Hill, Madrid.
FRISH, R. (1936): «The Problem of Index Numbers». *Econometrica,* 4 (1-38).
HILL, P. (1988): «Recent Developments in Index Number Theory and Practice». *OCDE Economic Studies,* 10 (123-48).
ILO (International Labour Office)(1987): *Statistical Sources and Methods. Consumer Price Indeces.* ILO, Genèva.
KEYNES, J. M. (1930): *A Treatise on Money.* Vol. I. Macmillan, London.
KONUS, A. A. (1924): «*The Problem of the True Index of the Cost of Living*». Traducido al inglés en *Econometrica* 7, 1939 (10-29).
POLLAK, R. A. (1971): «*The Theory of the Cost of Living Index*». U. S. Bureau of Labor Statistics. Working paper 11.
SAMUELSON P. A. y SWAMY, S. (1974): «Invariant Economic Index Numbers and Canonical Duality: Survey and Synthesis». *American Economic Review,* September (566-93).

SEGURA, J. (1988): *Análisis microeconómico.* Alianza Universidad, Madrid.
SZULC, B. I. (1983): «Linking Price Index Numbers», en Diewert, W. E. y Montmarquette, C. (eds): *Price Level Measurement.* Minister of Supply and Services, Ottawa.
URIEL, E. y MUÑIZ, M.(1988): *Estadística económica y empresarial.* Editorial AC, Madrid.