Modelos y técnicas de optimización forestal

DR. CONSTANTINO A. AROSA GÓMEZ
Escuela Universitaria de Estudios Empresariales
Departamento de Fundamentos del Análisis Económico
Universidad de Santiago

1. INTRODUCCION

El problema económico tradicional de los recursos renovables del bosque, en especial desde la perspectiva de la rentabilidad, es llegar a determinar los intervalos óptimos de las talas, es decir, hallar la turnicidad óptima. Tema este tan atractivo que ha despertado el interés, la reflexión y el estudio de grandes economistas.

Se trata de realizar un análisis exhaustivo. Se nos plantea todo un conjunto complejo de costes, tipos de productividades, tasas de interés, precios de los bienes y de los servicios, alternativas de producción, incertidumbres, etc. El objetivo va a ser determinar categóricamente un turno de rotación que maximice el valor presente de los ingresos actuales y de los futuros ciclos de tala.

La cuestión más importante desde el punto de vista económico, en la explotación forestal, consiste en saber espaciar las plantaciones y las talas de árboles de tal manera que se maximice el valor capital de la plantación, teniendo en cuenta los precios previstos de la madera, los costes de plantación y de mantenimiento, la productividad, las tasas de crecimiento, el diámetro, la altura de las distintas especies y el tipo de interés del mercado.

También debemos de analizar y cuantificar los riesgos que toda actividad forestal conlleva.

No obstante, todas estas soluciones deben de partir el principio irrenunciable de conservar y mantener, en el tiempo, las distintas masas forestales. Esto es una solución de rendimiento sostenido que se consigue respetando las posibilidades de corta.

Veamos cómo se estiman las talas de una masa forestal de tal forma que nos permita mantener un determinado volumen de arbolado a lo largo del tiempo.

Cuadernos de Estudios Empresariales, nº 6. Servicio de Publicaciones UCM, Madrid 1996.

2. LAS POSIBILIDADES DE CORTA: EL CRECIMIENTO CORRIENTE

Si denominamos como V_m el volumen del crecimiento marginal, que es constante para una masa de árboles ordenada que se regenera mediante cortas anuales sucesivas cada *T* años. Si las cortas se distribuyen cada 1 año, el crecimiento de las masas,

ΔV_t será:

1er año: $\Delta V_1 = V_m \cdot T/T$

2º año: $\Delta V_2 = V_m.(T-1)/T$

3er año: $\Delta V_3 = V_m.(T-2)/T$

T año: $\Delta V_T = V_m \cdot 1/T$

ΔV será igual a la suma de los términos de esta progresión aritmética:

$$\Delta V = \sum_{t=1}^{T} \frac{T-t+1}{T} V_m$$

$$\Delta V = \frac{V_m}{T} \sum_{t=1}^{T} t$$

$$\Delta V = \frac{V_m}{T} \frac{\cancel{T}(t+1)}{2}$$

$$\Delta V = V_m \frac{T+1}{2}$$

Por consiguiente, el crecimiento anual, *VMD,* responderá a:

$$VMD = \frac{\Delta V}{T} = \frac{(T+1)}{2T} V_m$$

Como *(T+1)/2T* es aproximadamente igual a 0,5 para la mayoría de las especies, aunque esta cuantía se modifica en algunas centésimas para árboles de crecimiento rápido y que por tanto poseen una turnicidad alta.

Resulta que la fórmula habitual empleada para determinar las posibilidades de corta, ***(P)***, que es la suma de todas las talas anuales, ***V(T)/T***, más el incremento medio, ***VMD***, que viene a ser aproximadamente igual a la mitad del crecimiento marginal (corriente) esto es:

Posibilidad = V(T)/T + VMD.

Posibilidad $= V(T)/T + V_m/2$

Esta fórmula en la expresión de los ingenieros de montes, toma la siguiente redacción:

$$\boxed{\frac{E}{T}=\frac{C}{2}}$$

en donde:

E: Existencias.

T: Turno

C: Crecimiento marginal (Crecimiento corriente).

P: Posibilidades

Si el monte está ordenado se cumple que las existencias divididas por el turno, ha de ser igual al crecimiento medio, esto es, a la mitad del crecimiento marginal (crecimiento corriente). Es decir:

$$\frac{V(T)}{T}=\frac{Vm}{2}$$

Esto significa,

- **monte joven:** si se cumple que $C/2 > E/T$
- **monte envejecido:** si se cumple que $C/2 < E/T$

Naturalmente, esta gestión ordenada del monte tiene como punto de partida la determinación del turno óptimo. Manteniendo este sistema de ordenación y ajustando las cortas a las posibilidades adecuadas, se consiguen unas existencias y unos flujos de producción forestal continuamente sostenidos en el tiempo, ya que los árboles plantados en un sistema ordenado garantizan la pervivencia de las distintas masas forestales y de las diversas especies que constituyen un bosque.

Bajo estas premisas de mantenimiento de las posibilidades sostenidas en el tiempo del volumen de las masas forestales, existen diversos métodos de gestionar el monte para optimizar el rendimiento del mismo. La elección de uno u otro método está en función de los objetivos perseguidos. La determinación de la turnicidad óptima, ***(T*)***, puede generar ciclos más o menos largos en base a los criterios de rentabilidad, que tengan presente el tipo de interés orientándose a la maximización de la rentabilidad monetaria del bosque o a su rentabilidad social, con arreglo a distintos criterios. Todos ellos son compatibles con el mantenimiento sostenible en el tiempo de las masas forestales si se respetan los turnos de corta anteriormente expuestos. Aceptar el turno, es decir, cortar árboles en el momento adecuado, no es necesariamente una agresión contra las masas forestales contradiciendo una opinión simplista y desafortunada y que desgraciadamente es muy generalizada. La determinación de la turnicidad óptima es cuestión compleja en la que el análisis económico da la oportunidad de superar tópicos y rutinas, basadas en prejuicios perdidos en el tiempo. Determinar de forma científica esta turnicidad es el mejor método de alcanzar los distintos fines que se han marcado como objetivos de una explotación forestal eficiente y moderna.

En los siguientes apartados utilizaremos el análisis económico sobre estas cuestiones, temática en torno a la cual el gran economista P. Samuelson (1976) clarificó de forma muy lúcida, las complejas y densas cuestiones de los distintos modelos de optimización forestal, incluso, desde la pura orientación privada de la rentabilidad monetaria no es sencillo encontrar el método correcto para obtener la maximización que nos planteamos como objetivo. La norma habitual de trabajo de los ingenieros forestales, anterior a la incursión de los economistas en la materia forestal, se fundamentaba en la maximización de la renta bruta anual omitiendo el valor del suelo y el coste de oportunidad financiero que significa no tener presente el tipo de interés.

El modelo de *Martin Faustmann (1849)* tiene presente la maximización del valor capital de la parcela para una sucesión infinita de ciclos productivos. Fue y sigue siendo ésta la aportación más completa y decisiva de lograr los objetivos óptimos de rentabilidad privada.

Posteriormente se propusieron otros criterios, que omiten la incorporación de nuevos ciclos productivos indefinidos a lo largo del tiempo.

Así, se planteó como objetivo la maximización del valor capital o la tasa de rendimiento interno de un ciclo productivo, planteamiento éste diferente del antiguo criterio de los ingenieros forestales de maximizar la renta neta de la plantación forestal.

Pero estos métodos, como probó *P. Samuelson (1976)*, sólo tienen en cuenta el valor del vuelo, no del suelo, omisión importantísima ya que la explotación forestal se desarrolla sobre un recurso natural que es la tierra, cuyo coste de oportunidad, el de su valor en capital, o renta afecta de manera importante a las decisiones sobre la rentabilidad. Los manuales recientes en torno a la ordenación forestal escritos por ingenieros de montes franceses, introducen ya el concepto básico del valor del suelo, pero como un dato más, sin tener en cuenta que ese valor es una de las variables que ha de explicar la Teoría Económica. El modelo de *Faustmann* consigue dar solución a esta problemática. Como prueba *Samuelson,* el precio correcto del suelo forestal, en un mercado competitivo, es aquel que maximiza la renta bajo un régimen de explotación óptimo.

Esta optimización conjunta e inseparable del suelo y del vuelo es la que se alcanza y se define en el modelo de *Faustmann,* a través de esa consideración indefinida de ciclos productivos que en un primer análisis superficial podría considerarse como una entelequia.

3. FUNCION DE CRECIMIENTO. MAXIMIZACION DE LA RENTA BRUTA Y NETA

Estudiaremos previamente la función de producción de una determinada especie forestal que se desarrolla en una estación y en un medio conocidos.

Es decir, vamos a analizar su producción total, su producción media y su producción marginal (crecimiento corriente). La producción total de madera, V_t está definida como: $V_t = V(t)$. La producción media anual (VMD_t) se define como cociente entre la producción total (V_t) dividida por el tiempo (t).

$$VMD_t = Vt/t = VMD\ (t)$$

Obsérvese que la producción media anual corresponde a la pendiente del radio vector de la función del crecimiento total. La producción marginal conocida en el léxico forestal como crecimiento corriente, es la derivada de la producción total.

$$V_{mt} = d\ Vt/dt = V'(t)$$

La función de producción que se representa en esta gráfica está basada en los datos recogidos del ***E. Globulus*** de clase I en la zona costera del Norte de Galicia *(Véase figura nº 1)*

En la literatura y en los trabajos de investigación de los ingenieros y técnicos forestales, este concepto de la maximización del flujo sostenible anual de la producción media del bosque se conoce con el nombre de **maximización de la renta bruta**. En términos de valor monetario, la maximización de la renta bruta equivale a maximizar del valor neto de la madera de un año de madurez, ***T*MD***. Esto es, para un precio de la madera P tendríamos:

$$R_{B_{(+)}} = \max_{T} . P . V(T)/T$$

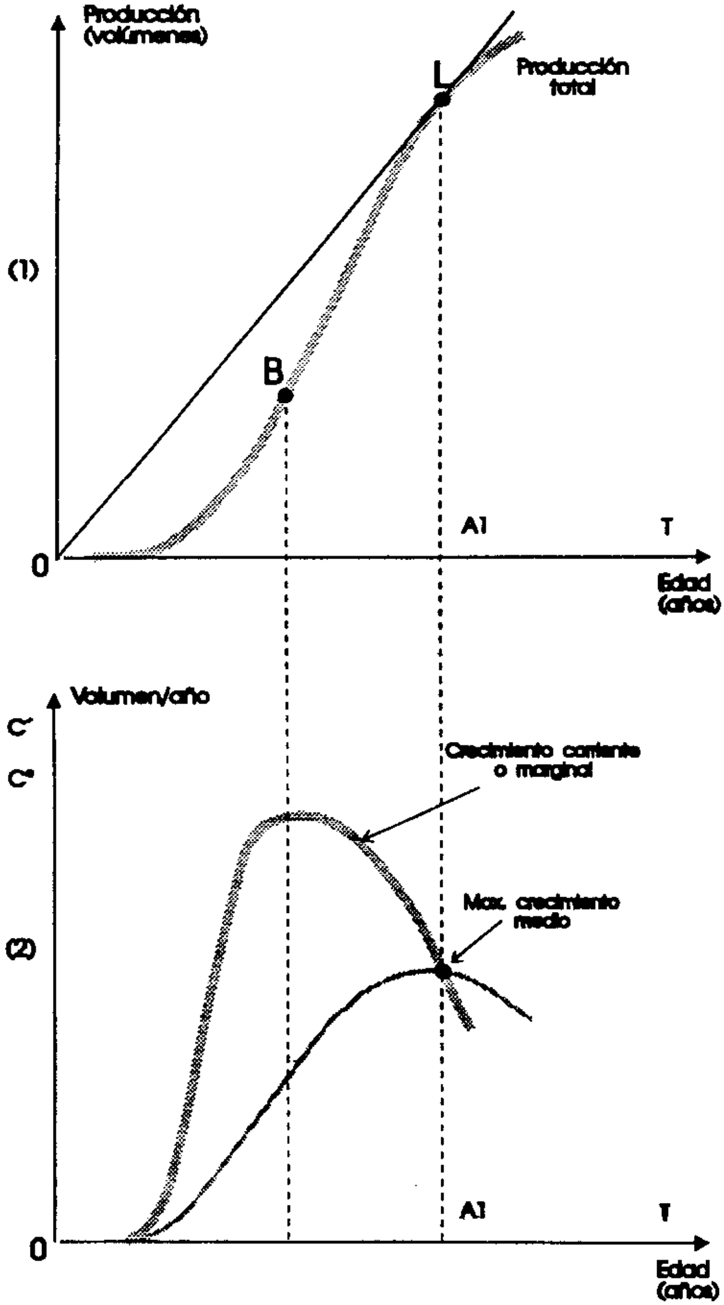


Figura nº 4.1. *Producción Total - Media - Marginal.*

en donde la turnicidad óptima, ***T*MD***, para la maximización de la renta bruta vendría dada por la condición de primer orden de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\frac{d\left(\dfrac{(P.V(T^*_{MD})}{T^*_{MD}}\right)}{dT}=0$$

es decir, tomando el precio como constante:

$$\frac{P.V'(T^*_{MD})T^*_{MD}-P.V(T^*_{MD})}{T^{*^2}_{MD}}=0$$

$$V'(T^*_{MD})T^*_{MD}-V(T^*_{MD})=0$$

$$T^*_{MD}=\frac{V(T^*_{MD})}{V'(T^*_{MD})}$$

condición que coincide con la máxima pendiente del radio vector de la función del volumen total. Máxima pendiente que se alcanza en el punto de tangencia entre el radio vector y la referida curva de volumen total.

La falta de sentido económico de este criterio de la maximización de la renta bruta ha llevado a la práctica forestal a utilizar el planteamiento más razonable y real de la renta neta. Si consideramos: ***C*** costes iniciales de plantación y de adecuación del terreno, la renta neta viene dada por la expresión:

$$R_N=P.V\ (T)/\ T\ -C/T$$

Si analizamos detenidamente esta expresión observamos que carece de sentido económico financiero, puesto que prescinde de las leyes del interés y toma como homogéneas cantidades de dinero con distintos vencimientos en el tiempo.

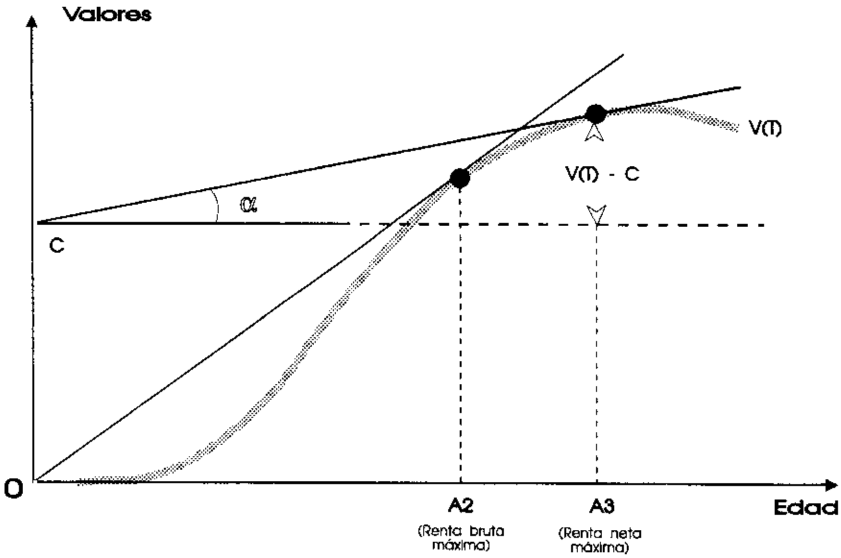


***Figura nº 2.** Representación Gráfica de la Renta Bruta y de la Renta Neta*

Los costes de planificación se realizan en el período inicial y el valor de la madera se ingresa ***T*** años después. No obstante, como aproximación, es válido este planteamiento si los tipos de interés toman valores muy bajos. La significación de este criterio, es alargar el turno con respecto al correspondiente a la maximización de la renta bruta, tal como se representa en la *figura 2.*

$$\max_{T} R_N = \max_{T} (P.V(T)/T - C/T)$$

cuyas condiciones de primer orden proporcionan ahora:

$$\frac{d\left(\frac{(P.V(T)-C)}{T}\right)}{dT}=0$$

$$\frac{P.V'(T^*_{MDR_N})T^*_{(MDR_N)}-(P.V(T^*_{MDR_N})-C)}{(T^*_{MDR_N})^2}=0$$

$$T^*_{MDR_N} = \frac{P.V(T^*_{MDR_N}) - C}{P.V'(T^*_{MDR_N})}$$

$$T^*_{MDR_N} = \frac{V(T^*_{MDR_N})}{V'(T^*_{MDR_N})} - \frac{C}{P.V'(T^*_{MDR_N})}$$

Como puede verse en la figura 2 adicionado en el eje vertical la cuantía de los gastos iniciales generados por la plantación y adecuación del terreno *(C)* la condición de la maximización de la renta anual neta se alcanza en el punto de tangencia del radio del vector, a partir del valor de *C*, con la curva de crecimiento total, mientras que la maximización de la renta bruta se obtiene en el punto de tangencia entre la curva de crecimiento total y el radio vector que parte del origen de ordenadas.

El significado intuitivo de esta condición de renta neta, es buscar aquella edad a la que corresponde la máxima diferencia entre la curva que representa el valor de la madera y la que representa los costes de plantación y de acondicionamiento del terreno.

4. MAXIMIZACION DEL VALOR CAPITAL DE UN UNICO CICLO PRODUCTIVO

El criterio anterior de maximización de la renta neta, aunque supone un avance sobre el planteamiento de la renta bruta, al tener presente los costes de plantación y acondicionamiento del terreno, no es financieramente correcto, en base a que no considera y por tanto, no valora, la diferencia de tiempo existe entre el período de plantación y la época de tala.

Existen dos posibilidades para considerar la influencia del tipo de interés en estos criterios de optimización. El primer planteamiento, que es el que vamos a analizar en este apartado, se refiere a la maximización del valor capital del tipo productivo. El segundo consiste en la maximización de la tasa interna de rendimiento (T.I.R.) que se examinará en el siguiente apartado.

Si consideramos sólo el primer ciclo, prescindiendo de todos aquellos que se iniciarán a continuación, tendremos:

$$K_1 = P.V\ (T)\ e^{-iT} - C$$

el tiempo óptimo de tala sería

$$\max_{T \in R_{(+)}} K = \max_{T \in R_{(+)}} P.V(t) e^{-it} - C$$

y la condición de primer orden sería:

$$\frac{\delta K_t}{\delta T}(T^*)=0$$

$$\frac{\delta}{\delta T}(P.V(T^*)e^{-iT*}-C)=0$$

$$\frac{\delta}{\delta T}(P.V(T^*)e^{-iT*})=P.V'(T^*)e^{-iT*}+P.V(T^*)(-i)e^{-iT*}$$

de donde la condición de primer orden resulta:

$$P.V'(T^*)e^{-iT*}-iP.V(T^*)e^{-iT*}=0$$

$$\boxed{\frac{V'(T^*)}{V(T^*)}=i}$$

El crecimiento relativo de V'(T)/V(T), se representa en la siguiente figura nº 3 en donde se muestra el cociente entre el crecimiento marginal y el volumen total de la masa, representado por la línea curva descendente.

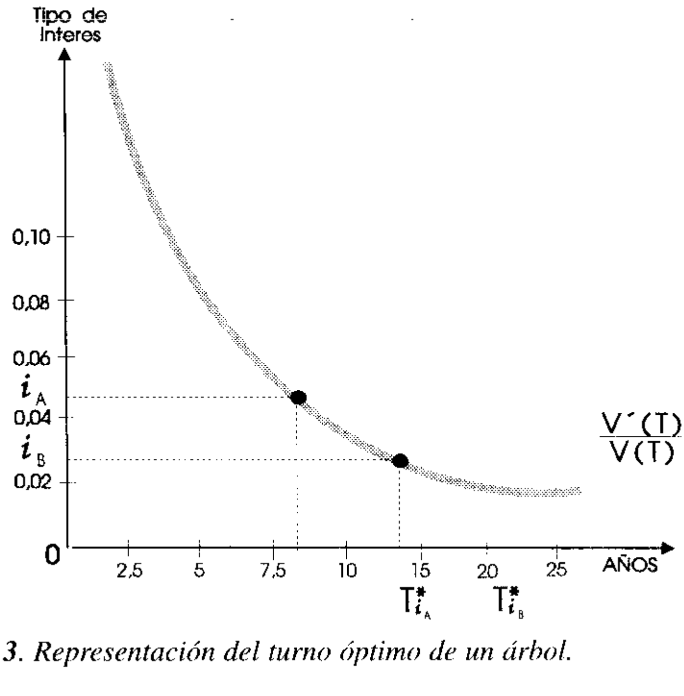


Figura nº 3*. Representación del turno óptimo de un árbol.*

En el eje de ordenadas se consideran los distintos valores del tipo de interés, *(i)*, y la intersección del valor del interés con la línea decreciente que representa el producto marginal relativo del bosque, nos proporciona los períodos óptimos de tala.

Como puede verse en dicha gráfica el incremento de los tipos de interés desde i_B hasta i_A provoca un acortamiento de la turnicidad de $T^*\ i_B$ a $T^*\ i_A$.

Naturalmente, si los precios de la madera, dependen de su diámetro, la simple comparación del cociente entre el coste marginal y el volumen total con el tipo de interés del mercado, no nos proporcionará una aproximación correcta a la maximización del valor capital del ciclo productivo.

La solución correcta, que se contempla en determinados libros de gestión forestal, es relativamente sencilla: si el precio depende del diámetro y éste es una función muy regular del tiempo, según la práctica habitual para los distintos tipos de madera en los mercados, podemos establecer que el precio es una función del tiempo.

En estas condiciones, la determinación correcta del turno óptimo para la maximización del valor capital, de un único ciclo productivo, vendría dado por la condición de primer orden:

$$\frac{\delta}{\delta T}(PV(T^*)e^{-iT*}-C)=0$$

$$P(T^*)V'(T^*)e^{-iT*}+P(T^*)V(T^*)(-i)e^{-iT*}+P'(T^*)V(T^*)(e^{-iT*})=0$$

de donde:

$$iP(T^*)V(T^*)e^{-iT*}=P(T^*)V'(T^*)e^{-iT*}+P'(T^*)V(T^*)(e^{-iT*})$$

$$\boxed{i=\frac{V'(T^*)}{V(T^*)}+P'(T^*)}$$

Esta nueva expresión muestra que para cada tipo de interés, el turno óptimo debe alargarse según el ritmo o tasa de incremento del precio de la madera con el tiempo.

Otra solución alternativa a este problema que nos permite aligerar el proceso analítico de la deducción del turno óptimo, consiste en considerar ***V(T)*** como el valor estimado de la madera en el momento de tala. Con esta solución, se obvia el problema de la dependencia del precio del diámetro de la madera. Ya que no aparece ninguna aportación sustancial a la discusión analítica de los criterios de optimización que se exponen en el presente artículo, en lo que resta del mismo prescindiremos de esta complicación adicional.

5. OPTIMIZACION DE LA TASA DE RENDIMIENTO INTERNO (T.I.R.)

Como es muy conocido, la maximización del valor capital analizada en el apartado anterior, requiere el conocimiento de la tasa de interés de mercado, (r), cuyo valor en tasa instantánea es igual a:

$$i = \ln(1+r)$$

Para obviar esta problemática puede plantearse la maximización del T.I.R. es decir, determinar aquel valor de tipo de interés para el cual el valor capital de la plantación se hace igual a cero.

En consecuencia, como el valor capital viene dado por la expresión siguiente

$$K = P.V(T)\, e^{-iT} - C$$

igualando a cero:

$$0 = P.V(T)\, e^{-iT} - C$$

$$P.V(T)\, e^{-iT} = C$$

$$e^{-iT} = \frac{C}{P.V(T)}$$

$$-\,i\,T = \ln C - \ln\,[P.V(T)]$$

$$i = \frac{\ln[P.V(T)] - \ln C}{T}$$

Por tanto el valor de T^*_{TIR} que maximiza el interés i, deberá de cumplir:

$$\max_{T}\left(\frac{\ln[P.V(T)]-\ln C}{T}\right)$$

Cuya condición de primer orden es:

$$\frac{\left[\frac{1}{P.V(T)}PV'T\right]-[\ln P.V(T)-\ln C]}{T^2}=0$$

$$\frac{V'(T^*_{TIR})}{V(T^*_{TIR})}T^*_{TIR}=\ln[P.V(T^*_{TIR})]-\ln C$$

$$T^*_{TIR}=\frac{(\ln P.V(T^*_{TIR})-\ln C)V(T^*_{TIR})}{V'(T^*_{TIR})}$$

$$T^*_{TIR}=\frac{V(T^*_{TIR})}{V'(T^*_{TIR})}\ln\left(\frac{P.V(T^*_{TIR})}{C}\right)$$

No obstante ese criterio expuesto por *Boulding* (1935) y que ha sido criticado quizás, con excesiva dureza por *Samuelson* (1976) (quién le tilda de objetivo ridículo), tiene el efecto de que sólo considera la maximización de la tasa interna de rendimiento del vuelo, es decir, de la plantación forestal y no del suelo en el que se halla situada, prescindiendo del coste de oportunidad de la renta o valor del suelo forestal, que es necesario para el sostenimiento de la plantación. Dado el planteamiento que realiza *Boulding* podemos afirmar que este criterio no es óptimo.

Este modelo coincidiría con el óptimo si le añadiésemos el coste de oportunidad adicional del valor del suelo, *(V s)*. Aceptada esta premisa el T.I.R. se obtendría al igualarse a cero el valor capital correctamente formulado, es decir, bajo la siguiente expresión:

$$\mathbf{K= P \cdot V(T) \cdot e^{-iT} + Vs \cdot e^{-iT} - C - Vs}$$

$$\mathbf{K= P \cdot V(T) \cdot e^{-iT} - C + Vs \cdot (e^{-iT} - 1)}$$

Igualando a cero el valor capital queda:

$$\mathbf{0=[P \cdot V(T) +Vs] \cdot e^{-iT} - (C + Vs)}$$

$$e^{-iT}=\frac{C+Vs}{PV(T)+Vs}$$

Si tomamos logaritmos neperianos en esta expresión:

$$-iT=\ln (C +Vs) - \ln (PV(T) + Vs)$$

$$i=\frac{\ln[PV(T)+Vs]-\ln(C+Vs)}{T}$$

de manera que, la turnicidad óptima que determina la T.I.R. *(T^{**}_{TIR})* será la que anule la derivada:

$$\frac{di}{dt}=\left[\frac{\ln(PV(T)+Vs)-\ln(C+Vs)}{T}\right]=0$$

$$\frac{\frac{T^{**}_{TIR}}{PV(T^{**}_{TIR})+Vs}PV'(T^{**}_{TIR})-(\ln PV(T^{**}_{TIR})+Vs)+\ln(C+Vs)}{T^{**}_{TIR}}=0$$

$$\frac{PV'(T^{**}_{TIR})T^{**}_{TIR}}{PV(T^{**}_{TIR})+Vs}=\ln[PV'(T^{**}_{TIR})+Vs]-\ln(C+Vs)$$

$$T^{**}_{TIR}=\frac{[PV(T^{**}_{TIR})+Vs]\ln[PV(T^{**}_{TIR})+Vs]-\ln(C+Vs)}{PV'(T^{**}_{TIR})}$$

Esta tasa de rendimiento interno, adecuadamente calculada, al incluir el coste de oportunidad del valor del suelo, nos proporciona el turno óptimo desde la perspectiva de la rentabilidad privada. No obstante, la expresión anterior actualmente aceptada como la más correcta por los ingenieros forestales franceses, *Dubourdeu* (1989), sigue sin explicar los factores determinantes del valor del suelo. Tema éste al que obviamente, no puede renunciar la Teoría Económica.

6. RENTA DE LA TIERRA Y OPTIMIZACION DEL RENDIMIENTO FORESTAL

Si desde la perspectiva de la práctica habitual es frecuente tomar el valor del suelo como dado, no ocurre así con el especialista en Teoría Económica. Uno de los desafíos importantes de la Teoría Económica consiste, precisamente, en explicar los factores condicionantes del valor del suelo y la renta de las parcelas forestales. Este planteamiento, no es únicamente un objetivo teórico, sino que también tiene una importancia práctica, puesto que permite estimar las tendencias de los precios del suelo forestal que pueden resultar modificadas como consecuencia de los cambios en los métodos de exportación y de la introducción y difusión de nuevas especies forestales.

El punto de partida de la teoría del valor del suelo es el concepto de renta diferencial de la tierra, descubierto y enunciado de forma independiente y simultánea por *Torrens, Malthus* y *West.* La teoría, empleada por David Ricardo (1817) en su magistral discusión sobre los efectos de la liberalización de las importaciones de grano sobre la tasa de beneficio del comercio, de las manufacturas y, en general, de todo el sistema económico y de sus potenciales de crecimiento, se ha denominado desde entonces "renta ricardiana de la tierra:"

Como es bien conocido, en el equilibrio a largo plazo, el precio de los distintos artículos y mercancías producidas viene dado por la recuperación del coste adelantado, en el proceso de producción, mas el porcentaje normal de beneficios sobre esos valores adelantados, que en el equilibrio a largo plazo, en un sistema competitivo, tenderá a aproximarse al tipo de interés del mercado, incrementado con la habitual prima de riesgo empresarial.

En este equilibrio competitivo, las diferentes mercancías y artículos, desde la perspectiva clásica ricardiana, podrían producirse en las cantidades necesarias, siempre que el producto se venda al "precio natural" o "precio de producción", que permita recuperar las inversiones realizadas en el proceso productivo, los salarios pagados a su tasa normal y obtener un margen adecuado de beneficios.

En consecuencia de lo expuesto, el precio de la madera y de los productos forestales, vendrá determinado por el precio de producción en las tierras y en las condiciones de peor calidad y baja productividad, que serán las que regulen y determinen el precio del mercado de la madera. Precio éste que será suficiente para sufragar los insumos productivos, el trabajo a su tasa de salario normal y la percepción de un beneficio habitual. Por tanto, la renta de las tierras forestales no interviene en el proceso de determinación de los precios de la madera. Excepción hecha de aquellos pagos que retribuyan los fondos de capital fijo acumulados en la tierra en cuyo caso tendrían la misma naturaleza que un interés o un beneficio normal sobre ese capital, aunque al estar "sumergidos" en la parcela se hacen relativamente inmóviles y se asemejan también a las rentas.

La renta de la tierra o renta forestal, sería el plus de ingresos, que el propietario de las parcelas forestales más productivas, obtiene, una vez cubiertos los costes y el beneficio normal de la explotación, como prima por la fertilidad de la parcela de su propiedad.

En las tierras infra-marginales, los costes de explotación forestal y el margen normal de beneficios, no se podrán cubrir con la renta de los productos de la madera y, por tanto, estos montes no traspasarán el umbral de rentabilidad. Ello significa, que requerirán de forma continuada de la actuación de la Administración Pública.

Cualquier criterio de optimización, no puede aplicarse sin un estudio cuidadoso de todas las variables. Es imprescindible, para la determinación del turno óptimo, la consideración del coste de oportunidad de la tierra y también del capital fijo invertido en la misma, que al margen de la fina distinción ricardiana, debe de tener la consideración de renta, ya que se trata de la retribución de un activo específico sumergido en la propia tierra y que carece de valor fuera de la misma (vallas, caminos, etc). En consecuencia, el problema de la maximización de la rentabilidad privada de una explotación forestal debe de considerar el coste o valor de la tierra. Esta renta es la que retribuye las capacidades productivas del suelo y del capital invertido en el mismo, a lo largo de una sucesión de ciclos productivos. Puesto que la renta retribuye estas facultades productivas indestructibles o muy duraderas de las tierras supramarginales.

Desde la perspectiva del propietario de la explotación forestal, se tratará de lograr un turno óptimo de tala ***(T*)*** que haga máximo el valor de la tierra o la sucesión continuada de rentas que pueda generar la misma.

Esto es la renta a percibir en una sucesión continuada de ciclos productivos, $\boldsymbol{R^{\infty}}$, cuya capitalización se obtiene dividendo por el inverso del tipo de interés, es decir: $\boldsymbol{R^{\infty}/r}$

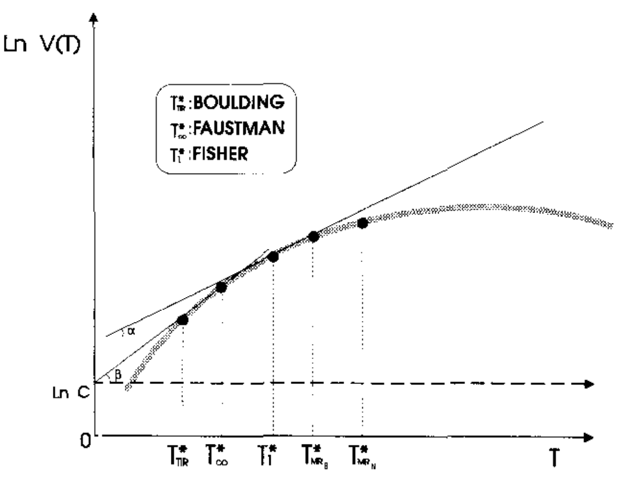
No obstante, en tal maximización, debe de introducirse la restricción siguiente: en cada ciclo productivo, la diferencia entre el valor descontando de los ingresos de la explotación forestal (al tipo de interés de capitalización), los valores descontados de los costes de producción, salarios y las propias rentas de la tierra, han de alcanzar un valor máximo igual a cero. En consecuencia, el problema de la optimización del propietario forestal será:

$$\max_{T} R_{\infty} \qquad \text{Sujeto a:} \qquad \max_{T}\left[PV(T)e^{-iT} - C - R\int_{0}^{T} e^{-iT}dT\right] = 0$$

Restricción que recoge la condición de que en concepto de explotación forestal se obtendrá lo necesario para hacer frente a los costes *(C)*, las rentas de la tierra **(R)** y el margen normal de interés *(r)*, cuyo valor instantáneo es ***i= ln(1+r)***. Esto significa, igualar a cero el valor capital, en cada ciclo productivo. La optimización de esta expresión, para toda la sucesión de ciclos productivos, de los que surge la renta de la explotación forestal, viene dada por el criterio de turnicidad óptima, $T^{*}/^{\infty}$, que ha de satisfacer:

$$PV(T^{*}_{\infty})e^{-iT^{*}_{\infty}} - C - \frac{R_{\infty}(1-e^{-iT^{*}_{\infty}})}{i} = 0$$

La relación entre los períodos de tala óptima y turnicidad óptima para la maximización del valor forestal analizada por *Samuelson* se muestra en la *Figura nº 4.* Puede apreciarse en ella que usando el tipo de interés de mercado para el factor descuento, economistas como *Von Thunen* e *Irvin Fisher* (1930) propusieron la maximización del valor capital de un ciclo productivo y este planteamiento proporcionaría que la edad óptima de tala tomase el valor de *(T^{*}_{I})*, que resulta excesivamente larga, puesto que pospone, de forma no óptima, la percepción de los rendimientos de los posteriores ciclos productivos. Otros economistas como Boulding (1935) propusieron la maximización de la tasa interna de rendimiento para un único ciclo productivo, lo que significa que el turno tomaría el valor *(T^{*}_{TIR})*.



Fuente: Samuelson 1976

Figura nº 4. *Turnicidades óptimas según Boulding, Faustmann y Fisher.*

Este criterio de optimización no toma en cuenta el valor del suelo y de la renta de las parcelas forestales resultando excesivamente corto, en aquellas ocasiones en las que el tipo interés significativamente distinto de cero. Sólo cuando el tipo de interés tiende a cero estos dos criterios y el de la maximización de la renta se hacen coincidentes.

En consecuencia, el criterio correcto para la maximización de la rentabilidad privada de una explotación forestal es el propuesto por *Faustmann* que maximiza el valor presente descontando sobre una finalidad de ciclos productivos ***(T^*_∞)*** que se sitúa entre los turnos de tala obtenidos por *Boulding* y *Fisher*, el criterio de *Faustmann* maximiza la renta de la tierra en una situación de equilibrio a largo plazo del bosque de acuerdo con las características de optimalidad del equilibrio competitivo. Si el tipo de interés tiende a cero, este criterio de *Faustmann* coincide con el criterio de maximización de la renta neta. Esta relación entre las edades óptimas puede apreciarse en la *Figura nº 4*, donde el eje vertical representa el neperiano del volumen de la madera, de tal forma que la pendiente de la curva de trazo grueso indica el rendimiento marginal relativo del bosque:

$$\frac{d(lnT)}{T} = \frac{V'(T)}{V(T)}$$

y en consecuencia cuando esta pendiente se iguala con el tipo de interés instantáneo ***(i)*** se obtiene el máximo del valor capital de un ciclo productivo, T_I^*, cuando la tg α = i, que corresponde con el criterio de Fisher. La pendiente máxima del radio vector que parte del punto ***ln C, tangente*** β, recoge el máximo de la tasa interna de rendimiento:

$$\max_T \frac{\ln PV(T) - lnC}{T}$$

que se alcanza en el punto $T^*_{T.I.R.}$ punto en el que el radio vector es tangente a la curva del valor logarítmico de la madera. Este criterio, como se puede observar en el gráfico citado, resulta excesivamente corto con respecto al óptimo de *M. Faustmann, (T^*)* como consecuencia de no considerar la renta del suelo. A su vez, el ciclo definido por *Fisher* resulta excesivamente largo puesto que no tiene en cuenta la postposición de los rendimientos de los futuros ciclos productivos. Las turnicidades más largas son los resultados de la maximización de la renta bruta y de la renta neta, produciéndose una aproximación del turno óptimo de *Faustmann*, al más largo del máximo del rendimiento neto conforme se reduce el tipo de interés y en el límite si $i \to 0$, entonces $T^* \to T^*_{M.R.N}$

A continuación en el próximo apartado analizaremos las condiciones de optimimización con arreglo a los criterios de *Faustmann* que es modelo auténticamente correcto y que permite exponer un argumento adecuado para considerar la relación entre el valor del suelo y el del vuelo.

7. MAXIMIZACION DEL VALOR CAPITAL DE UNA EXPLOTACION FORESTAL

El objetivo principal de esta perspectiva consiste en determinar la turnicidad óptima, es decir, el tiempo óptimo de tala de las distintas especies de madera de forma que se maximice el valor descontado de los flujos de ingresos y gastos esperados de la plantación.

Este es el problema troncal analizado por *M. Faustmann* en 1849. Este modelo de *M. Faustmann* ha estado presente de una forma o de otra en las discusiones y trabajos de economía forestal y, como ha subrayado *P.A. Samuelson* (1976), es equivalente a las soluciones y a la eficiencia característica de los mercados competitivos.

En su versión más simple, el modelo de *M. Faustmann* considera una parcela o una explotación forestal ideal. En ella se realizan inicialmente unos costes de plantación y de acondicionamiento, **"C"**, con el objetivo de obtener, al cabo de un determinado período de tiempo **"T"**, un valor de venta de madera, **"PV (T)"**, que va a depender de los precios, **"P"**, y de la función de crecimiento de las distintas especies forestales, **"V (T)"**. Una vez realizada la tala inicial en el momento **"T"** se comenzará un nuevo ciclo de plantación, crecimiento y tala que se repetirá indefinidamente a lo largo del tiempo.

El valor actual del primer ciclo de tala con capitalización instantánea viene dado por la expresión:

$$K_1 = P\,V(T)\,e^{-iT} - C$$

donde:

i: Tasa instantánea de interés.

r: Tasa de interés anual en tanto por uno.

T: En años.

de manera que el factor de descuento para **"T"** años resulta e^{-iT}

El valor capitalizado correspondiente al segundo ciclo de tala que se inicia al cabo de **"T"** años viene dado por la expresión:

$$K_2 = P\,V(T)\,e^{-i2T} - C \cdot e^{-iT}$$

$$K_2 = e^{-iT}\,[\,P\,V(T)\,e^{-i2T} - C\,]$$

$$K_2 = e^{-iT} \cdot K_1$$

análogamente, para el tercer ciclo obtendríamos:

$$K_3 = P\,V(T)\,e^{-i3T} - C \cdot e^{-i2T}$$

$$K_3 = e^{-i2T}\,[\,P\,V(T)\,e^{-iT} - C\,]$$

$$K_3 = e^{-i2T} \cdot K_1$$

en general:

$$K_n = e^{-i(n-1)T} \cdot K_1$$

en donde el valor capital de una plantación forestal con un horizonte de **n** ciclos será:

$$K = \sum_{j=1}^{n} K_J$$

$$K = \sum_{j=1}^{n} e^{-i(j-1)T} K_1$$

$$K = K_1 \sum_{j=1}^{n} e^{-i(j-1)T}$$

en donde:

$$K = [PV(T)e^{-iT} - C] \sum_{j=1}^{n} e^{-i(j-1)T}$$

Si consideramos un horizonte temporal indefinido, el valor capital de la plantación, que en un mercado competitivo coincidirá con su valor de venta, resulta:

$$K = [PV(T)e^{-iT} - C] \sum_{j=1}^{\infty} e^{-i(j-1)T}$$

donde la expresión:

$$\sum_{j=1}^{\infty} e^{-i(j-1)T}$$

es una serie convergente, la serie armónica, cuyo valor es:

$$(1 - e^{-iT})^{-1}$$

Dicho en otras palabras, es la "suma" de los términos de una progresión geométrica, cuya razón es $e^{-iT}<1$

Así pues, el valor capitalizado de la explotación viene dado por la expresión

$$(1) \quad \boxed{K=\frac{[PV(T)e^{-iT}-C]}{(1-e^{-iT})}}$$

En esta expresión, el numerador de la fracción representa el valor capital correspondiente al primer ciclo de producción y el denominador recoge el valor asociado a los siguientes ciclos productivos. Nótese que $0<e^{-iT}<1$

por lo que $(1 - e^{-iT})^{-1} > 1$

Consiguientemente, el problema central del modelo de *Faustmann*, consiste en seleccionar el período de rotación o turnicidad óptimo *(T*)*. Para maximizar el valor capital de la tierra de la plantación forestal con la condición de que dicho valor capital máximo ha de ser igual o mayor que cero.

Dados los precios de la madera (P), la función del crecimiento en volumen de los árboles, V(T), y los costes de plantación por unidad de superficie, el problema se reduce a

$$\max_{T\in R_+} K(T)$$

Es decir

$$\max_{T\in R_+} \frac{PV(T)e^{-iT}-C}{(1-e^{-iT})}$$

Las funciones de **V(T)** y e^{-iT} son continuamente diferenciables, los precios de la madera **(P)** y los costes, **C**, de plantación por unidad de superficie para una especie dada, son constantes. De manera que la función **K(T)** es continuamente diferenciable por ser producto y cociente de funciones continuamente diferenciables y no anularse el denominador. En consecuencia la turnicidad óptima **(T*)**, deberá de cumplir la condición de primer orden, condición necesaria para la existencia de un máximo relativo. De tal suerte que la primera derivada parcial de **K** respecto a **(T)** evaluada en **(T*)** deberá ser nula, es decir:

$$\frac{\delta K}{\delta T}(T^*)=0$$

Por consiguiente, derivando:

$$\frac{\delta}{\delta T}\left(\frac{PV(T)e^{-iT}-C}{(1-e^{-iT})}\right)=$$

$$=\left(\frac{[PV'(T)e^{-iT}+PV(T)(-i)e^{-iT}][1-e^{-iT}]-[PV(T)e^{-iT}-C-ie^{-iT}][ei^{-iT}]}{(1-e^{-iT})^2}\right)=$$

$$=\frac{PV'(T)e^{-iT}-iPV(T)e^{-iT}-PV'(T)e^{-i2T}}{(1-e^{-iT})^2}$$

$$\frac{+PV(T)ie^{-i2T}-PV(T)e^{-i2T}i+ie^{-iT}C}{(1-e^{-iT})^2}=$$

$$=\frac{PV'(T)e^{-iT}(1-e^{-iT})-ie^{-iT}[PV(T)-C]}{(1-e^{-iT})^2}$$

expresión que en el óptimo, **T***, debe de igualarse a cero.

Como **1 -** e^{-iT} es siempre mayor que cero para **T** ε $\mathbf{R}_+$ deberá anular al numerador en el turno óptimo por tanto:

$$\mathbf{PV'(T^*)}\ \ e^{-iT^*}\ (\mathbf{1} - e^{-iT^*}\ ) \mathbf{-i}\ e^{-iT^*}\ [\mathbf{PV(T^*) - C}\ ]\mathbf{=0}$$

como e^{-iT^*} es mayor que cero para **T*** ε $\mathbf{R}_+$, resulta que:
ordenando términos queda

$$\mathbf{PV'(T^*)}\ (\ \mathbf{1} - e^{-iT^*})\ \mathbf{-i}\ \ \{\mathbf{PV(T^*) - C}\ ]\mathbf{=0}$$

$$(2) \quad \boxed{\frac{PV'(T^*)}{PV(T^*)-C} = \frac{i}{(1-e^{-iT^*})}}$$

La expresión de la izquierda es la tasa de crecimiento de la madera, es decir, **el producto marginal del bosque** con respecto al tiempo. Al incluir el precio nos da el valor del producto marginal del tiempo, puesto que conforme este crece se incrementan las existencias de madera. El valor de la misma, visto desde otra perspectiva, en términos de oportunidad representa el coste de tala, pues supone renunciar al incremento del valor de las existencias de la madera como consecuencia del crecimiento de los árboles.

Por tanto, el citado cociente representa la tasa relativa de crecimiento del valor neto de la madera en el tiempo. Es decir una función decreciente del tiempo. En el tramo relevante de la función de crecimiento de las distintas especies de árboles, **V(T)**, se ralentiza con la edad, de manera que la proporción

$$\boxed{\frac{V'(T)}{V(T)}}$$

A partir de una **T** suficientemente grande decrece en todas las especies tendiendo a cero. La productividad marginal relativa del bosque, se ofrece en la figura nº 5, según los valores característicos del **E.globulus**, de primera clase

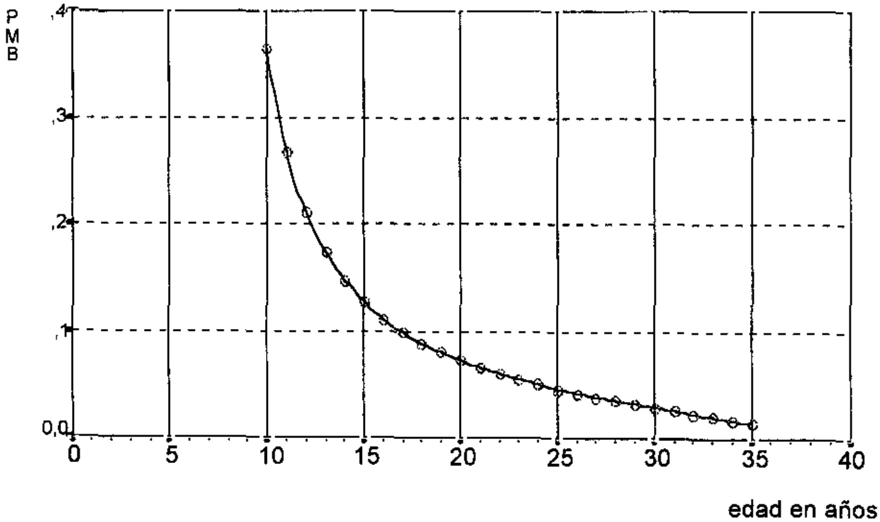


Figura nº 5*. Representación del Producto Marginal del Bosque.*

El segundo término de la ecuación *(2)* posee como numerador la tasa instantánea de descuento, y representa la tasa de variación relativa de los fondos capitalizados.

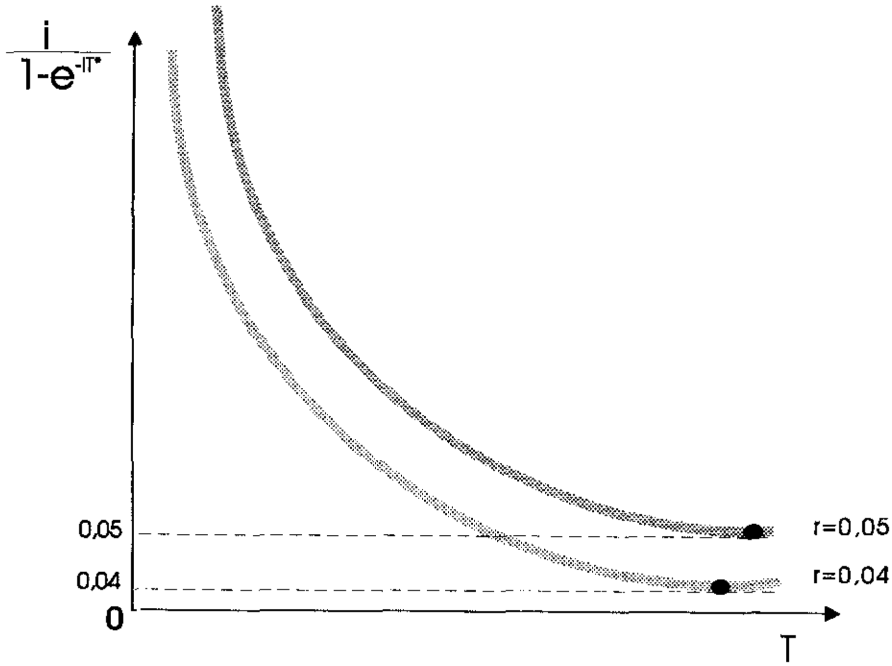


Figura nº 6*. Representación del Rendimiento Financiero Relativo*

Desde la perspectiva del coste de oportunidad, puede entenderse como la renuncia de intereses que implica posponer la tala de madera. El denominador de esta fracción recoge el efecto del coste financiero de posponer las ganancias del interés, en los sucesivos cortes y es decreciente del tiempo de turnicidad **(T)**. En consecuencia, denominamos a este factor ***i/1-e****$^{-iT}$* como **rendimiento financiero relativo** del valor capital, es una función creciente del tipo de interés instantáneo *[i=ln (1+r)]* y decreciente con respecto al tiempo. Su traza se representa en la *figura 6,* para distintos tipos de interés. Las características de equilibrio, según la condición necesaria de primer orden del modelo de *Martin Faustmann,* contenida en la expresión (2) se representa en la siguiente *figura 7,* en la que se determinan las turnicidades óptimas con los datos de la especie ***E. globulus*** para los distintos valores de interés, en donde se aprecia el significado de la turnicidad óptima como: el punto en el que se igualan las ventajas y desventajas adicionales del crecimiento del stock de madera y de la renuncia o postposición de interés.

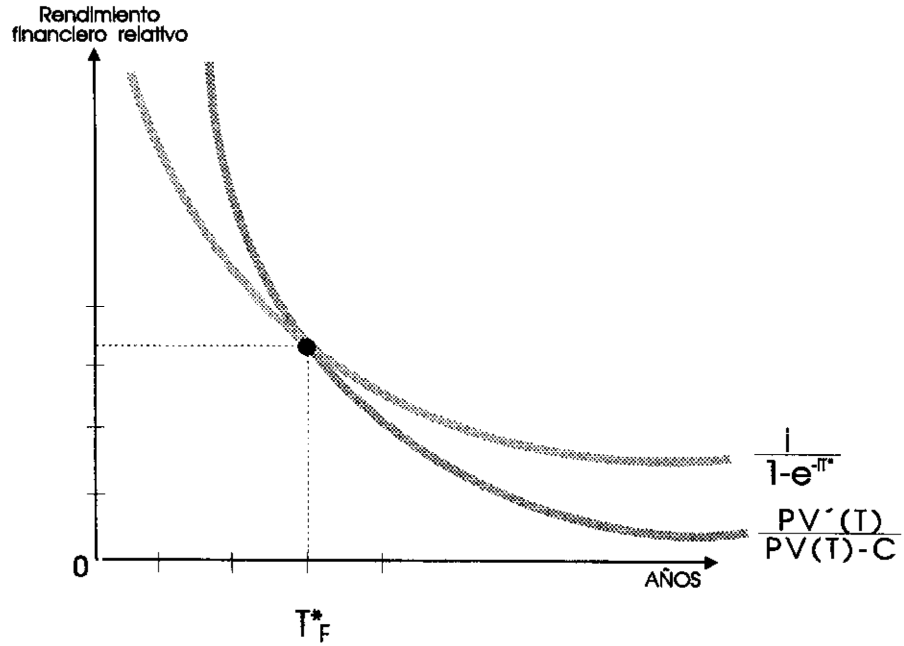


Figura nº 7. *El Turno según el Modelo de M. FAUSTMANN*

8. LAS CONDICIONES DE SEGUNDO ORDEN

Consideremos ahora el cumplimiento de las condiciones de segundo orden para un máximo. En el caso de un solo ciclo productivo, la derivada del valor capital respecto al tiempo, puede formularse de la siguiente manera:

$$\frac{\delta K_1}{\delta T} = PV'(T)e^{-iT} - iPV(T)e^{-iT}$$

$$\frac{\delta K_1}{\delta T} = Pe^{-iT}[V'(T) - iV(T)]$$

$$\frac{\delta K_1}{\delta T} = Pe^{-iT}V(T)\left[\frac{V'(T)}{V(T)} - i\right]$$

El primer factor representa el valor actual de la madera, $V_{am} = Pe^{-iT} V(T)$, el segundo recoge la diferencia entre el producto marginal relativo del bosque y la tasa instantánea de interés que denotaremos:

$$\beta = \frac{V'(T)}{V(T)} - i$$

$\partial K_1 / \partial T$ nos indica el valor marginal neto de prolongar el crecimiento de la plantación, $V_m(T)$, que viene dado por el producto del valor actual de la madera por la diferencia entre la productividad marginal relativa del bosque, y la tasa instantánea de interés, ***i***, es decir:

$$\frac{\delta K_1}{\delta T} = V_m T = V_{am} \beta$$

La condición de segundo orden para un máximo exige que:

$$\frac{\delta^2 K_1}{\delta T^2} < 0 \qquad\qquad \frac{\delta^2 K_1}{\delta T^2} = V_{am} \beta' + \beta V'_{am}$$

como en el turno óptimo, T*, se cumple que:

$$\frac{V'(T^*)}{V(T^*)} = i$$

el valor de ß es nulo. Además como V_{am} es positivo para cualquier explotación rentable, el cumplimiento de las condiciones de segundo orden para un máximo exige que ***ß'*** sea menor que cero en **T***, es decir:

$$\frac{\delta \left[\frac{V'(T)}{V(T)} - i \right]}{\delta T} < 0$$

$$\frac{V''(T)V(T) - V'(T)^2}{V(T)^2} < 0$$

Condición cuyo cumplimiento se comprueba fácilmente, al considerar que en el tramo relevante de edades comprendidas entre el máximo del volumen medio ***(Tmím)*** y en el máximo del volumen total ***(TMáx)*** los crecimientos totales son positivos, los crecimientos corrientes o marginales son también positivos pero crecen a un ritmo decreciente, con lo cual:

V T ε (Tmín Tmáx), V(T)>0, V'(T)>0 y V"(T)<0, se verifica que:

$$\boxed{\frac{\delta^2 K_1}{\delta T^2} < 0}$$

En suma, el cumplimiento de esta condición de segundo orden significa que el producto marginal relativo del bosque debe de cortar a la recta que representa el tipo de interés instantáneo desde arriba hacia abajo. *(Véase gráfica 7)*

Es decir, que para edades superiores al máximo del crecimiento medio, ***(Tmim)*** e inferiores a la del turno óptimo, el producto marginal relativo del bosque a de ser mayor que el tipo de interés.

Si tenemos en cuenta que: $\boldsymbol{i = \ln(1+r)}$

es decir: $\boldsymbol{r = e^i - 1}$

en términos de tipo de interés anual resulta que:

$$\frac{V'(T)}{V(T)} > \ln(1+r)$$

lo que equivale a:

$$e^{\frac{V'(T)}{V(T)}} > (1+r)$$

es decir:

$$\boxed{r < e^{\frac{V'(T)}{V(T)}} - 1}$$

En el caso de la sucesión infinita de ciclos productivos del modelo de Faustmann, la derivada del valor capital de la explotación forestal respecto del tiempo puede formularse:

$$\frac{\delta K}{\delta T} = \left[\frac{PV'(T)}{PV(T)-C} - \frac{i}{(1-e^{-iT})}\right] \frac{e^{-iT}[PV(T)-C]}{(1-e^{-iT})}$$

El primer factor que respetaremos por ß (T) denota la diferencia entre el producto marginal relativo neto del bosque y el rendimiento financiero relativo, es decir la condición de primer orden.

El segundo factor, que denominaremos α *(T)*, es siempre positivo cuando la explotación es rentable. La condición de segundo orden para un máximo exige que:

$$\frac{\delta^2 K}{\delta T^2}<0 \qquad \frac{\delta^2 K}{\delta T^2}=\alpha(T)\beta'(T)+\beta(T)\alpha'(T)$$

En el turno óptimo, T^*_∞ se cumple la condición de primer orden, ß $(T^*_\infty)= 0$ y por consiguiente el signo de la segunda derivada de **K** evaluado en T^*_∞ dependerá del signo de ß' (T^*_∞), puesto que, como ya hemos anticipado, $\alpha (T)>0$ para las explotaciones rentables.

$$\beta'(T)=\frac{\delta}{\delta T}\left[\frac{PV'(T)}{PV(T)-C}-\frac{i}{(1-e^{-iT})}\right]$$

$$\beta'(T)=\frac{\delta}{\delta T}\left[\frac{PV'(T)}{PV(T)-C}\right]-\frac{\delta}{\delta T}\left[\frac{i}{(1-e^{-iT})}\right]$$

Por tanto la condición de segundo orden para la maximización del valor capital de la explotación se cumplirá siempre que:

$$\frac{\delta}{\delta T}\left[\frac{PV'(T)}{PV(T)-C}\right]<\frac{\delta}{\delta T}\left[\frac{i}{(1-e^{-iT})}\right]$$

Esto es, siempre que la pendiente de la curva del producto marginal relativo del bosque, sea menor que la del rendimiento financiero relativo.

En términos de la gráfica 7, esto significa, que la curva del producto marginal del bosque debe de cortar desde arriba hacia abajo a la curva del rendimiento financiero. Nótese, que las pendientes de ambas curvas son negativas y por ello la de menor pendiente, es la de mayor inclinación.

En suma, el significado de la condición de segundo orden es análogo en los dos casos de la maximización del valor capital de un sólo ciclo productivo, que, en es más correcto, de una sucesión infinita de los mismos.

9. CONSIDERACION DE OTROS SERVICIOS ADICIONALES DEL BOSQUE

Puede ocurrir que cumpliendo las condiciones de primero y de segundo orden para la maximización del valor del capital de la plantación, éste fuese negativo para un conjunto importante de tipos de interés y de turnicidades óptimas. En tal caso la explotación no sería rentable y el mantenimiento de las explotaciones exigiría ayudas públicas.

Si la explotación es rentable, tiene un valor capital mayor que cero, en base a ello conviene realizar un aprovechamiento racional utilizando los períodos óptimos de turnicidad. No obstante, si las condiciones de coste y tipo de interés hacen que la explotación de una determinada especie forestal no sea rentable, en este caso, la decisión empresarial dependerá si existe o no un stock de la maderable en el bosque. De no darse esta situación, no se realizará plantación alguna, como es natural. Por otra parte, si existe un stock maderable de especies no rentables, la decisión depende de si estas han alcanzado la edad óptima de corta, **(T_1*)**. Si los árboles han alcanzado ya tal edad, la decisión será cortar ya de inmediato y vender la madera obtenida. Si, por el contrario, las existencias forestales no hubieran alcanzado el período óptimo de tala, la decisión racional sería esperar a que llegase **(T_1*)** para proceder a la tala y venta de la madera con el subsiguiente abandono de la explotación.

Las decisiones sobre el abandono del bosque y corta de los árboles, en base a los criterios de maximización del valor capital de la explotación maderera se ven atenuados, en gran parte, si se consideran los múltiples servicios que se derivan de la existencia de masas forestales de las distintas especies.

Desde una perspectiva pública o social, habría que considerar también el valor medio ambiental de esparcimiento, de ocio y de deporte que proporcionan las distintas especies de árboles que forman los bosques.

Estas reflexiones son objeto de la atención en numerosos modelos forestales. Uno de ellos, el realizado por *Hartmann* en el año 1976 presenta una corrección del modelo de *Martin Faustmann* (1849), introduciendo un flujo de servicios del bosque que puede adaptarse a nuestros propósitos de analizar el comportamiento de los propietarios de tierras aptas para la explotación forestal.

El valor capital de la tierra, si introducimos un flujo de servicios **(St)** para los árboles de edad (T) en cada instante del tiempo, deberá recoger el valor capitalizado en este flujo de servicios, que vendría dado por la expresión:

$$\int_0^t Ste^{-iT}dt$$

Estos servicios desde nuestra perspectiva de explotación privada de los montes, podrían identificarse de los servicios complementarios que el bosque proporcionaba en la antigua agricultura tradicional, tales como servicios de leña, pastoreo, etc, en este contexto de agricultura tradicional, la maximización del valor capital de la tierra implicaba soluciones mucho más conservadoras respecto a las distintas especies forestales y a las masas de árboles, hasta tal punto, que el valor del bosque podría superar, en mucho, el propio valor de su stock maderable.

A estos servicios del bosque se puede agregar también el valor personal que para el propietario poseen los servicios recreativos y del medio ambiente del bosque, si bien esto va a depender de la sensibilidad de los distintos propietarios y el coste de la conservación no podrá recaer, enteramente, sobre los propietarios de las tierras privadas, aún cuando sea una necesidad claramente social y colectiva la protección del medio ambiente.

El valor capital de la tierra, sobre la base de un único ciclo productivo, vendría dado por:

$$K_1 = PV(T_1)e^{-iT_1} + \int_0^t Ste^{-iT}dt - C$$

Que sería el objetivo a maximizar para determinar el período óptimo de la tala de los distintos árboles.

Derivando con respecto a **T**:

$$\frac{\delta K_1}{\delta T} = PV'(T)e^{-iT} + PV(T)(-i)e^{-iT} + Ste^{-iT}$$

y la condición de primer orden igualándola a cero nos proporcionaría:

$$T_1^* = P\, V'\,(T_1^*) - P\, V\,(T_1^*)\; i + St = 0$$

operando se obtiene:

$$\frac{V'(T_1^*)}{V(T_1^*)} + \frac{ST_1^*}{PV(T_1^*)} = i$$

Igualdad esa cuya comparación con la expresión análoga obtenida a través del modelo de *Martin Faustmann* nos muestra un claro alargamiento de la corta, puesto que ahora la tala de los árboles implica el coste adicional de perder los servicios asociados a los árboles adultos cuya edad es **(T*)**.

Este efecto, como se puede ver en la expresión anterior, será tanto mayor cuanto mayor sea la proporción que el flujo de servicios de los árboles representa con respecto al valor de la madera. Igualmente, las condiciones de rentabilidad de la explotación se modifican notablemente, pudiendo ser rentable una explotación forestal cuyo valor de ingresos netos maderables fuese negativa. En efecto, la condición de viabilidad de la explotación o de su umbral de rentabilidad mínima (valor capital igual a cero) viene dado ahora por la expresión:

$$PV(T_1)e^{-iT_1^*}+\int_0^{t_1} Ste^{-iT}dt>C$$

O bien, en términos de valor futuro al cabo de **T**$_1$*, años, toma la siguiente expresión:

$$PV(T_1^*)+\int_0^{t_1} Ste^{i(T_1^*-t)}Ce^{-iT^*}$$

Ello significa que el umbral de viabilidad de las explotaciones forestales se amplía en la medida que el valor capitalizado de los servicios de su arbolado cubra la brecha existente entre los costes de plantación y el valor descontando de sus futuros ingresos por la venta de la madera.

Si tenemos en cuenta que, además de los costes iniciales de plantación, son necesarios unos gastos adicionales de mantenimiento, conservación, limpieza, defensa de plagas, prevención de incendios, etc, el modelo debe incorporar además de los costes iniciales de plantación (**C**) el flujo de los costes de mantenimiento (**Ct**) con lo cual obtendremos la siguiente expresión del valor capital de la tierra:

$$K_1=PV(T_1)e^{-iT_1}+\int_0^{t}(St-Ct)e^{-iT}dt-C$$

donde, derivando respecto a **T**$_1$ e igualando a cero se obtiene el período óptimo de tala, (**T**$_1$*) que verifica la siguiente ecuación:

$$\frac{V'(T_1^*)}{V(T_1^*)}+\frac{ST_1-CT_1^*}{PV(T_1^*)}=i$$

que muestra nítidamente cómo la presencia de los costes de mantenimiento hacen disminuir el período óptimo de tala, minorando el valor neto de los servicios proporcionados por el arbolado.

BIBLIOGRAFIA

ANDERSON, F.J.
(1976) ***"Control Theory and the Optimal Timber Rotation"***. Forest Sci 22.242.246.

AROSA GOMEZ, C.
(1994) ***"Aproximaciones a las condiciones económicas para la producción sostenida de madera en Galicia"***. Seminario de Estudios Gallegos.

ARROW, K.L. and FISHER, A.C.
(1974) ***"Enviromental preservation, uncertainty and inrreversibility"***. Quart J. Econ. 88:312.319.

BARE, B.B. and WAGGNER, T.R.
(1980) ***"Forest Land Values and Return of Investment"***. Forest Sci. 26,91-96.

BARROS, O. and WEINTRAUB, A.
(1982) ***"Planning for a Vertically Integrated Forest Industry"***. Oper.Res 30.1168-1182.

BASO, C.
(1987) **"Actual aprovechamiento del roble de calidad en la República Federal de Alemania"**, I.N.I.A.

BERCK, P.
(1979) ***"The Economics of Timber: A Renewable Resource in the Long Run"***, The Bell Journal of Economics. 10, 447-462.
(1981) ***"Optimal Management of Renewable Resource with Growing Demand and Stock Externalities"***, Journal of Environmental Economics and Managemente. 8, 105-117.

BOULDING, K.E.
(1955) ***"Economic Analysis"***. Harper and Bros., New York.
(1935) ***"The Theory of a single investment"***. Quarterly Journal of Economics. 49, 475-494.

BROCK, W.A. ROTHSCHILD, M.
(1983) ***"Comparative Statics for Multidimensional Optimal Stopping Problems"***. Discussion paner 84-10 Dept. of Economic Univ. of California

BROCK, W.A. ROTHSCHILD, M. and STIGLITZ, J.E.
(1983) **"Stochastic Capital Theory"** SRI Paper. Univ. of Winsconsin Madison.

DUERR, W.A. FEDKIW, J. and GUTTEMBURG, S.
(1956) ***"Financial maturity US Deparment of Agriculture"***. Thechnical Bulletin No 1146

FAUSTMANN, M.
(1849) "On the Determination of the Value which Forest Land and Immature Stands Possess for Foresty" English editión edited dy M. Gane. Oxford Institute Paper 42,1968. entitled ***"Martin Faustmann and the Evolutión fo Discounted Cas Flow"***. which also contains the prior, paper dy E.F. von Ghren.

FISHER, I.

(1906) ***"The Nature of Capital and Income"***. Macmillan. New York.

(1907) ***"The Rate of Interest"***. Macmillan. New York.

(1930) ***"The Teory of Interest"***. Macmillan. New York. Particularly pags. 161-165.

GAFFNEY, M.M

(1960) ***"Concepts of financial maturity of timber and other assets Agricultural"***. Economics Information Series No 62 Raleigh North Carolina State College.

HALKIN, E.J.

(1922) ***"Determination of the annual cut and sustained basis for virgin"***. American forests. Journal of forestry 20,611-25.

HALL, D.O.

(1983) ***"Financial Maturity for Even-Aged and All-Aged Stans"***. Forest Sci 29,833-836.

HAMILTON, S.J. y CHRISTIE, J.M.

(1971) ***"Forest Management Tables (metrics)"***. Forestry comission Bouklet 34, London.

HARTMAN, R.

(1976) ***"The harvesting decision when standing forest has value"***. Econ Inquiry 16:52.58.

HEAPS, T. and NEHER, P.A.

(1979) ***"The economics of forestry when the rate of hervest is constrained"*** Jornal of Enviromental Economics and Management 6, 279-319.

(1981) ***"The Qualitative Theory of Optimal Rotations"***. Can. J. Econ. 14.686.699.

RIITTERS, K.L. BRODIE, J.D. and KAO, C.

(1982) ***"Volume Varsus Value Maximization Illustrated for Douglas Fir with Thinning"***. J. Forestry. 80, 86-89.

ROBINSON GREGORY, G.

(1972) ***"Forest resource economics"***. Ronald Press Company, N.Y.

RORRES, C.

(1978) ***"A Linear Programimg Approach to the Optimal Sustainable Harvesting of a Forest"***. J. Eavir Mang 6, 245-254.

ROUTLEDGE, R.D.

(1980) ***"The Effects of Potential Catastrophic Mortaliry and Other Unpredictable Events Optimal Forest Rotation Policy"***. Forest. Sci 26, 389-399.

SAMUELSON, P.A.

(1937) ***"Some aspects of the pure theory of capital"***. Quarterly Journal of Economics. 51, 469-496. Also reproduced in Stinglitz J.E. ed. Collected Scientific Papers of Paul A. Samuelson. I. pp. 161-188. M.I.T. Press. Cambridge. Mass. 1968.

(1973). ***"Reply on Marxian matters"***. Journal of Economic Theory 11.

(1973). ***"Optimality of Profit-Including Prices Under Ideal Planning"***. Proc. Nat. Acad. Sci USA. 70, 2109-2111.

(1976). ***"Economics of Forestry in an Evolving Society"***. Economic Inquiry 14, 466-492.

SMITH, V.L.
(1968) ***"Economics of production from natural resources".*** American Economic Review. 58,409-431.

STIGLITZ, J.E.
(1988) ***"La economía del sector público"***. Ed. Bosch.

STUARD, T.W. and JOHNSON, K.N.
(1985) FORPLAN Version II: ***"a Tool for Forest Manegement Planning".*** Paper presented at the TIMS/ORSA Conference, Boston. April 1985.

THÜNEN J.H. VON
(1826) ***"The Insolated State Trans and ed Peter Hall"***. London Pergamon Press.

WALTER, G.R.
(1980) ***"Financial Maturity and the Sustainable Yleld Concept".*** Econ Inquiry 18.327-33

WAN, F.Y.M. and ANDERSON, K.
(1983) ***"Optimal Forest Harvesting with Ordered Site Access Stud".***
App. Math 68.189-226.
(1985) Ordered, Site Access and Optimal Forest Rotation Stud. App Math 73-155-175.

ZIVNUSKA, J.A.
(1961) ***"The Multiple Problems of Multiple Use"***. Journal of Forestry. 59, 555-560.