

Predicción del proceso de difusión tecnológica en mercados de redes. Una aplicación empírica al caso de Internet¹

José Ignacio LÓPEZ SÁNCHEZ

Director del Grupo de Investigación de Producción y Tecnologías de la Información
y las Comunicaciones (GIPTIC) de la Universidad Complutense de Madrid.
Departamento de Organización de Empresas. Universidad Complutense de Madrid.
jilopez@ccee.ucm.es

Alejandro ORERO GIMÉNEZ

Director del Grupo de Ingeniería de Organización (GIO) de la Universidad Politécnica de Madrid.
E. T. S. Ingenieros de Telecomunicación. Universidad Politécnica de Madrid.
aorero@gio.etsit.upm.es

José Luis ARROYO BARRIGÜETE

Doctor en Dirección de Empresas y en Ingeniería de Telecomunicación.
Consultor de Estrategia.
jlarroyo@ccee.ucm.es

Fecha de recepción: 02/06/2006

Fecha de aceptación: 04/06/2007

RESUMEN

El principal objetivo de este trabajo es proponer un nuevo modelo de difusión tecnológica para productos de red, que se basa en la ley de creación de valor recientemente propuesta por Briscoe *et al.* (2006). Tras una justificación teórica de la formulación del modelo, se realiza la correspondiente validación empírica comparando, para el caso de Internet, la capacidad predictiva del modelo planteado (evaluada mediante ajuste postdictivo) con la de algunos de los modelos más empleados en la literatura sobre difusión de innovaciones. Los resultados de la comparación indican que el conocido modelo de Bass, que tan buenos resultados ofrece para modelizar la difusión de innovaciones en todo tipo de mercados, presenta problemas de sobreajuste en el caso concreto analizado. Sin embargo la principal contribución de este trabajo ha sido probar que, incluso para un horizonte temporal a cinco años y medio, la capacidad predictiva del modelo es significativamente mejor que las del resto de modelos analizados. Este resultado tiene una aplicación directa para las empresas que operan en mercados de redes, ya que el modelo propuesto podría ayudarles a predecir la penetración de una nueva tecnología.

Palabras clave: Efectos de red; Difusión Tecnológica; Sistemas Dinámicos.

¹ Los autores agradecen a la Fundación Rafael del Pino la financiación concedida para la elaboración de este trabajo.

Prediction of technology diffusion in network markets. An empirical application to the Internet

ABSTRACT

The main objective of this paper is to propose a new model of technological diffusion in network markets, based on the value creation law proposed by Briscoe *et al.* (2006). After a theoretical justification, we validate the model empirically comparing, for Internet diffusion process, the predictions obtained with our model and with the most accepted ones, comparison developed evaluating the postdictive capacity of all models. The results show that the Bass model presents overfitting problems in the case of Internet diffusion. Nevertheless, the most important contribution of this paper is to demonstrate that, even in the long term (five years and a half), the predictions of our model are better than the predictions obtained with the other models analyzed. This result has a direct application for companies that operate in network markets, because the model could help them to predict the penetration of a new technology in a more accurate way than they have been doing.

Keywords: network effects, technological diffusion, Dynamic Systems.

SUMARIO: 1. Introducción. 2. Procesos de difusión tecnológica. 3. Formulación del modelo. 4. Metodología. 5. Resultados. 6. Conclusiones. Bibliografía.

1. INTRODUCCIÓN

La difusión de innovaciones, esto es, la diseminación de una nueva idea desde su fuente de creación hasta los usuarios finales (Rogers, 1962), es un área de plena actualidad en el contexto económico actual. Numerosas instituciones y empresas trabajan, por ejemplo, en predecir cómo evolucionará la telefonía móvil, la *VoIP*, las conexiones a Internet por *ADSL* y un largísimo etcétera. Y lo mismo ocurre con las investigaciones desarrolladas en este campo, como por ejemplo los recientes trabajos de Sevcik (2004), Cheng *et al.* (2004), Pereira y, Pernías-Cerrillo (2005), Puumalainen y Sundqvist (2005) o Weitzel *et al.* (2006).

Por otra parte, los efectos de red son definidos por Fuentelsaz *et al.* (2003) como “aquellos efectos que hacen que el valor de un producto o servicio para un usuario dependa no sólo del producto en sí mismo sino del número de usuarios que utilicen dicho producto o servicio”. Por ejemplo, un teléfono sólo resulta útil en el caso de que otros individuos dispongan también de teléfono para poder establecer comunicación con ellos. Y cuanto más grande sea la red telefónica más valiosa será para un usuario, puesto que se podrá establecer comunicación con un mayor número de individuos. En este caso, cualquier modelo de difusión que pretendiese explicar y predecir la evolución de la telefonía, debería incorporar en su formulación los efectos de red.

El objetivo de este trabajo es proponer un modelo de difusión de tecnologías sujetas a efectos de red, analizando su capacidad predictiva a largo plazo y comparando la misma con la de algunos de los modelos más conocidos y empleados en la literatura. Como se analizará detalladamente en el apartado de validación empírica, los resultados muestran diferencias significativas en dicha capacidad de predicción a largo plazo.

2. PROCESOS DE DIFUSIÓN TECNOLÓGICA

2.1. MODELOS DE DIFUSIÓN

La literatura recoge numerosos modelos de difusión (ver tabla 1. En todos los casos $x(t)$ representa la cuota de mercado en tanto por uno), aunque la mayoría de ellos no tienen en consideración un factor de gran relevancia en el caso de las nuevas tecnologías, lo que explicaría que en ciertos casos sus predicciones resulten incorrectas: muchas de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC) están sujetas a efectos de red.

Tabla 1: Principales modelos de difusión de Tecnologías

MODELO	ECUACIÓN	REFERENCIAS
Gompertz	$\frac{dx(t)}{dt} = \beta \cdot x(t) \cdot \text{Ln} \frac{1}{x(t)}$ $x(t) = \exp [-\exp (-\beta \cdot t + k)]$	Franses (1994), Morrison (1996)
Gompertz. Variante de Chow	$\frac{dx(t)}{dt} = \beta(t) \cdot x(t) \cdot \text{Ln} \frac{1}{x(t)}$ $x(t) = \exp \int -\beta(z) \cdot dz$	Chow (1967)
Gompertz. Variante de 3 parámetros	$x(t) = a \cdot b^{a^t}$	Weisstein (1999: 748)
Gompertz. Variante de Lee <i>et al.</i>	$x(t) = \exp \int -\exp \gamma \cdot ((\alpha + \beta \cdot t)^{-\lambda} + \gamma) dt$	Lee <i>et al.</i> (1992)
Gaussiano	$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot \exp \left[-\frac{(t - \mu)^2}{2\sigma^2} \right]$	Rogers (1962)
Log-Normal	$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{1}{t \cdot \sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot \exp \left[-\frac{(\text{Ln}(t) - \mu)^2}{2\sigma^2} \right]$	Bain (1963)
Weibull	$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} \exp \left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta \right]$ $x(t) = 1 - \exp \int -t/\alpha)^\beta dt$	Sharif e Islam (1980)
Weibull con tres parámetros	$x(t) = 1 - \exp \int -(t - \tau)/\alpha)^\beta dt$	Murthy <i>et al.</i> (2004:9)
Log-recíproco	$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{1}{b \cdot t^2} \exp \left[-\frac{1}{b \cdot t} \right]$ $x(t) = \exp [-1/(b \cdot t)]$	McCarthy y Ryan (1976)
Gamma	$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{a^p}{\Gamma(p)} \cdot x(t)^{p-1} \cdot e^{-ax(t)}$	Fernández-Abascal <i>et al.</i> (1994: 448-452)
Beta	$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{\Gamma(p + q)}{\Gamma(p) \cdot \Gamma(q)} \cdot x(t)^{p-1} \cdot (1 - x(t))^{q-1}$	Fernández-Abascal <i>et al.</i> (1994: 455-458)

Tabla 1 (continuación): Principales modelos de difusión de Tecnologías

MODELO	ECUACIÓN	REFERENCIAS
Singh y Maddala	$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot t^{a_2-1}}{(1 + a_1 \cdot t^{a_2})^{a_3+1}} \quad x(t) = 1 - 1 / (1 + a_1 \cdot t^{a_2})^{a_3}$	Singh y Maddala (1976)
Adaptativo polinómico	$\frac{dx(t)}{dt} = P_0 + 2 \cdot a_2 \cdot t + 3 \cdot a_3 \cdot t^2 + 4 \cdot a_4 \cdot t^3$	Martín-Carrillo (2000: 170-189)
Logístico	$\frac{dx(t)}{dt} = \beta \cdot x(t) \cdot (1 - x(t)) \quad x(t) = 1 / [1 + \exp(-\beta \cdot (t - t_0))]$	Griliches (1957 y 1960), Mansfield (1961)
Logístico. Variante de Chow	$\frac{dx(t)}{dt} = \beta(t) \cdot x(t) \cdot (1 - x(t)) \quad x(t) = 1 / [1 + \exp(-\int \beta(z) \cdot dz)]$	Hernes (1976)
Paloheimo y Dickie	$\frac{dx(t)}{dt} = H \cdot x(t)^d - k \cdot x(t)^n$	Paloheimo y Dickie (1965)
Bass	$\frac{dx(t)}{dt} = (p + q \cdot x(t)) \cdot (1 - x(t)) \quad x(t) = \frac{1 - \exp(-(p + q) \cdot t)}{1 + (q/p) \cdot \exp(-(p + q) \cdot t)}$	Bass (1969)
Bass. Variante para $x(0) \neq 0$	$x(t) = [1 - c \cdot (p/q) \cdot \exp(-(p + q) \cdot t)] / [1 + c \cdot \exp(-(p + q) \cdot t)]$	Meade e Islam (1998)
Bass. Variante con efecto aprendizaje	$\frac{dx(t)}{dt} = (p + q \cdot x(t) + c \cdot k \cdot y(t)) \cdot (1 + x(t))$	Ganesh <i>et al.</i> (1997)
Bass con deserciones	$\frac{dx(t)}{dt} = (\lambda_e + \lambda_i \cdot x(t)) \cdot (1 - x(t)) - \mu \cdot x(t)$	Bidges <i>et al.</i> (1993)
Bass en tres etapas	$\frac{dz(t)}{dt} = (p + q_1 \cdot A(t) + q_2 \cdot x(t)) \cdot (1 - A(t) - x(t))$	Jain <i>et al.</i> (1991)
Bass con efectos publicitarios (innovación e imitación)	$\frac{dx(t)}{dt} = (p + q \cdot x(t) + \alpha \cdot f(A)) \cdot (1 - x(t))$ $\frac{dx(t)}{dt} = (p + q \cdot x(t) + \beta \cdot f(A) \cdot x(t)) \cdot (1 - x(t))$	Simón y Sebastian (1987)
Floyd	$\frac{dx(t)}{dt} = b \cdot x(t) \cdot (1 - x(t))^2$	Floyd (1968)
Sharif y Kabir	$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{b \cdot x(t) \cdot (1 - x(t))^2}{1 - x(t) \cdot (1 - \sigma)}$	Sharif y Kabir (1976)
Stanford	$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{q}{t} \cdot x(t) \cdot (1 - x(t))$	Teotia y Raju (1986)

Tabla 1 (continuación): Principales modelos de difusión de Tecnologías

MODELO	ECUACIÓN	REFERENCIAS
Jeuland	$\frac{dx(t)}{dt} = (p + q \cdot x(t)) \cdot (I - x(t))^{1+\gamma}$	Jeuland (1981)
FLOG	$\frac{dx(t)}{dt} = \phi \cdot f(\mu, k, t) \cdot x(t) \cdot (I - x(t))$	Bewley y Fiebig, (1988)
NUI	$\frac{dx(t)}{dt} = (p + q \cdot x(t)^\delta) \cdot (I - x(t))$	Easinwood <i>et al.</i> (1983)
NHNV	$\frac{dx(t)}{dt} = (p + q \cdot (x(t) + h \cdot x(t - I) + \dots)^\delta) \cdot (I - x(t))$	Sharma y Bhargava (1994)
NSRL	$\frac{dx(t)}{dt} = q \cdot x(t)^\delta \cdot (I - x(t))$	Easinwood <i>et al.</i> (1981)
Bertalanffy	$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{b}{\alpha} \cdot x(t) \cdot (I - x(t)^\alpha)$	Bertalanffy (1957)
Birch	$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{\beta \cdot x(t) \cdot (I - x(t))}{I - x(t) + c \cdot x(t)}$	Birch (1999)
Michaelis-Mentel Generalizado	$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{c \cdot t^{c-1}}{k^c + t^c} \cdot (I - x(t))$	López <i>et al.</i> (2000)
KKI	$\left(\frac{q - p \cdot b}{q}\right) \text{Ln}(p + q \cdot x(t)) - (b + 1) \text{Ln}(I - x(t)) = a + (q + p) \cdot t$	Kumar y Kumar (1992)
Harvey	$\text{Ln}(x(t) - x(t - I)) = \text{Ln}\left(\frac{b \cdot c}{\alpha}\right) - b \cdot t + \text{Ln}(I + a) \cdot \text{Ln}(x(t - I))$	Harvey (1984)
Nicholson	$\frac{dx(t)}{dt} = P \cdot x(t - \tau) \cdot \exp\left[-\frac{x(t - \tau)}{x_0}\right] \cdot \delta \cdot x(t)$	Ruan (2004)
De Cesare y Di Liddo	$\frac{\partial u(z,t)}{\partial t} = q(p(t)) \cdot \left(\int_{\Omega} K(z,s) \cdot u(s,t) \cdot ds + \gamma(t)\right) \cdot (I - u(z,t))$ $I(z,t) = \int_{\Omega} K(z,s) \cdot u(s,t) \cdot ds$	De Cesare t Di Liddo

Fuente: López, Sánchez y Arroyo Barrigüete (2005a).

Como puede observarse en la tabla 1, la variedad de modelos hace difícil establecer criterios de clasificación. Sin embargo, es posible buscar elementos comunes que permitan establecer cierto orden entre ellos, y un modo que puede resultar útil es identificar

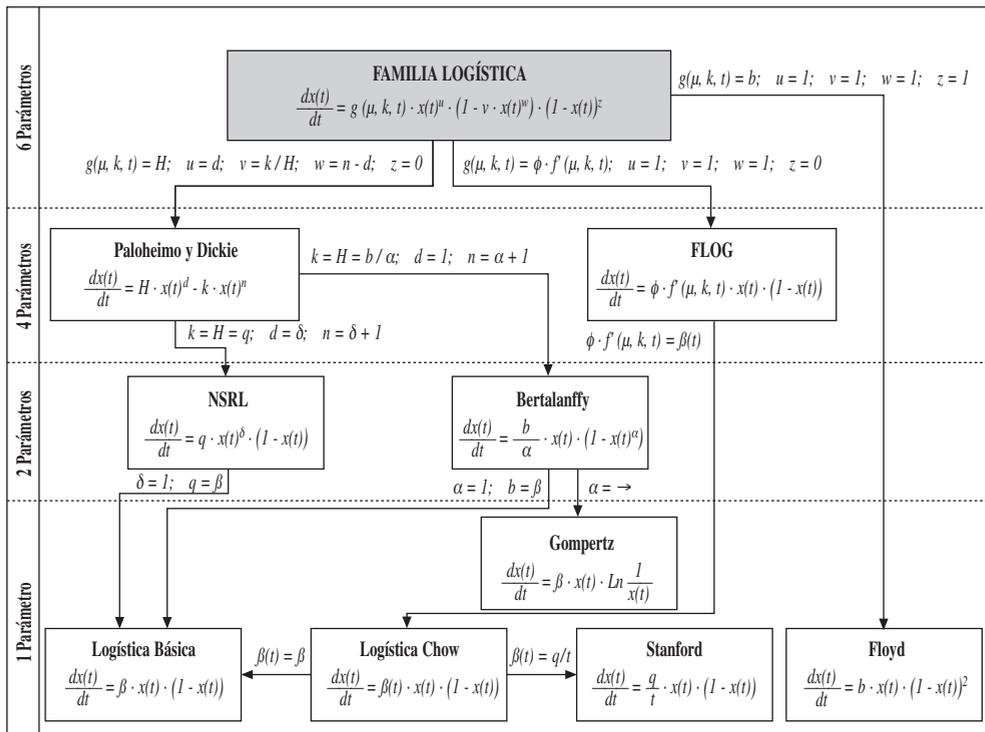
conjuntos de modelos relacionados entre sí en términos matemáticos, ya que esto facilitará de forma considerable el análisis empírico posterior. Como es sabido, la comparación de modelos no lineales debe llevarse a cabo de manera diferente según se trate de modelos relacionados (*nested models*) o no (ver apartado 4). Generando familias de modelos relacionados (ver gráficos 1 y 2), puede saberse rápidamente cómo llevar a cabo la comparación: para los miembros relacionados de una misma familia puede hacerse mediante criterios de información o mediante la tabla ANOVA, mientras que en el caso contrario la comparación necesariamente debe llevarse a cabo usando criterios de información.

En base a este razonamiento, podemos definir el modelo logístico generalizado como:

$$\frac{dx(t)}{dt} = g(\mu, k, t) \cdot x(t)^\mu \cdot (1 - v \cdot x(t)^w) \cdot (1 - x(t))^z$$

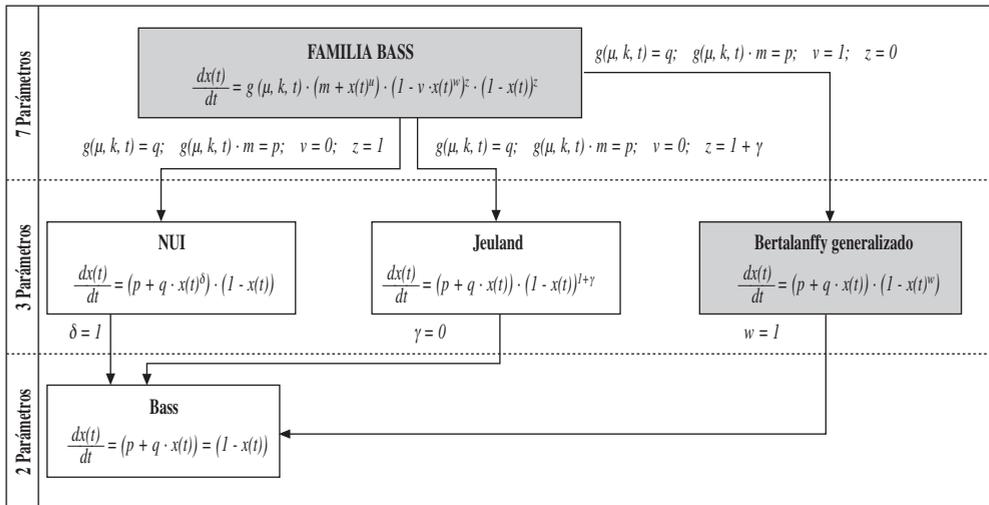
Donde $g(\mu, k, t)$ es una función que depende de los tres parámetros indicados μ, k, u, v, w, z , son parámetros de ajuste que permiten modificar, en función de sus

Gráfico 1. Familia logística de modelos de difusión



Fuente: Elaboración propia.

Gráfico 2. Familia Bass de modelos de difusión



Fuente: Elaboración propia.

valores, el comportamiento de la curva, $x(t)$ representa la cuota de mercado / penetración en tanto por uno de la tecnología / estándar considerado, y t es la variable temporal.

De un modo análogo, el modelo Bass generalizado quedaría expresado de la siguiente manera:

$$\frac{dx(t)}{dt} = g(\mu, k, t) \cdot (m + x(t)^u) \cdot (1 - v \cdot x(t)^w) \cdot (1 - x(t))^z$$

Estas dos ecuaciones generan familias de modelos relacionadas (*nested models*) que se muestran respectivamente en los gráficos 1 y 2.

Como ya se ha mencionado, este criterio de clasificación, además de establecer orden entre muchos de los principales modelos recogidos en la literatura, permite saber rápidamente como llevar a cabo la comparación de modelos.

2.2. EL PROCESO DE DIFUSIÓN DE UN PRODUCTO DE RED

Los efectos de red provocan una realimentación positiva, que hace que la velocidad de penetración y crecimiento de una tecnología sea diferente que en otro tipo de mercados. La curva de crecimiento sigue un patrón conocido como curva en “S” o sigmoideal, común a muchas otras industrias, pero que en este caso presenta diferencias sustanciales en la duración de cada fase debido al efecto de la realimentación positiva:

- En una primera fase el crecimiento es bastante lento y la cuota de mercado evoluciona según una curva prácticamente plana. De hecho esta etapa suele presentar una duración mayor que en otro tipo de mercados debido a lo que se denomina “efecto pingüino”: muchos usuarios se muestran temerosos de que una elección incorrecta les lleve a adquirir un estándar que finalmente no prospere, por lo que prefieren esperar a ver cómo evoluciona cada tecnología antes de adquirir el producto. Como un ejemplo extremo aunque muy significativo, el fax tardó casi 150 años en convertirse en un aparato de uso extendido, desde su nacimiento en 1843 hasta su uso generalizado en 1980.
- En una segunda fase, se produce un crecimiento explosivo del número de usuarios en el momento en el que la red alcanza su masa crítica, esto es, la base de usuarios necesaria para desencadenar la realimentación positiva (Oren y Smith, 1982; Oren *et al.*, 1983). La tasa de crecimiento es esta etapa suele ser mayor que en mercados de productos convencionales.
- En la tercera fase, el crecimiento se ralentiza y el número de usuarios se estabiliza, llegando el mercado a la madurez.

Si analizamos la gráfica de crecimiento de los aparatos de fax, TV o teléfonos móviles, podremos distinguir claramente las tres primeras fases anteriormente mencionadas. Debido a las diferencias que acaban de señalarse, la difusión de un producto de red presenta diferencias que deben ser recogidas en los modelos matemáticos que pretendan predecir su evolución.

3. FORMULACIÓN DEL MODELO

El planteamiento del modelo propuesto en este trabajo es el siguiente: a partir del modelo de Bass se han introducido una serie de modificaciones que tratan de recoger la esencia de los efectos de red, buscando un mejor ajuste a la difusión de este tipo de tecnologías. Se ha optado por partir del modelo de Bass principalmente por tres motivos:

1. Junto con el modelo logístico es uno de los más conocidos y empleados. Además muchos de los modelos de difusión se relacionan con él, en el sentido de que pueden verse como generalizaciones (NUI, NSRL, Jeuland, etc.) o simplificaciones (Logístico) del mismo.
2. Su formulación es sencilla, sus propiedades matemáticas bien conocidas y posee solución analítica exacta. Por estos motivos el ajuste de la función a los datos es relativamente simple.
3. En trabajos previos desarrollados por estos mismos autores, el modelo de Bass ha mostrado una capacidad considerable para ajustar ¹ la evolución de un producto de red.

En base a dicho modelo, se han introducido dos modificaciones diferentes, que se detallan a continuación.

La primera de ellas hace referencia a incluir una tasa de deserciones. Esto implica asumir que una proporción de los usuarios actuales, pueden abandonar la tecnología. Existen varios modelos (ver tabla 1) que incorporan este elemento, pero la propia naturaleza de los efectos de red sugiere una formulación alternativa a la que se emplea habitualmente. Dado que el valor para un usuario de conectarse a la red crece con el número de individuos, es esperable una tasa de deserción decreciente con la base instalada (a mayor tamaño de la red, mayor valor, y por tanto más extraño es que los usuarios abandonen la tecnología). Por ello se ha optado por un decrecimiento exponencial modulado por una constante, esto es, una tasa de deserción dada por la expresión $\mu \cdot \exp[-x(t)]$, donde $x(t)$ representa la cuota de mercado (o penetración) en tanto por uno.

La segunda modificación, de mayor calado, tiene relación con la interpretación que se hace del modelo de Bass. Este modelo puede interpretarse como la suma de dos efectos: el de los innovadores, definido por una exponencial modificada $[p \cdot (1 - x(t))]$ y el de los imitadores, definido por una logística básica $[q \cdot x(t) \cdot (1 - x(t))]$. El primer término reflejaría el comportamiento de los usuarios innovadores, e indica una conversión a porcentaje constante p . Este es el denominado coeficiente de influencia externa o innovación. El segundo término implica una influencia de los adoptantes sobre los no adoptantes similar a un proceso de contagio, de modo que la constante de proporcionalidad q es el denominado coeficiente de influencia interna o imitación. Por tanto se asume que existen dos categorías de individuos, imitadores e innovadores, que presentan una respuesta diferente a la introducción de un nuevo producto².

No obstante es posible reinterpretar el modelo en términos de efectos de red. El primer elemento del modelo (innovadores), tendría un significado similar al descrito en el párrafo anterior, mientras que el segundo se interpretaría del siguiente modo: la velocidad de difusión es proporcional la base instalada multiplicada por el mercado potencial. Estaríamos hablando de que, al aumentar la base instalada, aumenta la velocidad de difusión debido al incremento de valor de la red (efectos de red), aunque el número de adoptantes en cada instante no puede crecer indefinidamente debido a que el mercado potencial es cada vez menor. En resumen, que al aumentar la base de usuarios aumenta el valor de la red y por tanto la velocidad de difusión. Asumiendo además que la velocidad de difusión está limitada por la saturación del mercado potencial, el término $[q \cdot x(t) \cdot (1 - x(t))]$ en el modelo de Bass puede interpretarse como un crecimiento derivado del aumento de valor como consecuencia de los efectos de red. De acuerdo a esta interpretación, el modelo de Bass asumiría que el valor de la red para cada usuario crece linealmente con la base ins-

¹ Es decir, minimizar el error cometido entre la curva estimada por el modelo y los datos reales, considerando la serie completa. No hablamos en este caso de capacidad predictiva.

² No obstante algunos autores como Tanny y Derzko (1988) sugieren que esta interpretación del modelo de Bass es incorrecta y que realmente el modelo sólo refleja la interacción entre adoptantes y no adoptantes, de modo que q no es un coeficiente de imitación para un individuo sino que refleja la intensidad de adopción como consecuencia de la interacción adoptantes – no adoptantes, al tiempo que p indica el efecto de todos los demás factores que incitan a la adopción de la tecnología, como los medios de comunicación y las políticas de venta (Islam *et al.*, 2002).

talada³, algo que no resulta correcto por múltiples razones (para una descripción detallada ver López Sánchez y Arroyo Barrigüete, 2005b).

Briscoe *et al.* (2006) propusieron una ley alternativa a la de Metcalfe, que planteaba un crecimiento del valor de la red de tipo logarítmico. Esta ley presenta un problema en lo que se refiere a la aparición de externalidades de congestión, en tanto que no las permite al presentar rendimientos marginales positivos en todo su dominio. No obstante, en lo que se refiere al resto de requisitos exigibles a una ley de creación de valor, presenta unas buenas propiedades. En este sentido, y despreciando por tanto los efectos de la congestión, es posible introducir esta ley en el modelo de difusión de Bass para reflejar con mayor precisión la velocidad de crecimiento de la red. A fin de dotar al modelo de mayor flexibilidad, tiene sentido incluir además un exponente que recoja la idea de que la pendiente depende de la tecnología considerada.

En resumen, la idea es incorporar dos modificaciones al modelo de Bass. La primera es introducir un término de deserciones $\mu \cdot \exp[-x(t)]$. La segunda es sustituir el término $q \cdot x(t) \cdot (1 - x(t))$ (que como se ha comentado puede interpretarse como el crecimiento derivado de los efectos de red), por el término $s \cdot [Ln [x(t) + 1]]^\delta \cdot (1 - x(t))$, que representa el crecimiento basado en la ley de Briscoe *et al.* De este modo el modelo de difusión quedaría expresado del siguiente modo:

$$\frac{dx(t)}{dt} = [s \cdot [Ln [x(t) + 1]]^\delta + b] \cdot [1 - x(t)] \cdot (1 - v \cdot x(t)^w) - \mu \cdot e^{-x(t)}$$

No obstante, para el caso particular que se analiza en el siguiente apartado (difusión de Internet), se ha observado tras diversas pruebas que la tasa de deserción no resulta significativa. Es decir, ajustando el modelo completo con los datos reales se comprobó que el parámetro μ tenía un p-valor elevado, descartándose así la influencia de este término. Esto podría deberse a un error en la formulación del modelo o bien a que la naturaleza de la tecnología considerada implica una tasa de deserción despreciable respecto a otras variables. A falta de poder concluir fuera de toda duda cuál es la causa, se ha optado por mantener el término correspondiente a las deserciones, aunque en el apartado de validación empírica se trabaja con una versión simplificada del modelo:

$$\frac{dx(t)}{dt} = [s \cdot [Ln [x(t) + 1]]^\delta + b] \cdot [1 - x(t)]$$

4. METODOLOGÍA

4.1. SELECCIÓN DE LA TECNOLOGÍA Y MODELOS DE REFERENCIA

Para la validación empírica del modelo se ha elegido la serie temporal de la evolución de Internet por varios motivos. En primer lugar es una tecnología claramente suje-

³ Lo que es conocido como Ley de Metcalfe: el valor para un usuario de conectarse a una red es proporcional al número de usuarios que ya estén conectados.

ta a efectos de red y en el que aparecen externalidades de red directas, indirectas y de aprendizaje⁴. En segundo lugar los datos sobre el número de Host (que son los que se emplearán por motivos que se expondrán mas adelante) son conocidos y pueden obtenerse fácilmente a partir de diferentes fuentes. Por último la serie es suficientemente larga como para que el ajuste de los modelos sea significativo. Con una serie más corta podría haber problemas al ajustar modelos con un elevado número de parámetros. Por todos estos motivos Internet es claramente una de las la tecnologías mas adecuadas para validar un modelo de difusión en presencia de efectos de red.

A fin de evaluar en qué medida la ecuación propuesta es capaz de reflejar adecuadamente el proceso de difusión de Internet, además de ajustar el modelo y evaluar la bondad de dicho ajuste, se han comparado los resultados con los obtenidos mediante otros modelos (tabla 2). Es interesante utilizar el modelo Logístico (formulado inicialmente por Verhulst en 1838) y el Gompertz (formulado por Gompertz en 1825), ya que probablemente son los más usados en la literatura. También se ha incluido el modelo de Bass (Bass, 1969), ya que al estar relacionado con el modelo logístico y ser más flexible que éste, es previsible que ofrezca un mejor ajuste. Por último resulta interesante incluir el Adaptativo Polinómico (Martín-Carrillo, 2000: 170-189), ya que la flexibilidad de que le dotan sus cinco parámetros lo convierte en un buen candidato para la predicción de la difusión de cualquier tecnología.

Tabla 2: Resumen de los modelos seleccionados para realizar la comparación con el modelo propuesto

	VELOCIDAD DE DIFUSIÓN EN (TANTO POR UNO)	CUOTA DE MERCADO (EN TANTO POR UNO)
Logístico	$\frac{dx(t)}{dt} = r \cdot x(t) \cdot (1 - x(t))$	$x(t) = \frac{1}{1 + \exp(-r \cdot (t - t_0))}$ $t_0 = -k / r$
Gompertz	$\frac{dx(t)}{dt} = r \cdot x(t) \cdot \ln \frac{1}{x(t)}$	$x(t) = e^{-e^{-r \cdot t + k}}$
Bass	$\frac{dx(t)}{dt} = (p + q \cdot x(t)) \cdot (1 - x(t))$	$x(t) = \frac{1 - \exp(-(p + q) \cdot t)}{1 + \frac{q}{p} \cdot \exp(-(p + q) \cdot t)}$
A. Polinómico	$\frac{dx(t)}{dt} = P_0 + 2 \cdot a_2 \cdot t + 3 \cdot a_3 \cdot t^2 + 4 \cdot a_4 \cdot t^3$	$x(t) = x_0 + P_0 \cdot t + \sum_{i=2}^4 a_i \cdot t^i$

Fuente: Elaboración propia.

⁴ Directas: Se producen cuando el valor de conectarse a una red se incrementa con el número de puntos de comunicación. Indirectas: Al incrementarse número de usuarios se producirá una bajada de precios en los productos (debido a las economías de escala), al tiempo que se incrementará la variedad de productos complementarios y su facilidad de compra. Aprendizaje: Al aumentar el tamaño de la red se incrementará el número de usuarios con conocimientos específicos sobre la tecnología asociada. Estos “expertos”, poniendo a disposición de otros usuarios sus conocimientos favorecen la expansión de la red, de modo que un usuario logrará un mejor servicio post venta además del consejo de otros usuarios experimentados.

4.2. OBTENCIÓN DE LA MUESTRA

Tal y como señala Tehan (2002) resulta sumamente complejo estimar el número de usuarios de Internet, por lo que habitualmente se estima su crecimiento por otra serie de indicadores, como por ejemplo el número de Host, páginas web o dominios. Siguiendo a Martín-Carrillo (2000: 213-224) en el presente trabajo se empleará como indicador el número de Host⁵, ya que entre otras ventajas, esto permite trabajar con una serie de datos más larga (en las primeras etapas de Internet los datos disponibles hacen referencia casi exclusivamente a este indicador).

Existen distintas fuentes que proporcionan la evolución del número de Host de Internet⁶, aunque existen algunas dificultades. La primera de ellas es que no todas las fuentes proporcionan la serie completa de datos desde el año 1969, por lo que es necesario combinar la información de varias de ellas. Y adicionalmente no existe información completa mes a mes de la evolución temporal. Tampoco es posible elaborar una serie anual, ya que los datos correspondientes a años diferentes son medidos en meses distintos. Por este motivo es preciso trabajar con una serie temporal con datos faltantes, lo que introduce una dificultad añadida al estudio econométrico. Otra posibilidad sería obtener los valores faltantes por interpolación, pero esto introduciría cierto error en los resultados: compensa por tanto trabajar con valores faltantes aunque esto suponga recurrir a algoritmos más complejos.

Combinando la información de distintas fuentes, se ha elaborado la tabla 3, que como puede observarse es una serie en la que faltan determinados valores.

Cuadro 1: Denominación y medición de las variables explicativas

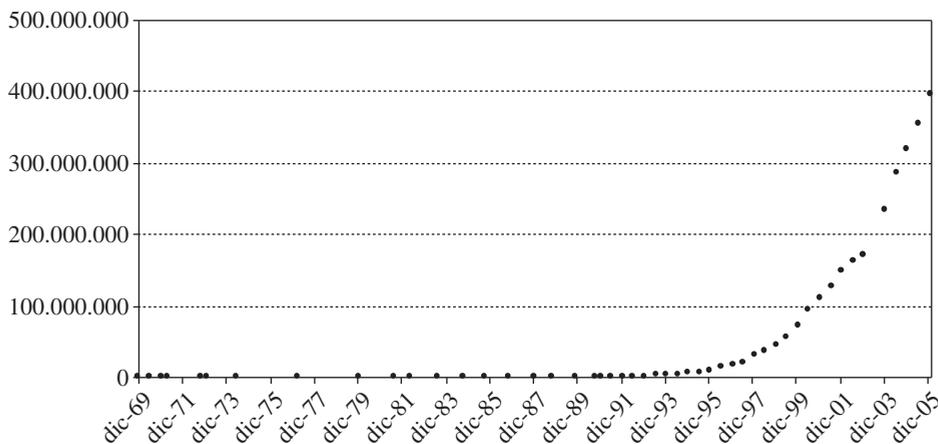
FECHA	HOST	FECHA	HOST	FECHA	HOST	FECHA	HOST
dic-69	4	oct-85	1.961	jul-94	3.212.000	ene-01	109.574.429
jun-70	9	nov-86	5.089	ene-95	4.852.000	jul-01	125.888.197
dic-70	13	dic-87	28.174	jul-95	6.642.000	ene-02	147.344.723
abr-71	23	oct-88	56.000	ene-96	9.472.000	jul-02	162.128.493
oct-72	31	oct-89	159.000	jul-96	12.881.000	ene-03	171.638.297
ene-73	35	oct-90	313.000	ene-97	16.146.000	ene-04	233.101.481
jun-74	62	ene-91	376.000	jul-97	19.540.000	jul-04	285.139.107
mar-77	111	jul-91	535.000	ene-98	29.670.000	ene-05	317.646.084
dic-79	188	ene-92	727.000	jul-98	36.739.000	jul-05	353.284.187
ago-81	213	jul-92	992.000	ene-99	43.230.000	ene-06	394.991.609
may-82	235	ene-93	1.313.000	jul-99	56.218.000		
ago-83	562	jul-93	1.776.000	ene-00	72.398.092		
oct-84	1.024	ene-94	2.217.000	jul-00	93.047.785		

Fuente: Elaboración propia a partir de diversas fuentes.

⁵ Kiiski y Pohola (2002) por ejemplo, también emplean el número de Host (en este caso per cápita) para estudiar la difusión de Internet mediante el modelo Gompertz.

⁶ Por ejemplo Internet System Consortium (www.isc.org/index.pl?/ops/ds/), Internet Society (www.isoc.org/internet/history/2002_0918_Internet_History_and_Growth.ppt) y muchas otras (www.zakon.org/robert/internet/timeline/, www.nw.com/zone/host-count-history, etc.).

Gráfico 3. Evolución temporal del número de Host de Internet



Fuente: Elaboración propia.

4.3. MÉTODOS DE ESTIMACIÓN

Como señala Sánchez González (1999: 171) en la mayoría de los modelos no lineales los parámetros se obtienen como optimización de alguna función objetivo, función que suele ser la suma de los residuos al cuadrado (Aracil Santoja, 1983: 208). La idea es minimizar la suma de los residuos al cuadrado, es decir, la distancia vertical de los valores estimados a los valores reales. Para lograrlo existen diferentes algoritmos, y en la presente investigación se ha optado por efectuar simultáneamente dos de ellos para cada modelo estudiado. De este modo, si coinciden los resultados obtenidos por ambos métodos, se tendrá la certeza de que el ajuste es óptimo.

MÉTODO DE ESTIMACIÓN I: MALLADO O BARRIDO PARAMÉTRICO

Este método (ver por ejemplo Motulsky y Christopoulos, 2003: 92-93; Sánchez González, 1999: 171-172; Novales Cinca, 1998: 398-399) consiste en ir asignando a los parámetros de la ecuación todos los valores posibles dentro de un determinado rango, calcular la suma de los residuos al cuadrado para cada caso y seleccionar aquellos valores que la minimizan. Lógicamente este procedimiento, debido a su elevado coste computacional, requiere partir de unos valores próximos al óptimo para evitar que la malla sea excesivamente grande. Para ello es necesario realizar pruebas con una malla amplia y de paso grande e ir posteriormente restringiendo la zona de estudio, empleando cada vez un paso menor.

Este procedimiento, programado directamente en "R" (lenguaje de programación similar a C pero enfocado específicamente al desarrollo de aplicaciones estadísticas), se aplicará a todos los modelos en primer lugar. Como ya se ha indicado, de este modo se obtendrá un primer resultado que será comparado con el obtenido por el otro método. Pero además existe una ventaja adicional: el segundo algoritmo de estimación que se estudiará a conti-

nuación requiere que se le facilite unos valores iniciales de los parámetros para comenzar a iterar, y una elección incorrecta de dichos valores iniciales puede llevar a que el algoritmo no converja. Sin embargo, al haber efectuado primero un barrido paramétrico, se tiene una buena estimación de cuáles son los valores óptimos, lo que permite asignar condiciones iniciales próximas a los mismos, asegurando así la convergencia del algoritmo.

MÉTODO DE ESTIMACIÓN 2: GAUSS-NEWTON

El segundo método de estimación empleado es el de Gauss-Newton (ver por ejemplo Sánchez González, 1999: 183-184; Novales Cinca, 1998: 407-409). En este caso "R" contiene una librería que incluye el algoritmo, por lo que no es preciso programarlo. Sin embargo este método no ha podido ser aplicado al modelo propio, debido a que carece de solución analítica exacta. Por este motivo el modelo propio será estimado únicamente por el método del mallado. No entraremos a detallar las características de esta técnica de estimación, pero es preciso indicar que es uno de los más empleados para el ajuste de modelos no lineales.

4.4. CUESTIONES OPERATIVAS

Todos los modelos analizados, con excepción de propuesto, cuentan con solución analítica. Por este motivo, para efectuar el ajuste del modelo propio es necesario recurrir a los métodos de integración numérica, y en este caso se ha empleado el método de Runge-Kutta de orden 4 con paso $h=0,01$ ⁷.

Adicionalmente, a fin de que todos los modelos sean estimados en idénticas condiciones, ha sido necesario considerar en los dos métodos (barrido paramétrico y Gauss-Newton) idénticas condiciones de contorno al realizar la integración. En el caso del barrido paramétrico es sencillo, ya que todos los modelos se integran numéricamente y basta considerar como condición inicial el número de Host en Diciembre de 1969. Sin embargo, en el método de Gauss-Newton se parte de la solución analítica, con lo que aparecen constantes de integración. A fin de garantizar que todos los modelos pueden compararse entre sí, estas constantes de integración se han calculado forzando que todos los modelos coincidan en la fecha inicial, nuevamente Diciembre de 1969⁸.

5. RESULTADOS

5.1. CAPACIDAD DE AJUSTE A POSTERIORI

Aunque el objetivo de este trabajo es evaluar la capacidad predictiva del modelo propuesto, resulta interesante en primer lugar analizar su capacidad para ajustar la serie de datos completa, desde 1969 hasta 2006. En este sentido la tabla 4 muestra los resultados

⁷ Diversas pruebas realizadas para diferentes pasos demuestran que el paso $h=0,01$ proporciona una precisión suficiente para este problema concreto.

⁸ Además es necesario indicar que se ha tomado un valor de saturación de 650.000.000 Host.

obtenidos tras ajustar, por los dos procedimientos indicados, los cuatro modelos de referencia. Sin embargo es preciso hacer algunas observaciones sobre los indicadores empleados para comparar los modelos.

En primer lugar, como señalan Motulsky y Christopoulos (2003: 92-93) en regresión no lineal la comparación de modelos no lineales no debe hacerse en base al coeficiente R^2 . Los modelos con más parámetros, al ser más flexibles, ajustarán mejor que aquellos que cuenten con menos parámetros, de modo que la comparación de modelos debe considerar este efecto. Como ya se ha comentado, para modelos relacionados (*nested models*) se puede recurrir a una tabla ANOVA para efectuar la comparación. Como los modelos que se compararán en este trabajo no están todos relacionados, es necesario emplear un criterio de información, como por ejemplo el de Akaike (AIC) (ver Motulsky y Christopoulos, 2003: 135-136). Este indicador se calcula del siguiente modo: $AIC = N \cdot \ln(SS_{reg} / N) + 2 \cdot K$, donde N es el número de datos reales que se emplean para el ajuste y K es el número de parámetros de la ecuación más 1.

Como segunda observación, el valor del coeficiente AIC carece de importancia en sí mismo, ya que sólo tiene sentido al comparar modelos. Si A es el modelo más simple y B el más complejo (con mayor número de parámetros) la diferencia, $\Delta AIC = AIC_B - AIC_A$, es lo que determina cuál de los dos tiene una mayor probabilidad de ser correcto: si la diferencia es positiva, el modelo A tiene una mayor probabilidad de ser correcto, y si es negativa ocurre lo contrario, es decir, el modelo con el menor coeficiente AIC es el que tiene mayor probabilidad de ser correcto (Motulsky y Christopoulos, 2003: 143-148). Esta probabilidad se cuantifica mediante el siguiente indicador (*Evidence Ratio*): $ER = 1 / \exp(-0,5 \cdot \Delta AIC)$. Su interpretación es la siguiente: si toma un valor de 10, indica que el modelo con menor AIC es unas 10 veces más probable.

Volviendo a la tabla 4, en todos los casos los coeficientes resultan altamente significativos (p-valor inferior a 0,01) y se observa que el modelo de Bass es el que proporciona un mejor ajuste, ya que presenta el menor AIC. Hay que hacer sin embargo una observación con respecto al modelo adaptativo polinómico. Éste encuentra su óptimo en los valores indicados y por tanto el ajuste es adecuado desde un punto de vista matemático, pero desde un punto de vista económico el ajuste no es satisfactorio debido a una ondulación en la fase inicial (que no tiene sentido en términos económicos). Pero si se fuerza a que la etapa de lanzamiento sea completamente plana, el ajuste empeora sensiblemente en cuanto al AIC. Por este motivo se ha optado por la opción más conservadora, manteniendo el mejor ajuste en términos matemáticos: de este modo la comparación con el modelo propio resulta más exigente.

Ajustando a continuación el modelo propuesto mediante la técnica del barrido paramétrico, el AIC óptimo (que se alcanza para $s = 0,041$, $\delta = 1,005$, $b = 4,2 \cdot 10^{-9}$) es de -456,41. Estamos por tanto ante un ajuste peor que el proporcionado por el modelo de Bass aunque mejor que el ofrecido por el resto. En la tabla 5, que muestra la matriz de probabilidades ER para todos los modelos, se observa que el ajuste del modelo de Bass es significativamente mejor que el ajuste proporcionado por el modelo propuesto.

Estos resultados pueden interpretarse del siguiente modo: la capacidad de ajuste *a posteriori* del modelo de Bass es superior, al menos en el caso considerado, que la capacidad de ajuste del modelo propuesto. No obstante, desde el punto de vista empresarial, este resultado no es definitivo, ya que el interés de un modelo de difusión radica principalmente en su capacidad predictiva.

A fin de evaluar la capacidad predictiva del modelo se ha recurrido a utilizar como

Cuadro 4: Resultado de los ajustes de los modelos de referencia (serie temporal completa)

MODELO	PARÁMETROS ESTIMADOS			AJUSTE	
	PARÁMETROS	ERR. STD.	P-VALOR	SSREG.	AIC
Logístico	$r = 4,506 \text{ E-}2$	$8,399 \text{ E-}5$	$<2 \text{ E-}16^{***}$	0,02381	-371,84
Gompertz	$r = 6,718 \text{ E-}3$	$1,309 \text{ E-}4$	$<2 \text{ E-}16^{***}$	0,26519	-253,74
A. Polinómico	$P = -9,830 \text{ E-}4$	$1,587 \text{ E-}4$	$1,60 \text{ E-}7^{***}$	0,00506	-441,77
	$a2 = 1,772 \text{ E-}5$	$1,799 \text{ E-}6$	$8,35 \text{ E-}13^{***}$		
	$a3 = -9,276 \text{ E-}8$	$6,541 \text{ E-}9$	$<2 \text{ E-}16^{***}$		
	$a4 = 1,488 \text{ E-}10$	$7,580 \text{ E-}12$	$<2 \text{ E-}16^{***}$		
Bass	$p = 1,271 \text{ E-}8$	$2,449 \text{ E-}9$	$4,4 \text{ E-}6^{***}$	0,00326	-467,20
	$q = 3,512 \text{ E-}2$	$5,099 \text{ E-}4$	$<2 \text{ E-}16^{***}$		

*** Altamente significativo (P-valor inferior al 0,1%).
 Fuente: Elaboración propia.

Cuadro 5: Comparación de ratios ER para todos los modelos (serie temporal completa)

RATIO ER	LOGÍSTICO	GOMPERTZ	A. POLINÓMICO	BASS	PROPUESTO
Logístico	1	$4,42\text{E}+25$	$6,52\text{E-}16$	$1,96\text{E-}21$	$4,32\text{E-}19$
Gompertz	$2,26\text{E-}26$	1	$1,47\text{E-}41$	$4,43\text{E-}47$	$9,78\text{E-}45$
A. Polinómico	$1,53\text{E}+15$	$6,78\text{E}+40$	1	$3,00\text{E-}06$	$6,63\text{E-}04$
Bass	$5,10\text{E}+20$	$2,26\text{E}+46$	$3,33\text{E}+05$	1	$2,21\text{E}+02$
Propuesto	$2,31\text{E}+18$	$1,02\text{E}+44$	$1,51\text{E}+03$	$4,53\text{E-}03$	1

Fuente: Elaboración propia.

indicador su capacidad de postdicción, procedido de la siguiente manera. En primer lugar se han ajustado los diferentes modelos empleando los datos hasta 2000 incluido (el último dato corresponde a Julio de 2000). El criterio ha sido, nuevamente, lograr el menor AIC. En las tres primeras columnas de la tabla 6 se muestran los resultados del ajuste. Es necesario destacar que, nuevamente, el modelo de Bass es el que proporciona un mejor ajuste. A continuación, con los valores de los parámetros obtenidos, se ha realizado una predicción a cinco años y medio (hasta Enero de 2006). Por último, utilizando la serie completa (1969-2006), esto es, tanto el periodo empleado para la estimación como el periodo empleado para la predicción, se ha calculado la bondad de ajuste de todos los modelos (columnas 4 y 5 de la tabla 6)⁹.

En la tabla 7 se muestra la comparativa de los ratios ER obtenidos a partir de la tabla 6.

De estos resultados se obtienen dos conclusiones principales. La primera de ellas es que la capacidad predictiva del modelo propuesto es muy superior al del resto de modelos considerados. Respecto al adaptativo polinómico (que proporciona la segunda mejor

⁹ Se podría haber empleado únicamente el periodo de predicción, lo que habría favorecido considerablemente al modelo propuesto. Se ha optado por considerar la serie completa por ser la alternativa más conservadora (para el periodo de estimación el modelo de Bass proporciona un mejor ajuste).

Cuadro 6: Resultado de los ajustes de los modelos de referencia (predicción a 5,5 años)

MODELO	AJUSTE			PREDICCIÓN	
	PARÁMETROS	SSREG.	AIC	SSREG.	AIC
Logístico	$r = 4,667 \text{ E-}2$	0,00137	-397,89	0,20156	-267,18
Gompertz	$r = 5,548 \text{ E-}3$	0,01563	-303,06	0,63511	-210,94
A. Polinómico	$P = -4,580 \text{ E-}4$ $a2 = 9,186 \text{ E-}6$ $a3 = -5,249 \text{ E-}8$ $a4 = 9,082 \text{ E-}11$	0,00662	-330,59	0,087589	-309,04
Bass	$p = 5,177 \text{ E-}10$ $q = 4,491 \text{ E-}2$	0,00005	-522,99	0,15280	-278,75
Modelo propuesto	$s = 4,35 \text{ E-}2$ Delta = 1,0054 $b = 1,52 \text{ E-}9$	0,00014	-484,29	0,02540	-364,68

Fuente: Elaboración propia.

Cuadro 7: Comparación de ratios ER para todos los modelos (predicción a 5,5 años)

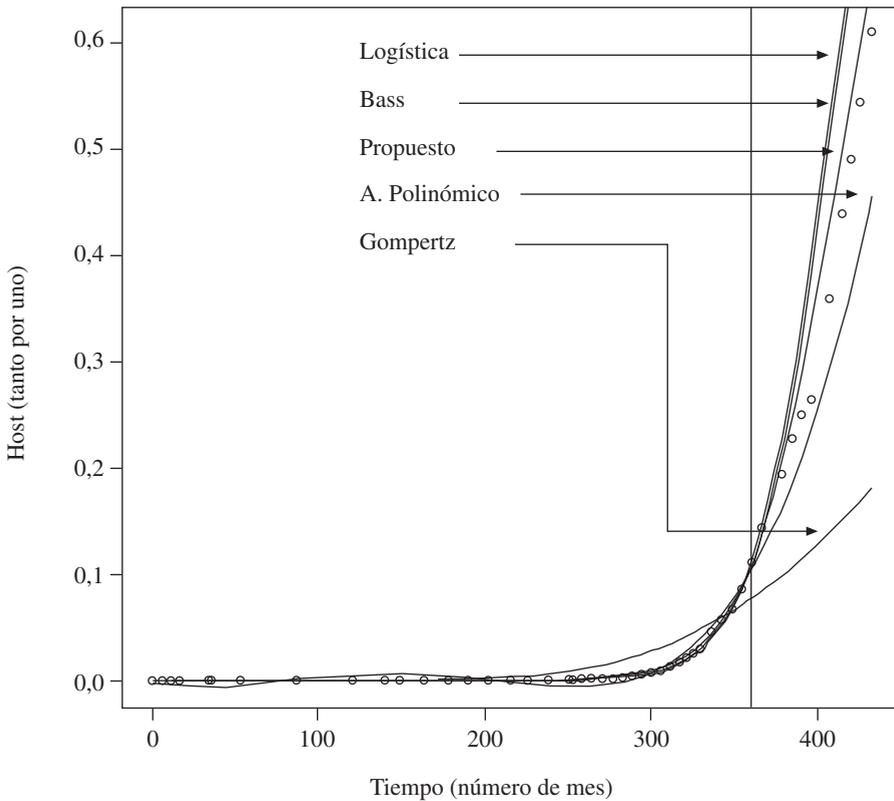
RATIO ER	LOGÍSTICO	GOMPERTZ	A. POLINÓMICO	BASS	PROPUESTO
Logístico	1	1,63E+12	8,12E-10	3,07E-03	6,75E-22
Gompertz	6,14E-13	1	4,99E-22	1,88E-15	4,14E-34
A. Polinómico	1,23E+09	2,01E+21	1	3,78E+06	8,30E-13
Bass	3,26E-02	5,31E+14	2,65E-07	1	2,20E-19
Propuesto	1,18E+21	2,41E+33	1,20E+12	4,55E+18	1

Fuente: Elaboración propia.

predicción), estaríamos ante una diferencia de unos 12 órdenes de magnitud. Respecto al modelo de Bass, la probabilidad de que el modelo propio sea correcto es 18 órdenes de magnitud mayor. La segunda es que el modelo de Bass tiene un comportamiento peculiar, en el sentido de que es capaz de ajustar los datos con gran precisión si se considera la serie completa, pero las predicciones a partir del mismo no son demasiado satisfactorias. En términos estadísticos estaríamos hablando de un problema de sobreajuste, aunque se podría aventurar otra explicación: el modelo no fue pensado para caracterizar mercados de redes, y esto hace que pese a su capacidad para *ajustar* cualquier serie de datos con evolución sigmoideal, no es capaz de realizar *predicciones* fiables para productos de red.

El gráfico 4 representa los resultados obtenidos con cada uno de los modelos. Ampliando su tramo final (Enero de 2004 a Enero de 2006), se observa (gráfico 5) que el error en la predicción cometido por el modelo de Bass es significativamente mayor que el cometido por el modelo propuesto. Para el caso concreto de Julio de 2004, el error es más del doble.

Gráfico 4. Representación gráfica de las predicciones de los diferentes modelos



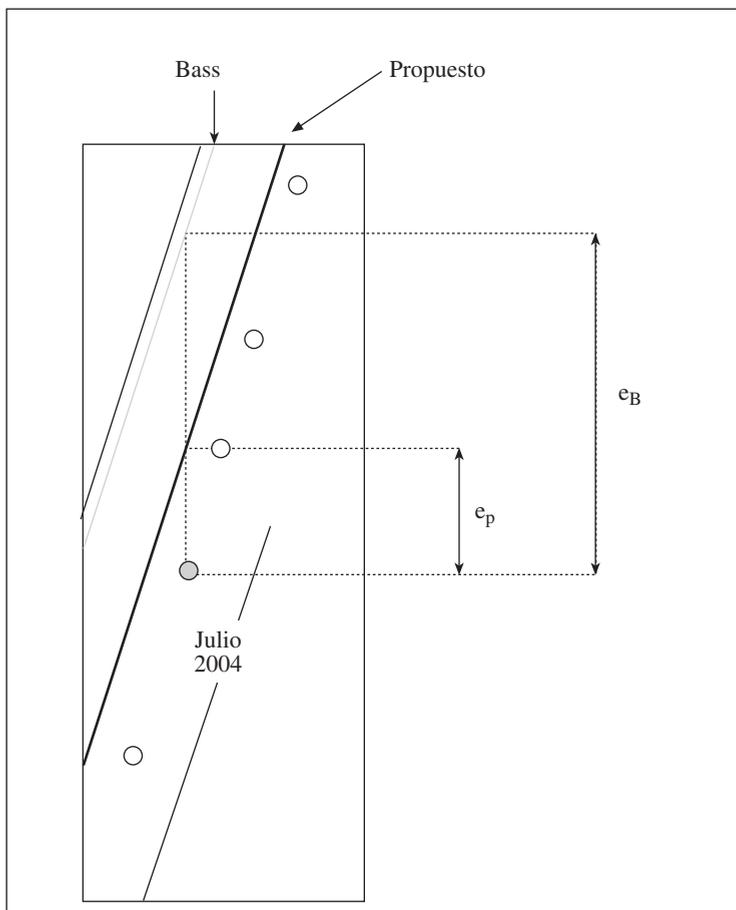
Fuente: Elaboración propia.

6. CONCLUSIONES

En línea con lo que se comentaba en la introducción, desde un punto de vista empresarial la predicción de la evolución de los mercados de nuevas tecnologías es un aspecto de relevancia creciente. Y dado que muchas de estas tecnologías están sujetas a efectos de red, es necesario considerar este aspecto en la formulación de modelos predictivos.

En el presente trabajo se ha propuesto un modelo de difusión aplicable a productos de red, y tras la validación empírica usando datos del crecimiento de Internet, se ha probado su capacidad para predecir el crecimiento de esta tecnología, que resulta significativamente superior a la del resto de modelos considerados. Se trata de un resultado relevante desde la óptica académica, ya que el modelo propuesto mejora los resultados obtenidos por algunos de los modelos más conocidos y empleados en la literatura académica, lo que confirma en cierta medida la necesidad de desarrollar modelos específicos para predecir la evolución de productos de red.

Gráfico 5. Representación gráfica de las predicciones de los diferentes modelos. Ampliación del tramo final (enero de 2004 a enero de 2006)



Fuente: Elaboración propia.

Adicionalmente, el análisis desarrollado proporciona otros resultados interesantes desde un punto de vista teórico. En primer lugar se ha comprobado que el modelo de Bass presenta problemas de sobreajuste cuando se aplica a la difusión de Internet. De ello no puede afirmarse que dicho modelo presente el mismo problema en todos los productos de red, al menos sin llevar a cabo análisis similares con otras tecnologías, pero el resultado es al menos un indicador de que esto podría ocurrir. En segundo lugar, el problema de ondulación que se observaba en el modelo adaptativo polinómico es una muestra de que dicho modelo, pese a tener una elevada capacidad de ajuste, no parece muy adecuado para representar esquemas de difusión de productos de red. Y en este caso sí que es posible hablar en términos generales, ya que su estructura matemática limita la posibilidad de

representar una etapa inicial de crecimiento lenta y plana. Y respecto a los modelos logístico y Gompertz, los resultados muestran que resultan demasiado simplistas, ya que la diferencia de AIC con respecto al modelo propuesto es excesivamente grande.

Por último conviene indicar que la propuesta de clasificación en familias es otra contribución teórica interesante de este trabajo, que mejora algunos planteamiento precedentes. No sólo porque establece un criterio de clasificación, sino porque dicho criterio está plenamente justificado de cara a facilitar el análisis empírico y la comparación de modelos.

Desde el punto de vista de la práctica profesional, el modelo planteado podría ayudar a las empresas que operan en mercados de redes a predecir la penetración de una nueva tecnología. Como se indicaba en la introducción, numerosas instituciones y empresas trabajan en predecir cómo evolucionarán las nuevas tecnologías, y por tanto un modelo capaz de ayudarlas a obtener estimaciones precisas puede resultar de gran ayuda. Y es que las organizaciones, ante sus decisiones de inversión en nuevas tecnologías, deben tener estimaciones de su rentabilidad, y dichas estimaciones no pueden realizarse sin conocer el crecimiento esperado. Indicadores tan sencillos como el VAN o la TIR requieren conocer el volumen de negocio en un horizonte temporal determinado, y eso pasa necesariamente por estimar la penetración futura del producto.

Del mismo modo, empresas que ya han realizado inversiones en nuevas tecnologías, necesitan conocer con cierta antelación su crecimiento, a fin de planificar la capacidad necesaria para satisfacer adecuadamente su demanda. Estimaciones incorrectas pueden llevar a un exceso de capacidad, con el coste económico asociado, o a una capacidad insuficiente, con las consecuencias que esto acarrea desde el punto del nivel de servicio ofrecido.

En conclusión, el modelo que se presenta en este trabajo puede resultar de utilidad tanto para empresas que se plantean realizar inversiones en nuevas tecnologías, como para organizaciones que ya producen una determinada tecnología y necesitan tener estimaciones de la capacidad necesaria a medio / largo plazo.

La principal limitación de este trabajo es que la validación empírica se ha limitado al caso de Internet. En este sentido quedan abiertas, al menos, dos líneas de investigación futuras. La primera de ellas es evaluar la capacidad predictiva del modelo para otras tecnologías sujetas a efectos de red, como por ejemplo la telefonía 3G. En este caso habría que evaluar además la relevancia de las deserciones, lo que permitiría o no descartar su influencia en el proceso de adopción. Y la segunda sería estudiar el comportamiento del modelo en las últimas etapas del proceso de difusión, es decir, en la fase de saturación. La difusión de Internet no ha alcanzado aún esta etapa, por lo que no es posible saber en base a un estudio de su evolución, si la capacidad predictiva del modelo seguirá siendo adecuada en aquel momento. Ajustando el modelo a productos de red que ya se encuentren en la fase de madurez, podría evaluarse la capacidad predictiva en dicha fase.

BIBLIOGRAFÍA

- ARACIL SANTOJA, J.: *Introducción a la Dinámica de Sistemas*. Alianza Universidad Textos, Madrid. 1983. ISBN: 84-206-8058-3
- BAIN, A. D.: Demand for New Commodities. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A*. Vol. 126. 1963, pp. 285-299.

- BASS, F. M.: A New Product Growth Model for Consumer Durables. *Management Science*. Vol. 15, n° 5. 1969, pp. 215-227.
- BERTALANFFY, L.: Quantitative Laws in Metabolism and Growth. *Quarterly Review in Biology*. Vol. 32. 1957, pp. 217-231.
- BEWLEY, R., FIEBIG, D.: Flexible Logistic Growth Model with Applications in Telecommunications. *International Journal of Forecasting*. Vol. 4. n° 2. 1988, pp. 177-192.
- BIRCH, C. O. D.: A New Generalized Logistic Sigmoid Growth Equation Compared with the Richards Growth Equation. *Annals of Botany*. Vol. 83, n° 6. 1999, pp. 713-723.
- BRIDGES, E., ENSOR, K. B., NORTON, J. A.: Forecasting the Number of Competing Products in High-Technology Markets. *International Journal of Forecasting*. Vol. 9, n°3. 1993, pp. 399-405.
- BRISCOE, B.; ODLYZKO, A.; TILLY, B.: Metcalfe's Law is Wrong. *IEEE Spectrum*, July 2006: 26-31.
- CHENG, J. M. S., KAO, L. L. Y., LIN, J. Y.: An Investigation of the Diffusion of Online Games in Taiwan: An Application of Roger's Diffusion of Innovation Theory. *Journal of the American Academy of Business*. Vol. 5. 2004, pp. 439-445.
- CHOW, G. C.: Technological Change and the Demand for Computers. *American Economic Review*. Vol. 57, n°5, 1967, pp. 1117-1130.
- DE CESARE, L., DI LIDDO, A.: "A Bolza Optimal Control Problem for Innovation Diffusion". *Dynamic Systems and Applications*. Vol. 9. 2000, pp. 269-280.
- EASIGWOOD, C., MAHAJAN, V., MULLER, E.: "A Non Symmetric Responding Logistic Model for Forecasting Technological Substitution. *Technological Forecasting and Social Change*. Vol. 20. 1981, pp. 199-213.
- FERNÁNDEZ-ABASCAL, H., GUJARRO, M. M., ROJO, J. L., SANZ, J. A.: *Cálculo de Probabilidades y Estadística*. Primera Edición. Editorial Ariel, S. A., Barcelona. 1994. ISBN: 84-344-2094-5.
- FLOYD, A.: Trend Forecasting. A Methodology for Figures of Merit. In BRIGHT, J. (Ed.): *Technological Forecasting for Industry and Government: Methods and Applications*. Prentice-Hall. 1968. ISBN: 0139021485
- FRANSES, P. H.: Finding a Gompertz Curve. *Journal of the Operational Research Society*. Vol.45, n°1. 1994, pp. 109-113.
- FUENTELESAZ, L., MAICAS, J. P., POLO, Y.: Economía Digital y Estrategia Empresarial: un Análisis desde la Dirección Estratégica. *Revista de Empresa*. n° 5, 2003, pp. 54-69.
- GANESH, J., KUMAR, V., SUBRAMANIAM, V.: Learning Effect in Multinational Diffusion of Consumer Durables: An Exploratory Investigation. *Journal of the Academy of Marketing Science*. Vol. 25, n° 3. 1997, pp. 214-228.
- GAPTEL: Televisión Digital. 2005. Disponible en <http://observatorio.red.es/estudios/documentos/tvdigital.pdf>
- GAPTEL: Banda Ancha. 2004. Disponible en http://observatorio.red.es/estudios/documentos/gaptel_banda_ancha.pdf
- GRILICHES, Z.: Hybrid Corn and the Economics of Innovation. *Science*, Vol. 132. 1960, pp. 275-280.
- GRILICHES, Z.: Hybrid Corn: An Exploration in the Economics of Technological Change. *Econometrica*. Vol. 25. 1957, pp. 501-522.

- HARVEY, A. C.: Time Series Forecasting Based on the Logistic Curve. *Journal of Operational Research Society*. Vol. 35. 1984, pp. 641-646.
- HERNES, G.: Diffusion and Growth. The Non Homogeneous Case. *Scandinavian Journal of Economics*. Vol. 78, nº 3. 1976, pp. 427-436.
- ISLAM, T., FIEBIG, D. G., MEADE, N.: Modelling Multinational Telecommunications Demand with Limited Data. *International Journal of Forecasting*. Vol. 18, nº4. 2002, pp. 605-624.
- JAIN, D., MAHAJAN, V., MULLER, E.: Innovation Diffusion in the Presence of Supply Restrictions. *Marketing Science*. Vol. 10, nº 1. 1991, pp. 83-90.
- JEULAND, A. P.: Parsimonious Models of Diffusion of Innovations. Part A, Derivations and Comparisons. Working Paper, Graduate School of Business, University of Chicago. 1981.
- KIISKI, S., POHJOLA, M.: Cross-Country Diffusion of the Internet. *Information Economics and Policy*. Vol. 14, 2002, pp. 297-310.
- KUMAR, U., KUMAR, V.: Technological Innovation Diffusion: The Proliferation of Substitution Models and Easing the User's Dilemma. *IEEE Transactions on Engineering Management*. Vol. 39, nº 2. 1992, pp. 158-168.
- LEE, J. C., LU, K. W., HORNG, S. C.: Technological Forecasting with Nonlinear Models. *Journal of Forecasting*. Vol. 11, nº3. 1992, pp. 195-206.
- LÓPEZ, S., FRANCE, J. GERRITS, W. J. J., DHANOA, M. S., HUMPRIES, D. J., DIJKSTRA, J.: A Generalized Michaelis-Mentel Equation for the Analysis of Growth. *Journal of Animal Science*. Vol. 78, nº 7. 2000, pp. 1816-1828.
- LÓPEZ SÁNCHEZ, J. I.; ARROYO BARRIGÜETE, J. L.: Modelos de Difusión Tecnológica en Presencia de Efectos de Red. *Póster en el XV Congreso Nacional ACEDE*. 2005a.
- LÓPEZ SÁNCHEZ, J. I.; ARROYO BARRIGÜETE, J. L.: Desarrollo de un modelo de competencia tecnológica en presencia de efectos de red a partir de la Ley de Metcalfe modificada. *Comunicación oral en el XV Congreso Nacional ACEDE*. Septiembre de 2005b.
- MANSFIELD, E.: Technical Change and the Rate of Imitation. *Econometrica*. Vol. 29, nº4. 1961, pp. 741-767.
- MARTÍN-CARRILLO DOMÍNGUEZ, A.: Desarrollo de un Modelo Flexible de Difusión de Innovaciones: Aplicación a los Casos de Nuevas Tecnologías Aeroespaciales y de Internet. *Tesis Doctoral no publicada. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad Complutense de Madrid*. 2000.
- MCCARTHY, C., RYAN, C. J.: An Econometric Model of Television Ownership *Economic and Social Review*. Vol. 7. 1976, pp. 256-177.
- MEADE, N., ISLAM, T.: Technological Forecasting. Model selection, Model Stability, and Combining Models. *Management Science*. Vol.44, nº 8. 1998, pp. 1115-1130.
- MORRISON, J.: How to use diffusion models in new product forecasting. *The Journal of Business Forecasting Methods & Systems*. Vol.15, nº 2. 1996, pp. 6-9.
- MOTULSKY, H., CHIRSTOPOULUS, A. (2003): Fitting Models to Biological Data Using Linear and Nonlinear Regression. A practical Guide to Curve Fitting. GraphPad Software Inc. (Disponible en <http://graphpad.com/manuals/prism4/RegressionBook.pdf>)
- MURTHY, D. N. P., XIE, M., JIANG, R. (2004): Weibull Models. John Wiley & Sons, Inc.
- NOVALES CINCA, A.: *Econometría*. Segunda Edición. McGraw Hill, Madrid. 1998. ISBN: 84-481-0128-6

- OREN, S., SMITH, S., WILSON, R.: Nonlinear Pricing in Markets with Interdependent Demand. *Marketing Science*. Vol. 1, nº3. 1982, pp. 287-313.
- OREN, S., SMITH, S.: Nonlinear Pricing and Network Externalities in Telecommunications. *6th International Conference on Computer Communication*. 1982.
- PALOHEIMO, J. E., DICKIE, L. M.: Food and Growth of Fishes. 1. A Growth Curve Derived from Experimental data. *J. Fish. Res. Board Can.* Vol 22. 1965, pp. 521-542.
- PEREIRA, P.; PERNÍAS-CERRILLO, J. C.: The Diffusion of Cellular Telephony in Portugal before UMTS: A Time Series Approach. *Working Paper nº 8, Autoridade da Concorrência*. 2005.
- PUUMALAINEN, K., SUNDQVIST, S. Global Diffusion of Telecommunications Innovations: A Cross-Cultural Review. *International Journal of Technology Management*. Vol. 1, nº 1. 2005, pp. 2-36.
- ROGERS, E. M.: *Diffusion of Innovations*. The Free Press, New York. 1962. ISBN: 0743222091
- RUAN, S.: Delay Differential Equations in Single Species Dynamics. In DADS, E. A., ARINO, O., HBID, M. *Delay Differential Equations with Applications*. NATO Advanced Study Institute. (www.math.miami.edu/~ruan/publication.html). 2004.
- SÁNCHEZ GONZÁLEZ, C.: *Métodos Económicos*. Barcelona: Ariel Economía. 1999. ISBN: 84-344-2145-3.
- SEVCIK, P.: Innovation Diffusion. *Business Communication Review*. Vol. 34, nº 9. 2004, pp. 8-11.
- SHARIF, N. M., ISLAM, N. M.: The Weibull Distribution as a General Model for Forecasting Technological Change. *Technological Forecasting and Social Change*. Vol. 18. 1980, pp. 247-256.
- SHARIF, N. M., KABIR, C.: A generalized Model for Forecasting Technological Substitution. *Technological Forecasting and Social Change*. Vol. 8. 1976, pp. 353-364.
- SHARMA, P., BHARGAVA, S. C.: A Non-Homogeneous Non-Uniform Influence Model of Innovation Diffusion. *Technological Forecasting and Social Change*. Vol. 46. 1994, pp. 279-288.
- SIMON, H., SEBASTIAN, K.: Diffusion and Advertising: The German Telephone Campaign. *Management Science*. Vol. 33, nº4. 1987, pp. 451-466.
- SINGH, S. K., MADDALA, G. S.: A Function for Size Distribution of Incomes. *Econometrica*. Vol. 44, nº5. 1976, pp. 963-970.
- TANNY, S. M., DERZKO, N. A.: Innovators and Imitators in Innovation Diffusion Modelling. *Journal of Forecasting*. Vol. 7, nº 4. 1988, pp. 225-234.
- TEHAN, R.: Internet Statistics: Explanation and Sources. CRS Report for Congress (RL31270). 2002.
- TEOTIA, A. P. S., RAJU, P. S.: Forecasting the Market Penetrating of New Technologies Using a Combination of Economic Cost and Diffusion Models. *Journal of Product Innovation Management*. Vol 3. 1986, pp. 225-237.
- WEISSTEIN, E. W: *CRC Concise Encyclopedia of Mathematics*. CRC Press LLC, USA. 1999. ISBN: 1584883472.
- WEITZEL, T., BEIMBORN, D., KÖNIG, W.: A Unified Economic Model of Standard Diffusion: The Impact of Standardization Cost, Network Effects, and Network Topology. *MIS Quarterly*. Vol. 30. Special Issue. 2006., pp. 489-514.