Cuadernos de Estudios Empresariales
Vol. 11 (2001) 187-201

ISSN: 1131-6985

Financiación de una empresa multinacional mediante programación estocástica por metas

ANA GARCÍA AGUADO
Profesora Titular
Escuela Universitaria de Estudios Empresariales
Universidad Complutense de Madrid

RESUMEN

En este artículo se plantea un problema de Financiación de una Empresa Multinacional como un problema de Programación Estocástica por Metas. Se propone su resolución mediante un algoritmo iterativo propio para resolver dicho tipo de problemas.

ABSTRACT

In this article a Multinational Company Financing problem is set out as a Stochastic Goal Programming problem. Its solution is proposed through an suitable iterative algorithm to solve that kind of problems.

1. INTRODUCCIÓN

Es conocido que una formulación habitual de un problema de Programación por Metas, denominada Programación por Metas Ponderadas, es la siguiente:

$$\begin{array}{ll} \underset{\bar{x},\bar{y}^+,\bar{y}^-}{mín.} & \sum_{i=1}^{p}(w_i^+ y_i^+ + w_i^- y_i^-) \\ s.a. & f(\bar{x})+\bar{y}^- - \bar{y}^+ = \bar{m} \\ & \bar{x}\in X \\ & \bar{y}^+,\ \bar{y}^- \geq \bar{0} \\ & \bar{w}^+,\ \bar{w}^- \geq \bar{0} \end{array} \tag{1}$$

donde:

- $X \subset \Re^n$ es el conjunto factible.
- f es la función objetivo, $f(\bar{x}) = (f_1(\bar{x}), \cdots, f_p(\bar{x}))$.
- $\bar{m}$ es el vector de niveles de aspiración.
- los valores óptimos de las variables y_i^+, y_i^- verifican que $y_i^+ \cdot y_i^- = 0$ para todo i y representan el exceso y el defecto del i-ésimo objetivo, respectivamente, asociado con la solución factible $\bar{x}$.
- $\bar{w}^+$, $\bar{w}^-$ son los pesos o ponderaciones y representan la relación de intercambio (trade-off) entre tal exceso y defecto, respectivamente, que se supone constante.

Al resolver este problema se pretende hallar la solución factible, $\bar{x}$, tan cercana como sea posible a la meta dada. Para ello se minimiza la suma ponderada de las desviaciones de los objetivos a los niveles de aspiración.

Supondremos que (1) es un programa lineal, es decir, que las funciones objetivo son lineales ($f(\bar{x}) = A\,\bar{x}$, donde A es una matriz de orden $n \times p$) y el conjunto factible, X, está definido por restricciones lineales.

Una formulación equivalente podría ser la siguiente:

Para cada $\bar{x} \in X$ definimos

$$Q(\bar{x}) = \underset{\bar{y}^+,\,\bar{y}^-}{Min} \left\{ \sum_{i=1}^{p} \left(w_i^+ y_i^+ + w_i^- y_i^- \right) \ , \ s.a. \ \ A\ \bar{x} + \bar{y}^- - \bar{y}^+ = \bar{m} \ \ , \ \bar{y}^+, \ \bar{y}^- \geq \bar{0} \right\} \quad (2)$$

La solución óptima del problema de Programación por Metas es la solución factible que minimice la desviación global de los p objetivos, es decir, la solución del programa

$$\begin{aligned} &m\acute{\imath}n. \ Q(\bar{x}) \\ &s.a. \ \ \bar{x} \in X \end{aligned} \qquad (3)$$

2. EXTENSIONES DE LA PROGRAMACIÓN POR METAS

Lo mismo que ocurrió con la programación lineal convencional, en el ámbito de la programación por metas, se han desarrollado diversas extensiones del modelo que tratan de ampliar las posibilidades del mismo en su aplicación a la realidad.

Una primera extensión consiste en considerar variables de valores enteros (o discretas) y / o formas no lineales tanto en las metas como en la función objetivo. Estas extensiones son relativamente sencillas (ver Ignizio, 1976).

Una segunda extensión es la programación por metas lexicográfica. En los métodos lexicográficos el decisor constituye grupos ordenados de metas según un orden rígido de prioridades excluyentes. En primer lugar se trata de alcanzar las metas situadas en la prioridad más alta. Una vez conseguido esto, se trata de alcanzar las metas situadas en la segunda prioridad y así sucesivamente. Es decir, las preferencias se ordenan de un modo similar a como se ordenan las palabras de un diccionario (de ahí el nombre de programación por metas lexicográficas).

Esto es, el decisor construye el vector $a = (a_1, a_2, \cdots, a_k)$, donde $a_i = g_i(\bar{y}^+, \bar{y}^-)$, $i = 1,2, \cdots, k$, es una función lineal de las variables de desviación no deseadas de las metas que se desea minimizar (con el fin de conseguir la máxima realización posible de las correspondientes metas) en la i-ésima prioridad. Por lo tanto, el proceso completo de minimización lexicográfica de las variables de desviación no deseadas viene dado por

$$\begin{array}{ll} \textit{Lex. min.} & a = (a_1, a_2, \cdots, a_k) \\ s.a. & f(\bar{x}) - \bar{y}^+ + \bar{y}^- = \bar{m} \\ & \bar{x} \in X \end{array} \tag{4}$$

donde

$$\begin{aligned} f(\bar{x}) &= \left(f_1(\bar{x}), f_2(\bar{x}), \cdots, f_p(\bar{x})\right) \\ \bar{y}^+ &= (y_1^+, y_2^+, \cdots, y_p^+) \\ \bar{y}^- &= (y_1^-, y_2^-, \cdots, y_p^-) \\ \bar{m} &= (m_1, m_2, \cdots, m_p) \end{aligned}$$

Este vector *Lex. min.* $a = (a_1, a_2, \cdots, a_k)$ se denomina *vector de logro*, y reemplaza a la función objetivo de los modelos convencionales de programación lineal.

La minimización lexicográfica del vector de logro implica la minimización ordenada de sus componentes, es decir, primero se encuentra el valor más pequeño de la componente a_1 , a continuación se busca el valor más pequeño de la componente a_1 , a continuación se busca el valor más pequeño de la componente a_2 , compatible con el valor previamente obtenido de a_1 , y así sucesivamente.

Para resolver el programa (4) hay distintos algoritmos: el método gráfico, el método secuencial, el método multifase o simples modificado, el método de Arthur y Ravindran...

Otras posibles extensiones surgen de enfoques minimizadores alternativos a los enfoques basados en metas lexicográficas y en metas ponderadas. Tienen lugar así:

La programación por metas «mínimax», sugerida inicialmente por Flavell en 1976. Este método consiste en buscar la minimización de la máxima desviación entre todas las desviaciones posibles. La estructura matemática del modelo es

$$\begin{aligned} \min \quad & d \\ s.a. \quad & \alpha_i y_i^+ + \beta_i y_i^- \leq d \ , \ i = 1, 2, \cdots, p \\ & f(\bar{x}) - \bar{y}^+ + \bar{y}^- = \bar{m} \\ & \bar{y}^+ \geq \bar{0} \, , \bar{y}^- \geq \bar{0} \\ & \bar{x} \in X \end{aligned} \tag{5}$$

donde

- d es la máxima desviación posible de todas las metas.
- α_i y β_i son coeficientes indicadores de las preferencias relativas del decisor y, a la vez, normalizadores. $\alpha_i = 0$ cuando en la i-ésima meta la variable de desviación no deseada es y_i^- . Y $\beta_i = 0$ cuando en la i-ésima meta la variable de desviación no deseada es y_i^+ .

El problema (5) es un problema de programación lineal convencional que se puede resolver por aplicación directa del Simplex.

La programación multimetas. Fue propuesta por Zenely en 1982. Este enfoque minimiza las variables de desviación no deseadas en el sentido de la programación multiobjetivo, esto es, buscando soluciones eficientes.

La estructura matemática de este modelo es

$$
\begin{aligned}
&Eff\ g(\overline{y}^+,\overline{y}^-)=[g_1(\overline{y}^+,\overline{y}^-),\cdots,g_p(\overline{y}^+,\overline{y}^-)]\\
&s.a. \qquad f(\overline{x})-\overline{y}^+ +\overline{y}^- =\overline{m}\\
&\qquad\quad \overline{y}^+\geq\overline{0},\overline{y}^-\geq\overline{0}\\
&\qquad\quad \overline{x}\in X
\end{aligned}
$$

En este modelo, como en cualquier otro modelo de programación multimetas, la eficiencia se establece en el sentido minimizador.

Es un enfoque atractivo ya que combina el deseo del decisor de satisfacer las metas por medio de la programación por metas, con el potente concepto de eficiencia paretiana. Pero, pese a su indudable interés, está todavía poco desarrollado, tanto a nivel teórico como a nivel de aplicaciones.

Otra posible extensiones es la Programación Borrosa, en la que no nos detenemos porque requeriría introducir la metodología de los conjuntos borrosos.

Por último tenemos la Programación Lineal Estocástica por Metas, que responde a múltiples problemas de la vida real, ya que frecuentemente los problemas de decisión dependen de parámetros desconocidos, es decir, son de naturaleza estocástica. Por ejemplo, los objetivos en los procesos de planificación de las empresas, habitualmente, incluyen valores mínimos de variables aleatorias tales como beneficios, ventas, rendimientos de inversiones, etc.

Dedicamos el apartado siguiente a la Programación Estocástica por Metas:

3. PROGRAMACIÓN ESTOCÁSTICA POR METAS

Supongamos que los niveles de aspiración, $\overline{m}$, son aleatorios, es decir, $\overline{m} = \overline{\xi}$, siendo $\overline{\xi}$ un vector aleatorio del espacio probabilístico (Ξ, F, P), con $\Xi \subset \Re^p$ del que se conoce la distribución de probabilidad conjunta.

Entonces, el problema planteado es

$$
\begin{aligned}
&\text{"}\min_{\overline{x},\overline{y}^+,\overline{y}^-}\text{"} \sum_{i=1}^{p}(w_i^+ y_i^+ + w_i^- y_i^-)\\
&s.a. \quad f(\overline{x})+\overline{y}^- -\overline{y}^+ =\overline{\xi}\\
&\qquad\ \overline{x}\in X\\
&\qquad\ \overline{y}^+ ,\ \overline{y}^- \geq\overline{0}\\
&\qquad\ \overline{w}^+ ,\ \overline{w}^- \geq\overline{0}
\end{aligned}
\tag{6}
$$

que, evidentemente, es un problema de programación estocástica.

Para poder definir un determinista equivalente del programa estocástico (6), nos puede ayudar el Análisis de Decisión Bayesiano. Como sabemos, si las preferencias del decisor sobre las posibles consecuencias de sus decisiones son consistentes con ciertos axiomas de racionalidad (ver, por ejemplo, el capítulo 7 de DeGroot, M. H., 1970), entonces, es posible definir una función sobre las consecuencias, denominada utilidad de las consecuencias, tal que una decisión factible será preferida a otra si, y solamente si, la utilidad esperada de las posibles consecuencias es mayor para la primera decisión que para la segunda. En problemas de decisión es frecuente utilizar la denominada función de pérdida (la función de utilidad cambiada de signo), en lugar de la función de utilidad. En este caso el decisor elegirá como óptima la decisión que minimice la pérdida esperada de sus consecuencias.

Concretamente el decisor procede del siguiente modo: en primer lugar define una consecuencia para cada decisión factible $\bar{x}$ y para cada posible realización del parámetro aleatorio $\bar{\xi}$; a continuación especifica una pérdida numérica asociada con cada consecuencia; por último calcula la pérdida esperada de cada decisión factible y elige la decisión con mínima pérdida esperada.

Aplicando este marco general a nuestro problema concreto, cabe preguntarse: ¿Cuál será la consecuencia asociada a una decisión factible $\bar{x} \in X$ y a una realización del vector aleatorio $\bar{\xi} \in \Xi$ en un problema del tipo (6)? Teniendo en cuenta que la *Programación Estocástica por Metas* es una generalización de la *Programación Determinista por Metas*, para un valor de $\bar{\xi}$ dado la consecuencia asociada con la elección de cualquier solución factible $\bar{x}$ coincidirá con la solución del *Programa Determinista por Metas* (2), y por lo tanto la consecuencia asociada con cualquier $\bar{x} \in X$ y $\bar{\xi} \in \Xi$ vendrá dada por la solución del siguiente programa lineal

$$Q\left(\bar{x}, \bar{\xi}\right) = \min_{\bar{y}^{+},\, \bar{y}^{-}} \left\{ \sum_{i=1}^{p} \left(w_i^{+} y_i^{+} + w_i^{-} y_i^{-} \right),\ s.a. f(\bar{x}) + \bar{y}^{-} - \bar{y}^{+} = \bar{\xi},\ \bar{y}^{+}, \bar{y}^{-} \geq \bar{0} \right\} \quad (7)$$

La interpretación de este programa es la misma que la del programa (2), esto es, $Q\,(\bar{x}, \bar{\xi})$ mide la desviación global entre $f(\bar{x})$ y $\bar{\xi}$. Si las ponderaciones $\bar{w}^{+}$, $\bar{w}^{-}$ se identifican con los costes monetarios del exceso y el defecto del cumplimiento de las metas, la solución del problema (7) mide el coste global de todas las desviaciones en unidades monetarias. Además, si el rango de variación de tales costes no es demasiado grande, o si se debe tomar un número grande de decisiones similares a lo largo del tiempo, entonces se puede suponer indiferencia al riesgo y, por lo tanto, una función de pérdida lineal.

Luego, bajo tales condiciones, la solución (bayesiana) de nuestro problema de *Programación Estocástica por Metas*, será la solución óptima del programa

$$\begin{array}{ll} min. & E_{\bar{\xi}}\left[Q\left(\bar{x},\bar{\xi}\right)\right] \\ s.a. & \bar{x} \in X \end{array} \tag{8}$$

El programa (8) es una formulación determinista para problemas de Programación por Metas con niveles de aspiración aleatorios. Los programas (7) y (8) son una clara generalización de la formulación en dos pasos de la Programación por Metas Determinista en los programas (2) y (3).

Por otro lado, teniendo en cuenta cómo hemos llegado al problema (8), es evidente que dicho problema es compatible, bajo ciertas condiciones, con el enfoque Bayesiano de la Teoría de la Decisión. Luego se puede formular mediante la representación habitual de dichos problemas del siguiente modo:

$$\begin{array}{c|c} & \cdots\ \cdots\ \zeta\ \cdots\ \cdots \\ X \diagdown \Xi & \cdots\ \cdots\ \bar{\xi}\ \ \cdots\ \cdots \\ \hline \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ \bar{x} & \cdots\ \ \cdots Q\left(\bar{x},\bar{\xi}\right)\cdots\ \ \cdots \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \end{array}$$

A cada fila o decisión $\bar{x}$ se le asocian los correspondientes costes esperados $E_{\bar{\xi}}\left[Q(\bar{x},\bar{\xi})\right]$ y la decisión óptima o de Bayes es aquella decisión $\bar{x} = \bar{x}_0$ que minimice estos valores esperados, es decir, aquella decisión que verifique que

$$E_{\bar{\xi}}\left[Q\left(\bar{x}_0,\bar{\xi}\right)\right] = \min_{\bar{x}} E_{\bar{\xi}}\left[Q\left(\bar{x},\bar{\xi}\right)\right]$$

4. APLICACIÓN A LA FINANCIACIÓN DE UNA EMPRESA MULTINACIONAL

Consideremos una empresa multinacional que tiene sucursales en N países y planifica con antelación la financiación de dichas sucursales.

Lógicamente, la empresa puede aprovechar las distintas peculiaridades financieras de los países donde está implantada.

Supongamos que los objetivos de la empresa son:

1. Minimizar el coste total de la financiación de cada sucursal.
2. Que la suma de los fondos generados internamente por cada sucursal y cedidos a las restantes sucurcales no supere los beneficios de dicha sucursal.
3. Que la razón entre el total de acciones emitida por cada sucursal y sus correspondientes beneficios, no supere una cota máxima fijada previamente, R.
4. Que la razón entre el total de deuda contraída por cada sucursal y sus correspondientes beneficios, no supere una cota máxima fijada previamente, R'.

Además, evidentemente, las necesidades financieras de cada sucursal deben ser cubiertas.

Por lo tanto, si:

f_{ji} son los fondos internamente generados por la sucursal j, utilizados para financiar a la sucursal i.

a_{ji} son las acciones emitidas por la sucursal j, utilizadas para financiar a la sucursal i.

d_{ji} es la deuda contraída por la sucursal j, utilizadas para financiar a la sucursal i.

r_j es el interés de los préstamos suscritos por la sucursal j.

r_j' es la rentabilidad de las acciones emitidas por la sucursal j.

t_j es el impuesto sobre los activos que se sacan del país j.

b_j son los beneficios de la sucursal j.

c_{ji} es el tipo de cambio entra las divisas j e i.

$c_{j\$}$ es el tipo de cambio entra la divisa j y el dólar.

M_i son las necesidades financieras de la sucursal i.

Con esta notación, los cuatro objetivos propuestos por la empresa multinacional, en el mismo orden en que los hemos formulado, son:

$$min \quad \sum_{j=1}^{N} \left(r_j d_{ji} + r_j' a_{ji}\right) \cdot c_{j\$}, \quad i = 1,\cdots,N \tag{9}$$

$$\sum_{i=1}^{N} f_{ji} \leq b_j, \quad j = 1,\cdots,N \tag{10}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{N} a_{ji}}{b_j} \leq R, \quad j = 1,\cdots,N \tag{11}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{N} d_{ji}}{b_j} \leq R', \quad j = 1,\cdots,N \tag{12}$$

Y las restricciones que se deben verificar son:

$$f_{ii} + a_{ii} + d_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N} \left(f_{ji} + a_{ji} + d_{ji}\right)\left(1 - t_j\right) c_{ji} = M_i, \quad i = 1,\cdots,N$$

$$f_{ji}, d_{ji}, a_{ji} \geq 0, \quad i = 1,\cdots,N, \quad j = 1,\cdots,N$$

que representaremos, respectivamente, por (13) y (14).

Dado que la empresa planifica de antemano, los beneficios b_j de cada sucursal $j = 1, \cdots, N$ no se conocen, por lo tanto es más realista suponer que dichos beneficios son aleatorios y los representaremos por ξ_j, $j = 1, \cdots, N$.

Supongamos que todos los demás elementos que intervienen en el problema son conocidos. (En caso de que alguno de ellos fuese una variable aleatoria, supondremos que su distribución de probabilidad es conocida y que se toma su valor medio).

Los objetivos (11) y (12) son equivalentes, respectivamente, a

$$\frac{\sum_{i=1}^{N} a_{ji}}{R} \leq \xi_j\,, \quad j=1,\cdots,N$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{N} d_{ji}}{R'} \leq \xi_j\,, \quad j=1,\cdots,N$$

Bajo estas hipótesis el problema se puede plantear como un problema de *Programación Estocástica por Metas* del siguiente modo:

$$\sum_{j=1}^{N}\left(r_j\, d_{ji} + r_j' a_{ji}\right) - y_{1i}^{+} + y_{1i}^{-} = 0\,, \quad i=1,\cdots,N$$

$$\sum_{i=1}^{N} f_{ji} - y_{1j}^{+} + y_{1j}^{-} = \xi_j\,, \quad j=1,\cdots,N$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{N} a_{ji}}{R} - y_{2j}^{+} + y_{2j}^{-} = \xi_j\,, \quad j=1,\cdots,N$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{N} d_{ji}}{R'} - y_{3j}^{+} + y_{3j}^{-} = \xi_j\,, \quad j=1,\cdots,N$$

$$f_{ii} + a_{ii} + d_{ii} + \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N}\left(f_{ji} + a_{ji} + d_{ji}\right)\left(1-t_j\right)c_{ji} = M_i\,,$$

$$i=1,\cdots,N$$

$$f_{ji}\,, d_{ji}\,, a_{ji} \geq 0\,, \quad i=1,\cdots,N\,, \quad j=1,\cdots,N$$

Que se puede resolver mediante el programa:

$$\min \quad \sum_{i=1}^{N} c_{i\$} y_{1i}^{+} + \sum_{j=1}^{N} \left(w_{1j}\, c_{j\$} y_{1j}^{+} + w_{2j}\, c_{j\$} y_{2j}^{+} + w_{3j}\, c_{j\$} y_{3j}^{+} \right)$$

$$s.a. \quad \sum_{j=1}^{N} \left(r_j\, d_{ji} + r_j' a_{ji} \right) \cdot c_{j\$} - y_{1i}^{+} + y_{1i}^{-} = 0\,, \quad i = 1, \cdots, N$$

$$\sum_{i=1}^{N} f_{ji} - y_{1j}^{+} + y_{1j}^{-} = \xi_j\,, \quad j = 1, \cdots, N$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{N} a_{ji}}{R} - y_{2j}^{+} + y_{2j}^{-} = \xi_j\,, \quad j = 1, \cdots, N$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{N} d_{ji}}{R'} - y_{3j}^{+} + y_{3j}^{-} = \xi_j\,, \quad j = 1, \cdots, N$$

$$f_{ii} + a_{ii} + d_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N} \left(f_{ji} + a_{ji} + d_{ji} \right) \left(1 - t_j \right) c_{ji} = M_i$$

$$i = 1, \cdots, N$$

$$f_{ji}\,, d_{ji}\,, a_{ji} \geq 0\,, \quad i = 1, \cdots, N\,, \quad j = 1, \cdots, N$$

$$y_{1i}^{+}, y_{1i}^{-}, y_{1j}^{+}, y_{1j}^{-}, y_{2j}^{+}, y_{2j}^{-}, y_{3j}^{+}, y_{3j}^{-} \geq 0$$

$$i = 1, \cdots, N\,, \quad j = 1, \cdots, N$$

que representaremos por (15), y que, obviamente, es un problema del tipo (6)

$$
\begin{aligned}
&\text{"}\boldsymbol{min}\text{"} \quad \sum_{i=1}^{p}\left(w_i^+ y_i^+ + w_i^- y_i^-\right) \\
&s.a. \quad \bar{x} \in X \\
&\qquad \left.\begin{array}{l} f_i(\bar{x}) + y_i^- - y_i^+ = \xi_i \\ y_i^+ , y_i^- \geq 0 \\ w_i^+ , w_i^- \geq 0 \end{array}\right\} \quad i = 1,\cdots,p
\end{aligned}
$$

en el que:

- las variables de decisión $\bar{x}$, son

$$\bar{x} = \left(\bar{f},\bar{a},\bar{d}\right)$$

donde, lógicamente,

$$\bar{f} = \left(f_{ji}\right)_{\substack{j=1,\cdots,N \\ i=1,\cdots,N}} \ , \ \bar{a} = \left(a_{ji}\right)_{\substack{j=1,\cdots,N \\ i=1,\cdots,N}} \ , \ \bar{d} = \left(d_{ji}\right)_{\substack{j=1,\cdots,N \\ i=1,\cdots,N}}$$

- el conjunto factible, X, está formado por todos los $\bar{x} = (\bar{f}, \bar{a}, \bar{d})$, tales que

$$f_{ji} , d_{ji} , a_{ji} \geq 0 , \quad i = 1,\cdots,N , \quad j = 1,\cdots,N$$

y

$$f_{ii} + a_{ii} + d_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N}\left(f_{ji} + a_{ji} + d_{ji}\right)\left(1 - t_j\right)c_{ji} = M_i \ , \ i = 1,\cdots,N$$

- w_{1j} es la penalización por haberse comprometido a proporcionar fondos que superan los beneficios que realmente ha tenido la sucursal j, y w_{2j} y w_{3j} son las penalizaciones por la violación de las restricciones de tipo legal (11) y (12), respectivamente, por la sucursal j.

- $\left(\xi_1 , \cdots,\xi_N\right) = \bar{\xi}$

Por lo tanto, el problema (15), se puede resolver mediante el modelo (8):

$$\begin{array}{ll} \min & E_{\bar{\xi}}\left[Q\left(\left(\bar{f},\bar{a},\bar{d}\right),\bar{\xi}\right)\right] \\ s.a. & \left(\bar{f},\bar{a},\bar{d}\right)\in X \end{array} \tag{16}$$

donde, para cada $\bar{x} = (\bar{f}, \bar{a}, \bar{d})$ y cada $(\xi_1, \cdots, \xi_N) = \bar{\xi}$ fijos, $Q\left((\bar{f}, \bar{a}, \bar{d}); \bar{\xi}\right)$ es la solución del problema:

$$\min \quad \sum_{i=1}^{N} c_{i\$} y_{1i}^{+} + \sum_{j=1}^{N}\left(w_{1j}\, c_{j\$} y_{1j}^{+} + w_{2j}\, c_{j\$} y_{2j}^{+} + w_{3j}\, c_{j\$} y_{3j}^{+}\right)$$

$$s.a. \quad \sum_{j=1}^{N}\left(r_j\, d_{ji} + r_j' a_{ji}\right)\cdot c_{j\$} - y_{1i}^{+} + y_{1i}^{-} = 0\,, \quad i = 1,\cdots,N$$

$$\sum_{i=1}^{N} f_{ji} - y_{1j}^{+} + y_{1j}^{-} = \xi_j\,, \quad j = 1,\cdots,N$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{N} a_{ji}}{R} - y_{2j}^{+} + y_{2j}^{-} = \xi_j\,, \quad j = 1,\cdots,N$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{N} d_{ji}}{R'} - y_{3j}^{+} + y_{3j}^{-} = \xi_j\,, \quad j = 1,\cdots,N$$

$$y_{1i}^{+}, y_{1i}^{-}, y_{1j}^{+}, y_{1j}^{-}, y_{2j}^{+}, y_{2j}^{-}, y_{3j}^{+}, y_{3j}^{-} \geq 0$$

$$i = 1,\cdots,N, \quad j = 1,\cdots,N$$

Y el problema (16) se puede resolver aplicando el algoritmo Propuesto por Heras, A y García Aguado, A., en 1988, mediante el que únicamente hay que resolver varios problemas de Programación Lineal.

Obviamente, en la determinación de la función objetivo de dicho problema

$$E_{\tilde{\xi}}\left[Q\left(\left(\bar{f},\bar{a},\bar{d}\right),\tilde{\xi}\right)\right]$$

no influyen los N objetivos deterministas:

$$\sum_{j=1}^{N}\left(r_j d_{ji}+r_j' a_{ji}\right)\cdot c_{j\$}-y_{1i}^{+}+y_{1i}^{-}=0\,,\quad i=1,\cdots,N$$

5. CONCLUSIONES

En las páginas anteriores se ha visto la oportunidad de plantear algunos problemas de decisión como problemas de Programación Estocástica por Metas.

A modo de ejemplo se propone una aplicación a la financiación de una empresa multinacional.

La resolución del problema planteado se puede realizar mediante un sencillo algoritmo consistente en resolver varios programas lineales.

BIBLIOGRAFÍA

CHARNES, A.; COOPER, W. W., y FERGUSON, R. O. (1955): «Optimal Estimation of executive compensation by Linear Programming», *Management Science*, vol. 1, n.° 2, pp. 138-151.

CYERT, R. M., y DE GROOT, M. H. (1987): *Bayesian Analysis and Uncertainty in Economic Theory*, New Jersey, Rowman & Littlefield.

DE GROOT, M. H. (1970): *Optimal Statistical Decisions*, Nueva York, McGraw-Hill.

FLAVELL, R. B. (1976): *A New Goal Programming Formulation*, Omega, vol. 4, pp. 731-732.

FRENCH, S. (1993): *Decision Theory: an Introduction to the Mathematics of Rationality*, Nueva York, Ellis Horwood Limited.

GARCÍA AGUADO, A. (2000): «Decisiones Empresariales mediante Programación Estocástica por Metas», *Cuadernos de Estudios Empresariales.*

HERAS MARTÍNEZ, A., y GARCÍA AGUADO, A. (1998): «Stochastic Goal Programming with recourse, *Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, vol. 92, n.° 4, pp. 409-414.

HERAS MARTÍNEZ, A., y GARCÍA AGUADO, A. (1999): «Stochastic Goal Programming», *Central European Journal of Operational Research*, vol. 7, n.° 3, pp.139-158.

IGNIZIO, J. P. (1976): *Goal Programming and extensions*, Massachusetts, Lexington Books.

IJIRI, Y. (1965): *Management Goals an Accounting for Control,* Amsterdam, North-Holland.

KALL, P. (1976): *Stochastic Linear Programming*, Nueva York, Springer-Verlag.

KALL, P., y WALLACE, S. W. (1995): *Stochastic Programming*, Nueva York, John Wiley & Sons LTD.

LEE, S. M. (1972): *Decision Analysis,* Finland, Auerbach Publishers.

SENGUPTA, J. K. (1982): *Decision Models in Stochastic Programming. Operational Methods of Decision Making under Uncertainty*, Nueva York, Elsevier Science Publishing Co. Inc.

SIMON, H. A. (1957): *Models of Man, Part IV: Rationality and Administrative Decision Making,* Nueva York, Weley.

STANCU-MINASIAN, I. M. (1984): *Stochastic Programming with Multiple Objective Functions*, Bucarest, D. Reidel Publishing Company.

VAJDA, S. (1972): *Probabilistic Programming,* Nueva York, Academic Press.

ZENELY, M. (1982): *Multiple Criteria Decision Making.* Nueva York, McGraw-Hill.