# SEMINARIO DE AUTOMATAS

Participantes: A. Cristóbal, E. García Camarero, I. Fernández Flórez, J. Mira, J.A. Martínez Carrillo, I. Ramos.

Coordinador: J. Mira.

Primera sesión: 9 de octubre.

## Autómatas adaptativos

Por E. García Camarero

Nuestra intención es describir un autómata probabilístico, en el cual las probabilidades de transición no son constantes durante todo el período de aprendizaje, sino que dependen de la adecuación de su output con el medio, o mejor diremos de su conocimiento del medio, de forma que a partir de un instante inicial en el que suponemos un desconocimiento total del medio (es decir, las transiciones son equiprobables desde cada estado a todos los demás) irá evolucionando de manera tal que tras un cierto período de tiempo, su adaptación sea realizada. Damos a continuación una exposición formalizada de estas ideas.

Sean los conjuntos finitos E, S, Q, que llamaremos respectivamente alfabetos de entrada y salida y conjunto de estados. Así

$$E = \{a_i\} \qquad i = 1, 2, \dots l$$
$$S = \{b_j\} \qquad j = 1, 2, \dots m$$
$$Q = \{q_k\} \qquad k = 1, 2, \dots n$$

indicaremos por a(t), b(t), q(t), la descripción del autómata en el tiempo t. Para definir su comportamiento y su evolución en el tiempo damos las dos siguientes funciones:

$$f \quad \begin{cases} q(o) = q_i \\ q(t) = f\,[a(t-1),\ q(t-1),\ p^i_{rs}(t-1)] \end{cases}$$

donde $q(t) = q_s$, $q(t-1) = q_r$, $a(t-1) = a_i$;

y

$$\varphi \quad \begin{cases} p^i_{rs}(o) = 1/n \quad \forall\ i, r, s, \\ p^i_{rs}(t) = \varphi\,[p^i_{rs}(t-1),\ \tau\,(b,t)] \quad \forall\ i, r, s. \end{cases}$$

donde $p^i_{rs} \geqslant 0$ y $\sum\limits_s p^i_{rs} = 1$ y $\tau\,(b)$ queda definida más abajo; expresamos por $p^i_{rs}$ la probabilidad de que el autómata pase del estado $q_r$ al $q_s$ cuando incide la señal $a_i$. Por último precisamos de la función mediante la que definimos el output:

$$\sigma \quad \begin{cases} b(o) = \Lambda \\ b(t) = \sigma\,(q(t)) \end{cases}$$

Es esencial para la evolución del autómata ver que está conectado con el exterior mediante q(t), b(t), y necesitamos un criterio que nos diga el grado de adecuación de la respuesta b(t), para ello introducimos una nueva función $\tau\,(b,t) \longrightarrow \{0,1\}$ , para lo cual utilizamos la idea de medio, en el sentido de que

$\tau\,(b,t) = 1$ si $\underline{\underline{b}}$ es adecuado al medio

$\tau\,(b,t) = 0$ si $\underline{\underline{b}}$ es inadecuado al medio

Para fijar las ideas, concretemos una definición particular de las funciones a que más arriba hacemos referencia. Así damos la función f mediante <u>l</u> matrices probabilísticas de la forma

$$
\begin{array}{c|cccc}
a_i & q_1 & q_2 & \cdots & q_n \\
\hline
q_1 & p^i_{11} & p^i_{12} & \cdots & p^i_{1n} \\
q_2 & p^i_{21} & p^i_{22} & \cdots & p^i_{rn} \\
\vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
q_n & p^i_{n1} & p^i_{n2} & \cdots & p^i_{nn}
\end{array}
$$

con el significado: si incide en el autómata la señal $a_i$ en el tiempo t-1, y se encuentra en ese instante en el estado $q_k$, pasará al estado $q_1$ con la probabilidad $p^i_{k1}$, al estado $q_2$ con la probabilidad $p^i_{k2}$, ... al estado $q_n$ con la probabilidad $p^i_{kn}$.

La función $\varphi$ la definimos:

1°) $p^i_{rs}(o) = \frac{1}{n}$ para $\forall$ i, r, s.

2°) si (b,t) = o

$$p^i_{rs}(t) = \lambda p^i_{rs}(t-1)$$

donde $\lambda$ es un número aleatorio tal que $o \leq \lambda \leq 1$, $q(t-1) = q_r$, $q(t) = q_s$(i,r,s fijos).

$$p^i_{rj}(t) = p^i_{rj}(t-1) \left[1 + \frac{p^i_{rs}(t-1) - p^i_{rs}(t)}{1-p^i_{rs}(t-1)}\right]$$

para los mismos i,r, y todo $j \neq s$.

$$p^z_{xy}(t) = p^z_{xy}(t-1)$$

en los casos no considerados anteriormente.

3°) si $(b,t) = 1$

$$p^i_{rs}(t) = p^i_{rs}(t-1) + \lambda \quad 1-p^i_{rs}(t-1)$$

$$p^i_{rj}(t) = p^i_{rj}(t-1) \quad 1 - \left[\frac{p^i_{rs}(t) - p^i_{rs}(t-1)}{1-p^i_{rs}(t-1)}\right]$$

para los mismos i,r, y todo $j \neq s$.

$$p^z_{xy}(t) = p^z_{xy}(t-1)$$

en los casos no considerados anteriormente.

Sobre la función $\tau$ por ahora nada decimos, mas que nos da un criterio para clasificar los out-puts.

Un ejemplo trivial pero que nos sirve para dar una idea del aprendizaje o adaptación de este tipo de autómatas podría ser: Dada tabularmente una función booleana, y sabiendo que puede expresarse como suma de términos booleanos, encontrar su expresión normal. O si introducimos la idea de costo, encontrar la expresión más económica . Un programa para realizar este ejemplo ha sido construido con éxito por I. Ramos.