CURSOS

METODOS UNIFORMES DE APROXIMACION NUMERICA

Por E. Ortiz

Durante los días 13 al 19 de diciembre de 1969, el Doctor Ortiz, Profesor de Análisis Numérico del Imperial College de Londres dio un curso en este Centro de Cálculo sobre "métodos uniformes de aproximación numérica".

El Dr. Ortiz comenzó haciendo un análisis histórico de las principales aportaciones de Weierstrass, Bernstein, Tchebycheff, Muntz, Lanczos y otros al tema de la aproximación de funciones, como resultado de los estudios sobre un problema físico o matemático.

En los días sucesivos dividió sus explicaciones en dos partes. En la primera estudió el problema de la aproximación de funciones que enunció en la forma siguiente:

"Sea E un espacio dado, cuyas características nos son conocidas y F un conjunto de funciones definidas sobre E. Sea además $\Phi = \{\phi_i\} \subset F$ un subconjunto distinguido de F y f un elemento de F que en general no pertenece a Φ. El problema de la aproximación de f mediante elementos de Φ consiste en hallar una expresión $A(\phi_i)$ tal que su desviación de f, medida de acuerdo con un criterio preestablecido, satisfaga una condición de mínimo. La solución de este problema, en caso de existir, puede o no ser única."

Más adelante concretó el problema de forma que E fuera un espacio topológico compacto de Hausdorff y F, el conjunto de funciones reales y continuas sobre E, C(E). Consideró además solamente el caso en que las expresiones $A(\phi_i)$ son combinaciones lineales de elementos $\phi_i \in \phi \subset F$.

Para medir la desviación entre f F y $A(\phi_i)$ introdujo en C(E) la norma

$$\|h\| = \sup_{x\in E} |h(x)| = \max_{x\in E} |h(x)| \qquad \forall h \in C(E)$$

Después de demostrar la existencia de la "mejor aproximación" en espacios lineales normados y su unicidad en espacios lineales estrictamente normados, estudió el problema de la aproximación en el espacio $C[a,b]$. Este espacio desgraciadamente no es estrictamente normado y no se pueden aplicar los resultados anteriores.

En el resto de esta primera parte del curso estudió la mejor aproximación de las funciones continuas demostrando teoremas clásicos de Weierstrass, Bernstein, La Vallée Poussin, Kolmogoroff y Korovkin.

En la segunda parte del curso estudió un procedimiento numérico para aproximar funciones continuas mediante la resolución de una ecuación diferencial $Dy(x) = f(x)$, de la que se sabe que dicha función es una solución (D es un operador diferencial lineal, con coeficientes polinómicos de orden m).

La ecuación que se resuelve es una ecuación perturbada de la manera siguiente:

$$Dy(x) = f(x)+(\tau_o+\tau_1 x +\ldots+ \tau_r x^r)(c_o^{(n-r)}+c_1^{(n-r)} x +\ldots+ c_{n-r}^{(n-r)} x^{n-r})$$

si lo que se quiere es una aproximación polinomial de orden n. Los términos adicionales del lado derecho son una aproximación de cero. Por ejemplo $c_o^{(n-r)}+ c_1^{(n-r)} x +\ldots+ c_{n-r}^{(n-r)} x^{n-r}$ puede ser el polinomio de Cheloyshev de grado n-r. Los coeficientes τ_i se calculan de manera que se cumplan las condiciones iniciales y otras condiciones. Este método, llamado método TAU, debido a Lanczos ha sido desarrollado por el Dr. Ortiz (v. SIAM J. Numer. Anal., vol. 6, n° 3, Sept. 1969, p. 480-492).

Bibliografía

1. T. Chaves y E.L. Ortiz. "On the numerical solution of two point boundary value problems for lineal differential equations", Z. Angew. Math. Mech., 48 (1968). pp. 415-418.
2. C. Lanczos. "Trigonometric interpolation of empirical and analytical functions", J. Math. Phys., 17 (1938). pp. 123-129.
3. C. Lanczos, "Tables of Chebyshev polynomials $S_n(x)$ and $C_n(x)$, Nat. Bur. Standards Appl. Math. Ser., 9 (1952), pp. V-XXIX.
4. G. Lorentz, "Approximation of Functions", Holt, Rinehart and Winston, Inc., New York (1966).

5. G. Meinardus, "Approximation of Functions: Theory and Numerical Methods", Springer, New York (1967) (traducido del alemán).
6. J.R. Rice, "The approximations of Functions. Vol. I: Linear Theory", Addison-Wesley Publishing Company, Inc. 1964.
7. I.P. Nathanson, "Constructive Function Theory", Frederic Ungar Publishing Co. New York, 1965 (traducido del alemán) Berlin: Akademie-Verlag 1955).
8. E. Ortiz, "An introduction to fonctional analysis and its numerical applications", Imperial College of Science and Technology. University of London. London. 1964.

INTRODUCCION A LA TEORIA DE AUTOMATAS

Por A. Cristóbal

De acuerdo a lo anunciado en el número anterior se va desarrollando normalmente el curso de Teoría de Autómatas los lunes a las 11,30 y de acuerdo al siguiente programa:

Autómatas: Introducción; Máquinas secuenciales; Funciones respuesta; Máquinas conexas; Máquinas reducidas; Clases especiales de máquinas; Máquinas cociente.
Semigrupos y Máquinas: Semigrupos de una máquina; Retículo de máquinas; Sistemas de Transición; Problemas de minimación.
Máquinas probabilísticas: Definiciones; Comportamiento; Autómatas actual.
Aceptadores: Definiciones; Expresiones regulares.
Gramáticas y lenguajes: Introducción; Gramáticas libres y sensitivas; Modelos intuitivos libres; Formulación precisa; Autómatas finito y lenguajes lineales; Teoremas usuales; Operaciones sobre lenguajes; Algunos problemas decidibles.

Bibliografía

HARRISON.- "Introduction to Switching and Automatas Theory". McGraw-Hill, 1965.
GILL.- "Introduction to the Theory of Finite-state Machines". McGraw-Hill, 1962.
GINSBURG.- "An Introduction to Mathematical Machine Theory". Addison-Wesley, 1962.
KOBRINSKII-TRAKHTENBROT.- "Introduction to the theory of Finite Automatas".- North-Holland, 1965.
GINZBURG.- "Algebraic Theory of Automata".- Academic Press,1968.
ARBIB.- "Algebraic Theory of Machine, Languages and Semigroups". Academic Press, 1968.