

SEMINARIO DE AUTOMATAS

Participantes: J. Alfonseca, A. Cristóbal, E. García Camarero,
I. Fernández Flórez, J. A. Martínez Carrillo,
F. Ramírez, I. Ramos.

Coordinador: J. Mira Mira.

Sesiones: 15, 22 y 29 de enero.

BASES PARA EL ESTUDIO DEL APRENDIZAJE

Por J. Mira Mira

Estas notas son la segunda parte de los comentarios sobre el concepto de aprendizaje en diferentes campos. En la primera parte se expusieron las líneas generales, una breve revisión del aprendizaje tal como se entiende en sistemas tecnológicos, y las bases que la neurofisiología y la psicología experimental nos pueden proporcionar para el diseño de sistemas que aprendan.

En esta segunda parte se expone el enfoque cibernético del aprendizaje, un ejemplo de qué puede ser el modelo de un medio, algunas ideas acerca de como una red neuronal puede realizar procesamiento simbólico y unos comentarios sobre simulación digital y electrónica del aprendizaje por refuerzo. Finalmente se habla de la evolución de nuestro seminario.

Enfoque cibernético del aprendizaje

Antes de plantear una línea de trabajo para el diseño de modelos de aprendizaje conviene especificar el concepto. Aprender ¿qué? o hacer ¿qué cosa? En los tipos antes descritos se trataba de aprender a realizar una o varias de las cosas siguientes:

1) Aprender una serie de datos.

2) Aprender a realizar una tarea mecánica, una serie de movimientos conectados de forma adecuada, tras un proceso de entrenamiento.

3) Aprender a clasificar configuraciones de acuerdo con cierto criterio adaptivo. Ejemplos de este tipo de procesos son las redes llamadas "learning matrix" y "Madaline" en que primero se "entrena" al sistema: se le dan las reglas de clasificación y después se le hace tomar decisiones de acuerdo con un detector de máximos que opera con cierta métrica.

4) Extensión del apartado anterior a todo lo que se entiende por reconocimiento de caracteres.

5) Aprender a inducir ciertas reglas de decisión o criterios de clasificación como los más eficientes de un conjunto de posibles, del que ya dispone la máquina a priori. Caso, por ejemplo, de una máquina de reconocimiento lineal, que dispone de todos los operadores lineales posibles y elige un cierto subconjunto como el más idóneo para procesar una determinada clase de patterns.

6) Aprender como crear un lenguaje formal y usarlo, equivalente en cierto modo, a aprender a abstraer leyes o relaciones ostensibles en el medio. Este aprendizaje, considerado como posibilidad de inducir o abstraer es del tipo Signo-Significado, en que se reestructura el espacio de percepción y el modelo del medio. No se comprende el aprendizaje, sin un medio con el que el sistema esté fuertemente acoplado.

El modelo del medio es un conjunto de relaciones. Estas relaciones (sus etiquetas), constituyen el espacio de significación o de representación interna de la psicología estructural. Cada acto de aprendizaje es una reestructuración de ese conjunto de relaciones, (reordenación, en un caso sencillo). Obtención de nuevas relaciones o "cambios de posición" de las existentes en función de los nuevos datos. El aprender puede considerarse como realización de un cálculo de relaciones. Procesos de generalización de estímulos o de diferenciación serán interpretados como operaciones relativas o no relativas, con el paso de "Existe algún ..." a "para todo ...", y la aplicación

del concepto a un caso particular sería el paso de "Para todo ..." a "Existe algún ...". Von Foerster (4), no refiriéndose a los fenómenos de aprendizaje sino a los procesos de memoria, afirma que la característica distintiva del ser vivo es su habilidad para inferir, inductiva, deductiva o abductivamente y a partir del pasado de un proceso, cuál será su futuro. En cuanto a la inferencia deductiva es claro que la puede realizar una máquina. Además, si el modelo es más veloz que el proceso real, tal máquina podrá "predecir". Referente a inducción, en muchos casos puede ser considerada como una clasificación en la que hay muchas menos clases de individuos.

Las ideas en la consideración, desde el punto de vista de modelos, de los procesos de aprendizaje según se entiende en el punto 6 están en la obra de K. Craik (1), W.S. McCulloch (2), Gordon Pask (3), Von Foerster (4), Simoes da Fonseca (5) y Moreno-Díaz (6) (*). Todos ellos se interesan por los procesos de aprendizaje tipo S-S, hablan de modelo del medio, de procesamiento simbólico en lenguajes formales jerarquizados y en la abstracción de características relacionales.

Aprender es crear un lenguaje formal y "aprender" a usarlo. W.S. McCulloch, además, avanza hipótesis acerca de los mecanismos que deben soportar el proceso de aprendizaje. Cree necesario la existencia de un sistema jerárquico de representaciones donde se comparen signos con significados: configuraciones de entrada a una red con diferentes modos de comportamiento asociados a distintos estados de oscilación en redes neuronales. Una red control podría encargarse de modificar las reglas de codificación: modificar la correspondencia configuración de entrada-estado de oscilación. Para W.S. McCulloch (2), si pudiéramos localizar, calificar y cuantificar los trazos que deja el aprendizaje (**), aún no sabríamos qué es aprender. La Neurología está acuñada en términos físicos, la Psicología y la Psiquiatría, no. Información, regulación, pensamiento y aprendizaje no son conceptos físicos.

Los autómatas " α " y " Ω " de Von Foerster (4) responden también a esta idea.

(*) Propuesta, no publicada, presentada al C.C.U.M. para la petición de una Beca de Investigación.

(**) Equivalente, por ejemplo, a conocer las modificaciones sinápticas, o las vías de unión que se crean en los condicionamientos reflejos a nivel neuronal.

El concepto de representación jerárquica en lenguajes, se puede entender de la siguiente forma. Para hablar de los símbolos que emplea un lenguaje A, hace falta otro lenguaje B, el cual es un metalenguaje de A (lenguaje de las relaciones entre los elementos de A). Este conjunto de relaciones pueden ser universo objeto de otras relaciones de categoría superior. En cada nivel se entiende el aprendizaje, como consecuencia de la interacción entre este nivel y el superior: Entre las señales y los operadores que las transforman.

Para Gordon Pask (3), la característica esencial del proceso de aprendizaje es la traducción de un mensaje de un lenguaje a otro, es decir la identificación de un par de secuencias de símbolos incomparables en el caso de no haberse realizado el aprendizaje. Un sistema aprende si es capaz de crear un código, que le permita identificar una serie de "diadas" (pares entrada-salida), como "significando la misma cosa". Además, no está interesado en el aprendizaje de un sistema sino en el de una clase de sistemas o especie de organismos.

Un ejemplo de modelo del medio

Si entendemos aprendizaje S-S como el proceso mediante el cual un sistema X crea un lenguaje formal para entender los sucesos de un medio (respuestas de otro sistema Y). Podríamos dotar a X de un amplio conjunto de Relaciones (R_i) y que durante la etapa de entrenamiento guarde no las entradas de Y sino la descripción de éstas en términos de los R_i de X. Una forma más sencilla de dotar a X de la posibilidad de crear un modelo de Y es suponer que, el modelo que X posee de Y está vacío en principio, pero X dispone de un almacén de donde sacar símbolos sin significado (etiquetas): (X_1, X_2, \dots, X_m) en número suficiente para "copiar a Y". Las respuestas de Y son señales, $y_i(t)$, que pertenecen a un conjunto (y, \dots, y_n) y se presentan con cierta probabilidad $p_i(t)$. En principio, el primer símbolo que X recibe de Y le es desconocido, por lo que va al almacén y saca una etiqueta cualquiera, sea X_1 , a la que asigna una probabilidad $p = 1$. Supongamos que la nueva entrada sea distinta, entonces X saca otro símbolo, X_2 y reorganiza la distribución de probabilidades, $p_1 = p_2 = 1/2$. Ante cada nueva entrada de Y, X se pregunta si esa señal la había asociado ya a alguna etiqueta, si no le asigna una nueva y ajusta de nuevo la distribución de probabilidades. Si ya le habría recibido y era la X_i , pondrá $p_i(t-1) = \frac{N_i + 1}{\sum N_i + 1}$ donde N_i es el número de veces que en el pasado se presentó el símbolo y_i .

Esta forma de actuar es la empleada por Fogel (7), en la simulación de lo que él llama autómatas para la inferencia inductiva. Este proceso permite dotar al autómatas de una serie de hipótesis acerca de su medio, que le permitan predecir en

un sentido no muy pomposo. Simplemente X debe suponer que las regularidades estadísticas que conoce del comportamiento pasado de Y, las va a seguir encontrando en el futuro. Para medios no estacionarios el "significado" de cada símbolo cambia continuamente. Aparecerán símbolos nuevos, y otros habrá que volverlos al almacén pues ya no se presentan. Además, habrá que considerar también probabilidades de transición $P_i(j)$ y estudio de grupos de símbolos para conseguir una mayor aproximación en la descripción de Y.

Otras realizaciones en este sentido son los esquemas de "gramatical induction" de Solomonoff (8), quien entiende inducción como "descubrimiento de gramáticas", lo que equivale a dotar al sistema de un método de codificación eficiente. Entendiendo como gramática las expresiones más las reglas de un lenguaje. En nuestro lenguaje (relaciones), se trataría de encontrar regularidades en los datos y hacer abreviaciones: poner etiquetas.

Aprendizaje S-S en redes neuronales

¿Existe algún algoritmo de interpretación que permita afirmar que una red neuronal puede realizar procesamiento simbólico?

Una neurona formal de McCulloch-Pitts puede calcular cualquier función (linealmente separable) de sus entradas. Con interacción de aferentes, puede calcular cualquiera de los 2^{2N} funciones lógicas de N variables binarias de entrada. Como tal, a la hora de realizabilidad física, una red neuronal de neuronas formales con realimentación e interacción de aferentes es un circuito secuencial, en general bastante complicado. No obstante, el punto crucial de la teoría de redes está a nivel de interpretación. Warren McCulloch afirma que dada una función proposicional, siempre hay una red neuronal que la verifique. Así se interpreta la respuesta de una neurona como en pronunciamiento acerca de la verdad o falsedad de la proposición que le plantean sus dendritas. O bien como una decisión binaria que tiene en cuenta los valores de N variables: sus entradas. Una red neuronal podría dar cuenta en este sentido de un proceso de decisión múltiple.

Supongamos que disponemos de una red neuronal de N neuronas, con M entradas exteriores, realimentación (cada neurona puede recibir entradas del medio y de todas las neuronas incluida ella misma), e interacción de aferentes. Representamos el comportamiento de esa red mediante matrices funcionales que son unas matrices paramétricas (el parámetro es la configuración de entrada) introducidas en la bibliografía de Redes por R. Moreno Díaz (9), como una generalización de las matrices de transición de estados de la teoría de autómatas. Sean X_m las 2^{N+M} posibles configuraciones de entrada y S_i las 2^N configu-

raciones de los estados. El comportamiento de la red viene descrito por una matriz cúbica P_{ij}^m , tal que el elemento p_{ij}^m mide la probabilidad de que bajo la entrada X_m , la red pase del estado S_i al S_j (*). Se cumple la restricción $\sum_j p_{ij}^m = 1$. Aplastando el cubo se obtiene la matriz funcional:

$$M(X)_{ij} = \sum_{m=1}^{2^M} P_{ij}^m \cdot X_m$$

Para cada entrada X_m , la red viene descrita por una matriz de transición $P_{ij}(X_m) = M(X_m)$.

Supongamos que el medio es otra red que produce las X_m , que entran a la primera. Se puede interpretar como significado de X_m la actividad neuronal (ciclo de oscilación) que provoca. Entendiendo por modo de oscilación el conjunto ordenado de estados por los que la red pasa bajo una entrada constante. Todos los estados de un ciclo son informáticamente equivalentes (10), lo que permite reducirla a otra cuyos estados sean las clases de equivalencia de la anterior, entendiendo que dos estados son equivalentes si pertenecen al mismo ciclo de oscilación para la misma entrada. Esta última red puede considerarse como el modelo de la que producía las X_m . Así, el aprendizaje S-S se puede interpretar como un proceso mediante el cual se reestructura la correspondencia X_m - estado de oscilación: se asigna distinto "significado" a una misma entrada (X_m).

Simulación digital del aprendizaje por refuerzo (un ejemplo)

El primer paso en la simulación digital del aprendizaje por refuerzo, es la construcción de un modelo probabilístico del autómata o red neuronal (sistema discreto en general) que queremos que aprenda. Sólo en un modelo probabilístico encontramos la plasticidad estructural y funcional necesaria para que el aprendizaje se lleve a efecto. Si el comportamiento del sistema viene descrito por una matriz de transición de estados probabilística y paramétrica (el parámetro es la entrada), basta especificar las reglas de transformación de esa distribución de probabilidades (reglas del aprendizaje), para tener definida la dinámica del sistema. Decimos que el sistema aprende cuando observamos las modificaciones que, de acuerdo con la experiencia, se han producido en esa matriz (distribución) de probabilidades de transición por la sucesiva aplicación de esas reglas de transformación. Si esas reglas son las

(*) Si la red es determinística, P_{ij}^m será una matriz de ceros y unos $p_{ij}^m = 1$, si, bajo X_m , pasa de S_i a S_j y cero en otro caso.

leyes del refuerzo (algoritmos de premio o castigo), diremos que ha tenido lugar un proceso de aprendizaje por refuerzo. En general, cabe hablar de tantos tipos de aprendizaje como algoritmos o reglas de transformación de un conjunto de probabilidades, seamos capaces de imaginar.

Obsérvese que en esta interpretación las reglas del aprendizaje son fijas, si bien sus efectos son impredecibles tanto en cuanto no conocemos las posibles "vivencias" del sistema, las cuales, a través de esas reglas, son las que van a llevar a efecto las modificaciones estructurales y funcionales en cuestión. Una etapa posterior sería no darle al sistema unas reglas fijas, sino la posibilidad de elección entre un conjunto de reglas posibles (refuerzo, asociación, frecuencia temporal ...) de forma que en cada instante las transformaciones se realicen de acuerdo con una u otra en función de cierto criterio de eficacia o utilidad el cual sí sería fijo (*).

Hasta ahora hemos considerado que toda la aleatoriedad en el comportamiento de nuestro autómata estaba proyectada en su matriz de transición de estados. Nada hemos dicho del medio ni de la función que, dado un estado y una entrada nos proporciona una salida, o bien que, simplemente, dado un estado nos produce una salida (supuesto que la influencia de las entradas está explícita sólo en la función que produce el nuevo estado).

En general, si un autómata finito y determinístico viene definido por tres conjuntos, X,S,Y, (entradas, estados y salidas posibles) y por dos funciones (o tablas de transición) que producen los estados y salidas siguientes, para introducir el aprendizaje, deberemos considerar un autómata estocástico en que se especifiquen los conjuntos $X = \{X_m\}$ (**), $S = \{S_j\}$ e $Y = \{Y_k\}$, de posibles entradas, estados y salidas, junto con las correspondientes tablas de probabilidad $p_m = P(X = X_m)$ $p_j = P(S = S_j)$ y $p_k = P(Y = Y_k)$ ligadas por las probabilidades de transición:

$$p_{ij}^m = P(X = X_m, S_j \text{ siga a } S_i)$$

$$P_{jk} = P(S_j \text{ produzca la salida } Y_k)$$

(*) Algunas de estas ideas se hicieron claras para el autor a través de una discusión con E. García Camarero en el Seminario de Autómatas.

(**) Equivalente a suponer que el autómata se encuentra en un medio aleatorio, definido por cierta distribución. En caso de un desconocimiento absoluto del medio, las entradas serían equiprobables.

En tal autómata estocástico el concepto de aprendizaje adquiere una mayor dimensión y admite mayores posibilidades, pues aun suponiendo que el autómata no tiene poder sobre el medio (no es capaz de modificar p_m), esas modificaciones estructurales y funcionales que definen al aprendizaje pueden tomar cuerpo tanto sobre P_{ij}^m como sobre P_{jk} , de forma que la interpretación anterior era un caso particular en que se suponía que P_{jk} era una matriz de ceros y unos (la producción de una salida a partir de un estado se consideraba como un proceso determinístico).

Ahora cabe hablar de dos tipos de aprendizaje, uno a nivel de comportamiento en que el sistema cambia sus reglas de decisión (P_{jk}) (modificaciones funcionales) y otro más profundo en que se producen modificaciones estructurales (cambia su dinámica de estados: P_{ij}^m). Las reglas de transformación de P_{jk} y P_{ij}^m (leyes del aprendizaje), serán en general diferentes. Parece natural suponer que las primeras deben ser de efectos más rápidos y menos duraderos.

Una forma natural de introducir los algoritmos de premio o castigo (ley del refuerzo) de las transiciones es realizar una partición del conjunto de estados en clases mutuamente exclusivas y modificar la tabla de transición P_{ij}^m en función de la clase a que pertenezca el estado S_j . En el ejemplo realizado en nuestro seminario (*) hemos definido, de forma totalmente arbitraria, tres clases de estados: Progresivos, regresivos y neutros y hemos partido de una distribución uniforme ($P_{ij}(X_m) = 1/2^N$, para todo X_m , $m = 1 \dots 2^N$) para nuestra matriz cúbica P_{ij}^m que define el comportamiento de nuestra red probabilística. Suponemos que la red confunde estados con salidas y que el aprendizaje ha terminado cuando esa matriz cúbica de probabilidades se proyecta en una determinística (de unos y ceros), con la posibilidad de que una señal de "reset" la vuelva a su estado probabilístico.

Una subrutina de números aleatorios se encarga del control de las transiciones y fuera de la red hay un sistema de control que "premia" o "castiga" cada transición según vaya encaminada hacia un estado progresivo o regresivo.

Los algoritmos de premio y castigo son:

Premio:

$$p_{ij}^m(t+1) = K \cdot p_{ij}^m(t)$$

(*) Entendemos perfectamente la trivialidad de este ejemplo. Su realización se debe a la necesidad de "echar a andar" y tener algún material propio que nos permita aclarar ideas para posteriores realizaciones.

tal que $1 \geq p_{ij}^m(t+1) \geq p_{ij}^m(t)$

es decir, $\frac{1}{p_{ij}^m(t)} \geq K \geq 1$

por lo que K estará en el intervalo $\left[1, \frac{1}{p_{ij}^m(t)} \right]$

y por tanto será de la forma:

$$K = 1 + \left[\frac{1}{p_{ij}^m(t)} - 1 \right] \cdot \lambda$$

donde λ cumple la restricción:

$$0 \leq \lambda \leq 1$$

Castigo:

$$p_{ij}^m(t+1) = K' \cdot p_{ij}^m(t)$$

con $1 \geq p_{ij}^m(t) \geq p_{ij}^m(t+1) \geq 0$ equivalente a

$$1 \geq K' \geq 0$$

Los números λ y K' son producidos por una subrutina de números aleatorios.

Al final del proceso las matrices de transición probabilísticas quedan reducidas a otras determinísticas de menor dimensión que sólo poseen unos en las columnas correspondientes a los estados progresivos. Cabe considerar esta "proyección" del autómata en uno más reducido pero con mayor grado de adaptación al medio, como la expresión más sencilla de un fenómeno de aprendizaje.

Se ha realizado una extensión del modelo en el campo de la síntesis de funciones lógicas con su uso como autómata duplicador. Aquí ya no se premian o castigan las transiciones en función del cual sea el estado a que tiende el autómata, sino en función de sus respuestas. La partición se realiza sobre el

conjunto de posibles respuestas y sólo hay dos clases: adecuada e inadecuada, dependiendo el que sea adecuada o no una respuesta, no sólo de su valor (0, 1), sino de cuál era la entrada.

Una función lógica de N variables se puede expresar en forma normal disyuntiva, como unión de intersecciones, como una combinación lineal de 2^N términos mínimos:

$$f_j = \sum_{i=1}^{2^N} a_{ji} \cdot m_i, \text{ donde } a_{ji} \in (0, 1). \text{ Es claro que hay } 2^{2^N} \text{ fun-}$$

ciones lógicas posibles de N variables binarias (incluyendo tautología y contradicción). Un autómata probabilístico con 2^N estados posibles (los términos mínimos), a los que hay asociada una distribución de probabilidades $p_i = P$ (de que la función posea el término mínimo m_i) puede ser considerada como un modelo de la función lógica universal para N variables. Así pues, comparando las respuestas de tal autómata con las de una función lógica determinada (o su tabla de verdad) y premiando aquellos términos mínimos que, por azar, estaban presentes cuando tuvo lugar la respuesta deseada, el autómata duplica cualquier función lógica: sigue al modelo.

Los detalles sobre el algoritmo y programas así como una expresión matemática más precisa sobre estos modelos, no los exponemos aquí. Ernesto García Camarero e Isidro Ramos lo han publicado o van a publicarlo en el Boletín del Centro de Cálculo.

Terminamos este apartado con unos comentarios, a la luz de la teoría de la información, sobre el significado de nuestro modelo de aprendizaje por refuerzo. La medida de información propuesta por Shannon (11), como suma ponderada de un conjunto de probabilidades:

$$H = - \sum_i p_i \log p_i$$

presenta, entre otras, la siguiente propiedad interesante: "Cualquier cambio hacia la igualación de las probabilidades $p_1, p_2 \dots p_n$ aumenta H. Así si $p_1 < p_2$ y aumentamos p_1 , disminuyendo una cantidad igual a p_2 , H. aumenta. En general, si realizamos una operación de toma de valor medio sobre las p_i ,

$$p_i = \sum_j a_{ij} p_j, \sum_i a_{ij} = \sum_j a_{ij} = 1$$

y $a_{ij} \leq 0$, H aumenta".

En nuestro modelo el proceso es justo el inverso: de una distribución plana $p_{ij}^m = 1/2^N \forall_i, \forall_j$, pasamos a otra en que

unas $p_{ij}^m = 1$ y las otras son cero: Este es el caso de incertidumbre nula; cuando se alcanza el autómata determinístico, se ha recibido la máxima información del medio. Queda patente aquí el precio del aprendizaje. Pagamos el aprendizaje con información. Si no se le da información al sistema éste no aprende y una posible medida del aprendizaje, es justo la conocida medida de información en el sentido de Shannon.

Algoritmos de premio y castigo

Si la filosofía de los modelos de aprendizaje por refuerzo es la modificación de una distribución de probabilidades, de acuerdo con un algoritmo de premio y castigo, el problema a investigar es la búsqueda de posibles algoritmos, en vistas a su adecuación a un tipo de medios o en la simulación de un determinado esquema de comportamiento.

Los distintos algoritmos de refuerzo para modificar la matriz de transición de estados pueden ser lineales o no lineales. La clase general de los lineales puede venir representada por un núcleo de interacción, en que las nuevas probabilidades se obtienen por convolución

$$P_{ij}^m(t+1) = \frac{1}{C} \sum_k \sum_e P_{ke}^m(t) \cdot K_{ke} ij(t)$$

para procesos estacionarios (autómatas probabilísticos en comportamiento autónomo) nos encontramos con sencillas cadenas de Markov.

$$P_{ij}^m(t+q) = P_{ij}^m(t) \cdot (K)^q$$

Para algoritmos no lineales no conocemos realizaciones y tal vez sea éste el aspecto más prometedor de la teoría del refuerzo.

Simulación electrónica de procesos de aprendizaje (limitaciones y ejemplos).

Aparte de los problemas que pueda plantear el especificar qué se entiende por aprendizaje, y cuáles deben ser las características de comportamiento que debe ostentar un sistema para que se pueda afirmar del mismo que aprende o se adapta, aparecen nuevos problemas a la hora de diseñar un sistema, físicamente realizable, que se comporte de esa forma. La razón es que es difícil encontrar elementos básicos que presenten la plasticidad estructural y funcional suficiente para absorber

esas modificaciones que caracterizan el aprendizaje. Así como el procedimiento que permita, de forma efectiva que la función de transferencia de X cambie como consecuencia de que cierta salida, entrada o estado de X o Y (medio), haya tomado unos determinados valores en instantes anteriores. Hace falta, por lo pronto, que X tenga memoria y que estos datos de memoria tengan control sobre la función que realiza la parte combinatorial de X. Además, si queremos que X presente cierto comportamiento inductivo, deberá guardar relaciones, no datos:

Todas las realizaciones posible caen dentro de tres apartados:

- 1) Simulación Analógica.
- 2) Simulación Digital (Circuitos Secuenciales).
- 3) Simulación Analógico-Digital.

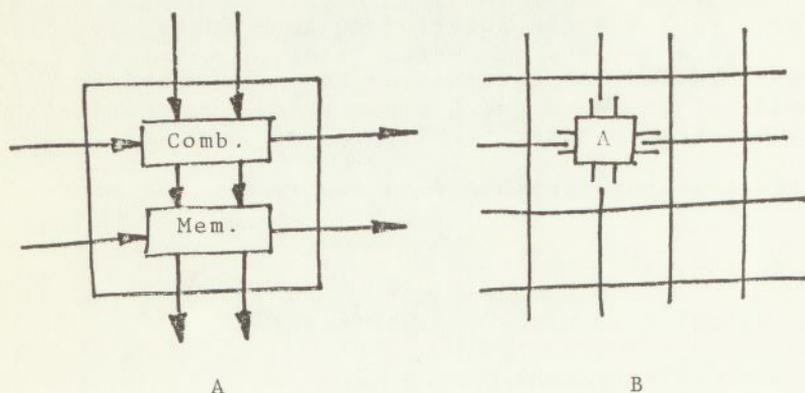
La simulación Analógico-Digital es la que se ha empleado cuando la clase de funciones posibles era las linealmente separables. Son ejemplo los dispositivos tipo "adaline" en que se ajustan los pesos y/o el umbral. Tras el umbral ya tenemos una señal binaria (0, 1) lo que permite trabajar en digital.

Si deseamos una realización total digital, podemos afirmar que un sistema que aprende o se adapta es un circuito secuencial tal que la parte combinatorial está diseñada en forma normal disyuntiva (*) (por ejemplo), y para n variables se emplean puertas "Y" de n+1 entradas. La última entrada procede de la memoria. Así, un estado de memoria, controla una función lógica. Las respuestas del sistema pueden modificar el estado de la memoria, ésta la función, ésta las respuestas. También cabe la posibilidad de relegar el control a un nivel superior.

Dado que considerado el circuito como un todo su comportamiento es determinístico, cabe preguntarse en qué sentido se puede afirmar que el sistema se adapta o aprende. Nuestra opinión es que hay que entender la posibilidad de aprendizaje o adaptación de un sistema digital referida a un estado de conexión y a un intervalo de tiempo, es decir, si la red elemental es tal como la de la figura, yo observo que en la situación A, siempre realiza la misma función, en cambio, en la B, varía su función, aunque, por supuesto, todo B es determinístico y de función única. Referente al intervalo de observación, ocurre lo mismo. Si estudio el comportamiento durante Δt intervalos

(*) Con esta idea se están diseñando en nuestro laboratorio algunos circuitos secuenciales elementales. Aún no disponemos de resultados suficientes para ser comunicados.

de tiempo, puede ser que en el $(\Delta t)_i$ sea distinto del observado en otro $(\Delta t)_j$, si bien, si tengo paciencia y espero un



tiempo suficiente, $T = n(\Delta t)$, considerada como un todo, la función es la misma y viene representada por las ecuaciones de un circuito secuencial complicado en el que intervienen los estados de muchos instantes anteriores.

Evolución del Seminario

En el momento actual se están realizando en nuestro seminario los siguientes trabajos:

1. Revisión del concepto de Aprendizaje y adaptación en con textos estrictamente matemáticos.
2. Posibles conexiones de los procesos de aprendizaje con la teoría de la decisión.
3. Un sencillo ejemplo de aprendizaje por reflejos condicio nados en que las matrices de transición son en parte probabi- lísticas y en parte determinísticas.
4. Un intento de diseño de una máquina a simular en la 7090, con un rango limitado de posibles posiciones de memoria e ins- trucciones. Se intenta enseñarla a producir programas.

En el desarrollo de estos comentarios sobre aprendizaje se han usado ideas comunes con los profesores: J.G. Santesma- ses, J. Simoes da Fonseca, R. Moreno-Díaz y F. Rubio. A todos ellos mi agradecimiento más sincero. Parte del contenido de es tos comentarios ha sido extraído del trabajo "Introducción a una Teoría del aprendizaje en Autómatas" presentado al Congre- so de Automática (14-17 abril, Madrid) por J. G. Santesmasés, J. Mira y F. Rubio, donde son usados como base para la simula- ción Electrónica de sistemas de aprendizaje.

Referencias

- (1) K. CRAIK.- "The Nature of explanation", Cambridge U. P., Cambridge, 1943.
- (2) W.S. McCULLOCH.- "Embodiment of Mind". MIT Press, Cambridge Mass. 1965, p. 72.
- - "Cybernetics problems of Learning", en Conditioned Reflex, vol. 2, n° 1, January-March, 1967.
- (3) G. PASK.- "A discussion of the cybernetics of learning Behaviour" in "Nerve, Brain and Memory Models", N. Wiene-mand, J.P. Schadé, ed. Elsevier Publ. 1963.
- (4) Von FOERSTER, Alfred INSELBERG and Paul WESTON.- "Memory and Inductive Inference" en "Cybernetic problems in Bio-nics", Bionics Symposium 1966, ed. by H.L. Oestreicher and D.R. Moore. G.B. Publishers inc. N.York, 1968.
- (5) J.L. SIMOES DA FONSECA.- "Bases neuronais da vida Psiqui-ca". Facultad de Medicina de Lisboa. 1969.
- - y J. MIRA MIRA.- "Learning as a change of Intention", en "Psychological and Biological Processes from the viewpoit of intention and significa-tion", publicado por el Lab. de Neurofisiología del Centro de estudos "Egas Moniz". Lisboa. 1970.
- (6) R. MORENO-DIAZ.- "Neural Nets with Loops", no publicado totalmente. El tratamiento probabilístico será presentado en el Congreso de Automática, Madrid, 1970.
- (7) L. J. FOGEL.- "Toward inductive inference automata". Gene-ral Dinamics-Austronautics. San Diego, Cal.
- (8) Datos obtenidos a través del trabajo de M. Minsky
- (9) R. MORENO-DIAZ.- "Circularities in Nets and the concept of Functional Matrices" in Biocybernetics of Central Ner-vous System". L. Proctor, ed. Churchill Ltd. Pub. 1969, pp. 145-150.
- - "Realizability of Neural Net Capable of all modes of oscillation" in Neural Networks, Caianiello, ed. Springer-Verlag. 1968.
- (10) Comunicación personal de J. SIMOES DA FONSECA.
- (11) C. E. SHANNON.- "The Mathematical Theory of Communication", p. 52, The University of Illinois Press, Urbana. 1964.