SEMINARIO DE MODELOS DE SISTEMAS EDUCATIVOS

Participantes: Mª Luz Alvarez, F. Briones, T. Casañas, I. González, Mª C. Martín, J. Montero, J. J. Palacios, V. J. Rubio, M. Sánchez Marcos.

FORMULACION DEL REAJUSTE DE LAS TASAS DE REPETICION, ABANDONO Y CONTINUIDAD EN EL MODELO ECENSE-3.

Por T. Casañas Ascanio

1. Introducción

La fórmula básica para el cálculo del número de alumnos en un curso en el modelo ECENSE-3 de simulación de sistemas educativos es la siguiente:

$$A(I) = B(I)*R(I)+\sum_{J} B(J)*C(J)*P(J,I)+M(I) \qquad (1)$$

donde A(I) es el número de alumnos del curso I en un determinado año

B(I) es el número de alumnos del mismo curso en el año anterior

R(I) es la proporción de alumnos que repiten
C(I) es la proporción de aprobados que continúan estudiando.
P(I,J) es la proporción de entre los aprobados en el curso I, que continúan en el curso J (P(I,J) = 1 si sólo hay un posible curso de continuación).
y M(I) es el número de nuevas personas que entran en el sistema en el curso I.

Las tasas R(I), C(I) y P(I,J) son datos que hay que dar al modelo y han sido calculadas de forma que se ajusten lo mejor posible a los resultados conocidos para años anteriores.

Al conocerse para un nuevo año el número de alumnos que realmente ha habido en cada curso, como lo normal será que no sean iguales a los previstos, hay que recalcular dichas tasas. Como hay una sola ecuación y más de una tasa a calcular para cada curso, el sistema tiene una infinidad de soluciones. La formulación que damos a continuación es la que corresponde a seleccionar entre todas ellas aquella que menos se aparta, en el sentido de los mínimos cuadrados, de la que inicialmente se había previsto. Esto es lógico, ya que partimos de la base de que éstas eran ya suficientemente buenas. Además, y suponiendo que la variación real de las tasas de un año para otro sea pequeña, es de esperar que al cabo de una serie de años de reajuste, las tasas calculadas sean no sólo consistentes con los resultados, sino verdaderamente próximas a las reales.

2. Formulación

Llamaremos tasa de abandono del curso I a la cantidad

$$\emptyset(I) = 1-R(I)-C(I) \qquad (2)$$

y tasas proporcionales de distribución a

$$H(I,J) = C(I)*P(I,J) \qquad (3)$$

de donde

$$\sum_{J} H(I,J) = C(I)$$

De (2) y (3) se deduce

$$R(I)+\emptyset(I)+\sum_{J} H(I,J) = 1 \qquad (4)$$

Poniendo un " ' " para las tasas reales tendremos

$$R'(I)+\emptyset'(I)+\sum_{J} H'(I,J) = 1 \tag{5}$$

Suponiendo que M(I) no varía, el número real de alumnos del curso I vendría dado por

$$A'(I) = B(I)*R'(I)+\sum_{J} B(J)*H'(J,I)+M(I) \tag{6}$$

Si llamamos DA, DR, DØ y DH a las diferencias entre los alumnos reales y previstos y entre las tasas reales y previstas respectivamente, obtenemos sin más que restar las fórmulas (6) y (1) y las (5) y (4) las relaciones existentes entre estas diferencias:

$$DA(I) = B(I)*DR(I)+\sum_{J} B(J)*DH(J,I) \tag{7}$$

$$DR(I)+D\emptyset(I)+\sum_{J} H(I,J) = 0 \tag{8}$$

Si además imponemos como condición de mínimo que la suma de los cuadrados de las diferencias DR, DØ y DH sea la menor posible para todos los cursos del sistema, tenemos que:

$$\sum_{M} (DR(K)^2+D\emptyset(K)^2+\sum_{J} H(K,J)^2) = \min^2 \tag{9}$$

La resolución del sistema formado por las ecuaciones (7), (8) y (9) nos dará los valores de DR, DØ y DH buscados.

3. Resolución del sistema

Si consideramos los DH como variables independientes en la ecuación (7) obtenemos los DR en función de los DH

$$DR(I) = (DA(I)-\sum_{J} B(J)*DH(J,I))/B(I) \tag{10}$$

y de la ecuación (8) despejando DØ tenemos

$$D\emptyset(I) = -DR(I)-\sum_{J} DH(I,J) \tag{11}$$

Derivando la condición de mínimo (9) con respecto a DH(X,Z) tenemos la siguiente expresión

$$-DR(Z)*B(X)+D\emptyset(Z)*B(X)-D\emptyset(X)*B(Z)+DH(X,Z)*B(Z) = 0 \tag{12}$$

y sustituyendo en (12) los valores de DR y DØ de las fórmulas (10) y (11) obtenemos un sistema de ecuaciones tal que su número es igual al número de transiciones de curso a curso que tiene el sistema educativo de un año al siguiente.

La fórmula general que nos da las ecuaciones del sistema es la siguiente:

$$B(Z)**2*B(X)*DH(X,Z)-B(X)**2(2*(DA(Z)-\sum_{J\neq Z} B(J)*DH(J,Z))+B(Z)*$$

$$*\sum_{I\neq Z} DH(Z,I)+B(Z)**Z*(DA(X)-\sum_{J\neq X} B(J)*DH(J,X))+B(Z)**2*B(X)*$$

$$*\sum_{I\neq X} DH(X,I) = 0$$

4. Conclusión

No se han utilizado las condiciones suplementarias

$$0 \leq R'(I) \leq 1$$
$$0 \leq Ø'(I) \leq 1$$
$$0 \leq C'(I) \leq 1$$
$$0 \leq P'(I,J) \leq 1$$

por considerar que las tasas previstas son suficientemente buenas y difícilmente el cálculo de las "reales" nos dará tasas que se salgan de dicho intervalo, mientras que utilizarlas nos convertiría el problema en uno de programación cuadrática más complejo.

Nos encontramos en estos momentos trabajando en la confección de un programa de ordenador que resuelva el sistema de ecuaciones y nos calcule todas las tasas "reales" o nuevas y que en su día pueda ser agregado al modelo ECENSE-3, para que sea él mismo quien las calcule a través de los datos de alumnos suministrados.