

APLICACION DEL METODO DE MONTE-CARLO A LA DETERMINACION  
DE ESPECTROS GAMMA.

Por Julia Bilbao Santos ( \* )

INTRODUCCION.- El problema de calcular la respuesta que se obtiene cuando un detector de centelleo se expone a los rayos gamma, consiste en determinar el transporte de dicha radiación a través del detector. La radiación gamma que procede de una fuente entra en el detector, se difunde en él y es capturado o puede también escapar por una de sus superficies. La radiación secundaria creada directa o indirectamente, complica el problema del transporte y puede ser absorbida o escapar. La cantidad que debemos calcular con el fin de determinar la respuesta del detector, es la energía total depositada en él, para ello calculamos la energía que posee la radiación primaria y secundaria cuando escapa, puesto en caso contrario deposita toda.

Una forma practica de solucionar este problema es haciendo uso del método de Monte-Carlo. En 1956 (1) dichos métodos fueron ya empleados por Berger y Doggett, y por Miller y Snow en 1960 - (2) utilizando técnicas análogas. Nuestro trabajo difiere de los anteriores en que hemos tenido en cuenta la radiación secundaria, realizamos un proceso de estimación estadística y un estudio analógico.

La presentación del trabajo comienza con una descripción del detector y un resumen de los fenómenos de interacción que efectúa la radiación gamma con la materia. A continuación explicamos en que consiste el método de Monte-Carlo y técnicas para obtener los números aleatorios. Finalmente exponemos como hemos construido un programa FORTRAN para determinar el espectro respuesta de distintas fuentes radiactivas puntuales y extensas situadas a diversas distancias del detector. Hemos calculado los parámetros de la detección, tales como: Eficiencia, Fotoeficiencia y Relación pico a total, todos necesarios para el análisis cuantitativo de la

---

( \* ) Actualmente en el Colegio Universitario de Burgos. El trabajo es resumen de la tesis, realizada en el Departamento de Física Fundamental de la Facultad de Ciencias de Valladolid.

radiación gamma .

A causa de la variedad de técnicas empleadas, este trabajo sirve como una introducción para cualquier estudio de Monte-Carlo, así como para resolver un problema de transporte en general.

DETECTORES DE CENTELLEO Y SUS CARACTERISTICAS.- La misión de los centelleadores o detectores es convertir en cuantos de luz la energía de la radiación que interacciona sobre él. El sistema para la detección consta de centelleador, en nuestro caso es un cristal de  $\text{NaI(Tl)}$ , y el fotomultiplicador. El centelleador absorbe la radiación mediante los procesos fotoeléctrico, Compton y producción de pares, que permiten la emisión de electrones, los cuales excitan la materia fluorescente originando rayos luminosos que mediante el fotomultiplicador dan lugar a impulsos eléctricos los cuales son analizados. La respuesta nos permite conocer la intensidad de la radiación o actividad de la muestra relacionada con la frecuencia de los impulsos y la energía de la radiación, relacionada con la amplitud de los mismos. El conjunto de los efectos que intervienen se obtiene gráficamente representando el espectro de la energía de los electrones producidos en la materia por la absorción de una radiación gamma de energía fija y única  $E_0$ , pero a causa de los fenómenos de dispersión, las rayas se encuentran remplazadas por picos más o menos anchos que constituyen el espectro.

Mediante el método de Monte-Carlo pretendemos construir teóricamente dichos espectros, para ello simulamos los acontecimientos de interacción de la radiación gamma con la materia. Al generar las "historias" de los fotones, aparecen una serie de cantidades tales como: distancias recorridas, ángulos, energía etc. que obedecen a determinadas funciones de distribución, es fácil demostrar como es posible (3) obtener un valor al azar de una variable  $X_1$  de función de distribución dada a partir de números aleatorios  $R_1$  uniformemente distribuidos entre (0,1). Es en esta propiedad en la que se basa el método de Monte-Carlo, por lo tanto se necesita cierta cantidad de  $n^{\circ}$  aleatorios. Existen infinidad de técnicas para obtenerlos (4), (5), (6), nosotros hemos empleado los números generados, mediante el sistema Londres por el ordenador IBM-7090 del Centro de Cálculo de la Universidad de Madrid.

Para construir la historia de cada uno de los fotones, primero fijamos la energía de la radiación y la geometría fuente-detector, seleccionamos la dirección de salida del rayo y comprobamos si puede llegar a incidir sobre el cristal, en caso afirmativo le permitimos al fotón recorrer dentro del detector una distancia que seleccionamos a partir de la distribución exponencial de recorridos pudiendo estar el final del mismo dentro o fuera del detector. Si no ha salido el fotón, mediante muestreo seleccionamos cual de los procesos: Compton, fotoeléctrico o producción de pares, le suceden.

Si tiene lugar un efecto fotoeléctrico, el fotón es absorbido y su historia termina, si es un efecto Compton cede parte de su energía a un electrón y aparece otro fotón con energía menor, el cual debe de ser tratado como primario, es decir determinamos su recorrido en el cristal según la dirección que lleva después del scattering y seleccionamos cual de los tres procesos pueden sucederle, así tratamos a todos los fotones secundarios hasta que su energía se degrada bajo un cierto valor umbral que nosotros hemos tomado  $0.511 \text{ KeV}$ . (7). Si al fotón primario le sucede un proceso de formación de pares, da lugar a un positrón y a un electrón, el positrón se aniquila apareciendo en su lugar dos fotones de energía  $0.511 \text{ MeV}$ . Estos fotones pueden ser absorbidos, experimentar Compton o salirse del detector. La historia de un fotón primario puede terminar bien por que sea absorbido o por que se sale del detector con una energía determinada que será la inicial menos la cedida al cristal. Cuando conocemos la energía que cede al detector cada uno de los fotones, representamos el número de ellos que pierden una cantidad de energía correspondiente a cada uno de los intervalos  $(E_{i-1} - E_i)$  en que dividimos la energía de la fuente, esta representación constituye el espectro.

Hemos construido un programa que nos permite, primeramente calcular el espectro de los rayos gamma y como consecuencia conocer también los parámetros de la detección tales como: eficiencia total, fotoeficiencia y relación pico-a-total. La radiación gamma es monoenergética, procedente de fuentes puntuales y extensas e incide sobre un detector cilíndrico: NaI (Tl) de dimensiones:  $1 \frac{3}{4}''$  diam. x  $2''$ . Describimos como hemos realizado el correspondiente a la fuente extensa puesto que así son las fuentes radiactivas con las que se trabaja en el laboratorio. Dividimos la energía total de la fuente en un número de intervalos iguales y anotamos una cuenta en el correspondiente a la energía dejada por el fotón en el cristal la representación de número total de cuentas correspondiente a cada intervalo en función de la energía, nos da el espectro característico de la muestra. la configuración fuente-detector viene determinada por el radio y la altura del cristal y de la muestra, por la distancia entre ambos y espesor de aluminio que rodea al detector. Comenzamos calculando las coordenadas de emisión del fotón (8) y la dirección de salida, si no llega a entrar al detector su historia termina, hacemos  $T=T+1$  y comenzamos con otro fotón de nuevo, en caso contrario le damos un peso estadístico, determinamos la atenuación que sufre al atravesar el aluminio y las coordenadas del punto de interacción con el cristal así como las distancias desde él a las posibles superficies de salida del detector tomando la mínima de ellas como la distancia máxima que le permitimos recorrer al fotón en el detector y que representamos por  $D_{MAX}$ . A continuación calculamos mediante interpolación (9) los coeficientes de atenuación de los procesos: fotoeléctrico, Compton y producción de pares. El fotón que

estamos tratando es primario y no le permitimos salir sin interactuar al menos una vez por lo tanto ajustamos su peso y seleccionamos de la distribución exponencial truncada la distancia RC que puede recorrer y el tipo de acontecimientos que tiene lugar. Si sucede un efecto Compton, hacemos  $BAR=BAR+1$  y muestreando la distribución de Klein-Nishina determinamos la energía y dirección del fotón resultante pudiéndole suceder: 1º) que sea absorbido y hacemos  $TOM=TOM+1$ . 2º) que experimente otro Compton con lo que su energía se reduce y volvemos a comenzar con él. 3º) que se salga del detector habiendo dejado una energía DEJ, calculamos a que intervalo pertenece y anotamos una cuenta. Si al muestrear la ley de los acontecimientos tiene lugar un efecto fotoeléctrico, hacemos:  $M=M+1$  y comenzamos de nuevo con otro fotón. La tercera posibilidad es que suceda la formación de pares, hacemos  $POM=POM+1$  como consecuencia de la aniquilación del positrón aparecen dos fotones N1 y N2 de energía 0.511 MeV cada uno, ambos son tratados como fotones primarios si uno o los dos se salen del detector las cuentas son acumuladas en los intervalos  $E_0$  menos 0.511 MeV,  $E_0$  menos 1.02 MeV. Cuando el nº de fotones tratados ha llegado a 5.000, volvemos a repetir el cálculo para otro valor de la distancia fuente-detector. Para cada distancia y energía obtenemos el número de fotones que no llegan a entrar en el detector, los que penetran, los absorbidos fotoeléctricamente y el número de los que escapan dejando cierta energía es decir cada uno de los K (J) con los cuales construimos el histograma, de forma que a cada intervalo corresponda una raya de una cierta altura. Pero debido a las fluctuaciones estadísticas en el sistema de detección debemos ensanchar estas rayas según una gaussiana de acuerdo con la resolución del material experimental con el fin de poder comparar los espectros calculados con los obtenidos experimentalmente. En la fig. 1 mostramos el organigrama correspondiente, el significado de cada variable lo damos a continuación:

IL- nº de fotones primarios tratados

T - " " " " " que no llegan a entrar en el detector

BAR- nº de fotones primarios que experimentan efecto Compton

M - " " " " " " " Fotoeléctrico

POM- nº de fotones primarios que experimentan prod. de pares

TOM- fotones secundarios absorbidos fotoeléctricamente

TOR- " " " que se salen

DEJ- energía dejada por fotones que escapan

K(J)- nº de fotones que dejan una energía EIN(J)

N1=2 primer fotón de aniquilación

N1=3 segundo " " "

1- fotón primario.

2- " secundario.

A= energía de los fotones de aniquilación.



En la fig.2 mostramos el espectro calculado correspondiente a una fuente extensa monoenergética de 0.662 MeV. al compararlo con el experimental, observamos que no coinciden en la zona de baja energía, ni en el valle existente entre el fotopico y la zona de Compton, esto se debe, a que en un trabajo de Monte-Carlo no se tiene en cuenta el ruido de fondo.

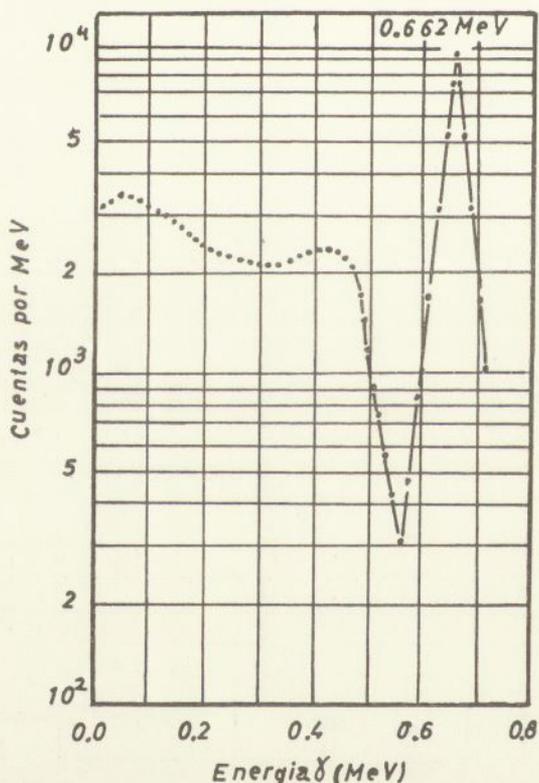


FIG.2.

En las figs 3 y 4 corresponden a fuentes radiactivas de energías 1.78 y 2.76 MeV. se observan además del fotopico, los picos debidos a que tiene lugar el fenómeno de producción de pares, pues la energía es superior a 1.02 MeV. , vemos como disminuye la altura del fotopico al aumentar la de los correspondientes a la radiación de aniquilación que escapa. Al compararlos con los correspondientes experimentales observamos que difieren en el ruido de fondo. En cuanto a la forma, presentan el mismo número de picos y guardan sus alturas la misma relación.

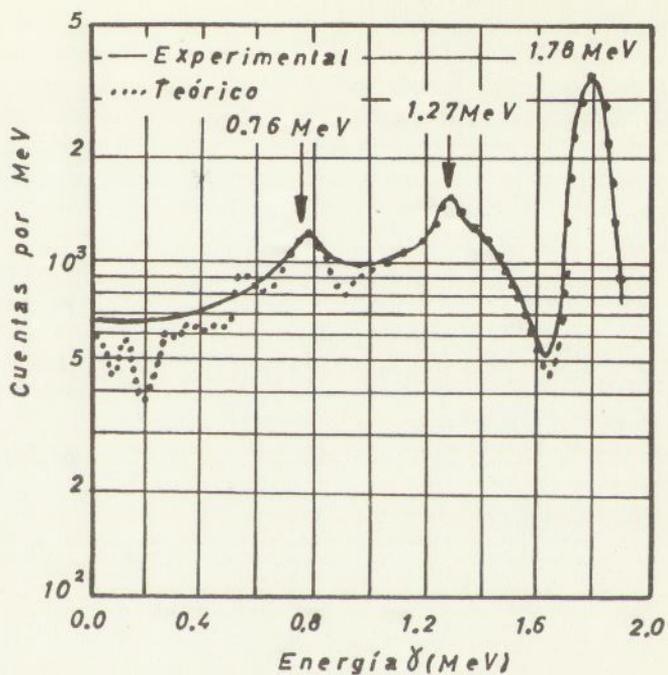


FIG. 3.

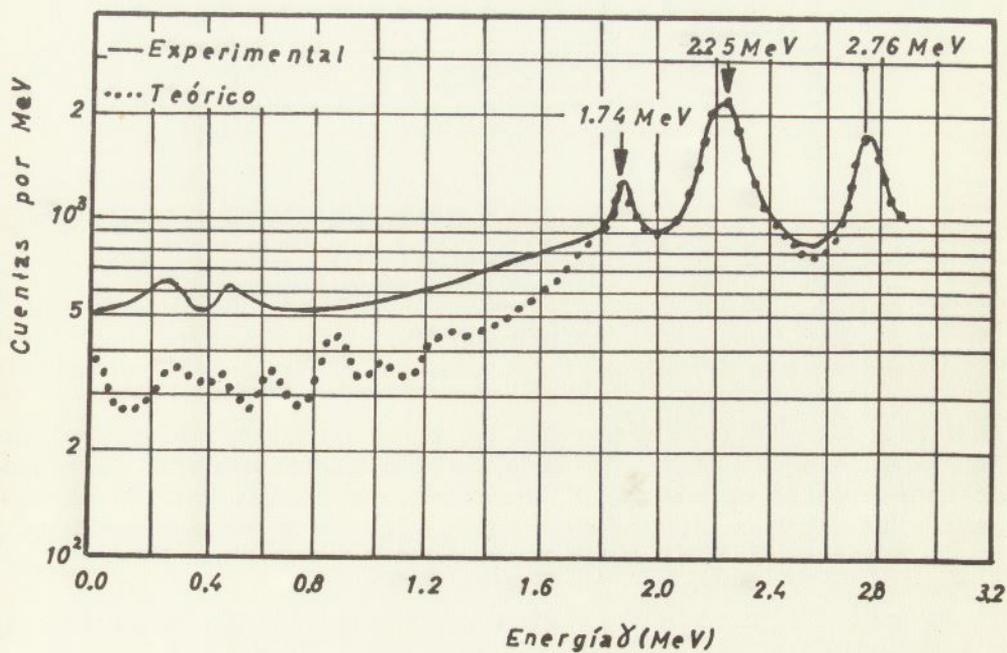


FIG. 4.

Como anteriormente hemos indicado el empleo de un detector de centelleo para análisis cuantitativo hace que sea necesario conocer ciertos parámetros como: la eficiencia total que representamos por  $\epsilon_t$  y la determinamos como cociente entre el  $n^{\circ}$  de fotones que interactúan al menos una vez y el  $n^{\circ}$  de fotones tratados. Sabemos que el fotopico es la zona del espectro donde hay menos radiación parásita, por lo tanto todo el análisis debe centrarse en él, determinamos la eficiencia del fotopico que es la probabilidad de que un fotón incidente interactúe con el detector y toda su energía sea absorbida mediante un proceso fotoeléctrico, se representa por  $\epsilon_p$  y la calculamos como el cociente entre el  $n^{\circ}$  de fotones que experimentan fotoeléctrico y el  $n^{\circ}$  total. Los parámetros son característicos de la energía, del detector y de la geometría fuente-detector. Representamos gráficamente fig.5 la eficiencia en función de la energía, tomando como parámetro la separación fuente detector y deducimos que disminuye al aumentar la energía -

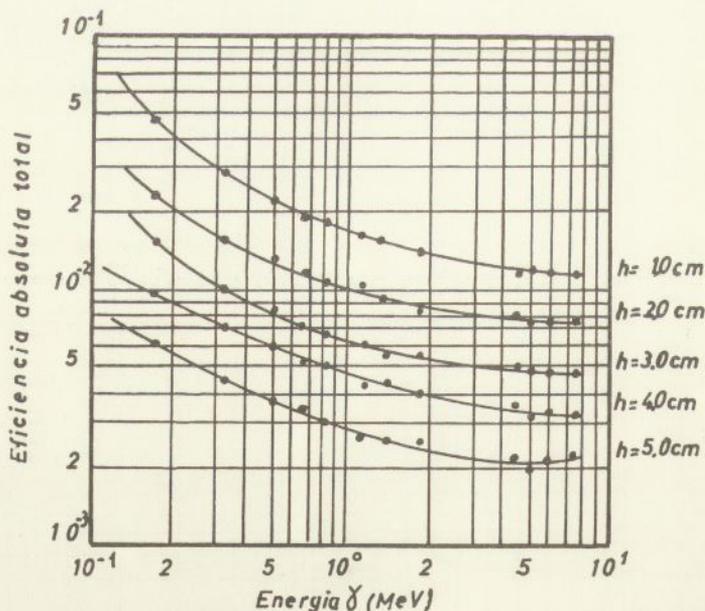


FIG. 5.

debido a que el fotón recorre menos camino dentro del cristal antes de interactuar y hay menos probabilidad de que se salga como sucedería si su energía fuera mayor. Disminuye también al aumentar la separación fuente-detector, debido a que el ángulo sólido se hace menor y por tal motivo es menor el  $n^{\circ}$  de fotones que entran en el detector.

De manera similar hemos determinado la variación de la fotoeficiencia y la relación pico-a-total de la detección.

## CONCLUSIONES.-

- 1.- Los espectros experimentales correspondientes a fuentes puntuales difieren de los teóricos correspondientes en la zona de baja energía que es mas alta en los primeros. Ello es debido a que no se ha tenido en cuenta, en los cálculos, el efecto del ruido de fondo.
- 2.- El valle existente entre el fotopico y el Comptón es mas acusado en el espectro teórico que en el experimental, la causa de esta diferencia es el ruido de fondo.
- 3.- Hemos puesto en marcha un método para seleccionar las coordenadas de emisión de radiación para fuentes extensas y lo hemos utilizado al construir su espectro respuesta.
- 4.- Los espectros obtenidos teniendo en cuenta el peso de los fotones muestran mas acuerdo con la realidad que en el caso contrario.

## BIBLIOGRAFIA.-

- 1.- BERGER, M.J. y DOGGETT, J. J. Research Nat. Bur. Standards 56, 355 (1956).
- 2.- MILLER, W.F. y SNOW, W.J. Rev. Sci. Instr. 31, 39, (1960).
- 3.- SHREIDER, Y.A. Method of Statistical Testing. Monte-Carlo Method. Elsevier Publishing Company. London (1964).
- 4.- KENDALL, M.G. y BABINGTON, S.B. Tables of random sampling numbers. Tracts for Computer, 24 Cambridge University Press 1939.
- 5.- Rand Corporation. A million random digits with 100000 normal deviates. Glencol. Illinois: Free-Press (1955).
- 6.- NEWMANN, J.N. Various techniques used in connection with random digits. N.B.S. Applied Mathematics Series 12, 36-38. 1951.
- 7.- ZERBY, C.D. Methods in Computational Physics. Vol. 1 (1963) Academic Press.
- 8.- BILBAO, J. Tesis Doctoral. (pendiente de publicación)
- 9.- GRODSTEIN, G.W. X-ray attenuation coefficients from 10 KeV. to 100 MeV. N.B.S.-583. (1957).