

BIBLIOTECA DE PROGRAMAS

PROGRAMA BMD04T PARA EL TRATAMIENTO DE SERIES TEMPORALES

Descripción general

Con este número damos por finalizado la serie de programas para el tratamiento de series temporales disponibles en el paquete de programas BMD.

El programa que presentamos sirve para tratar una de las salidas del BMD03T. Comienza este programa con un conjunto de matrices espectrales y espectrales cruzadas a valores complejos, normalmente generadas por el programa BMD03T, estimando las coherencias múltiples y las matrices de respuesta a las frecuencias correspondientes a las series tratadas. Se obtienen bandas confidenciales para la ganancia y fase de cada componente de la matriz de respuesta a la frecuencia. También se obtienen estimaciones del espectro y espectro cruzado de las series con las de entrada.

La salida de este programa (toda ella opcional), incluye para cada frecuencia:

- 1) Matriz inicial de espectros y espectros cruzados.
- 2) Matriz espectral condicional.
- 3) Coherencias de pares.
- 4) Coherencias múltiples para las series de salida y tolerancias para las series de entrada.
- 5) Matriz de respuesta de frecuencias.
- 6) Ganancias y fases para cada componente de (5).
- 7) Bandas confidenciales para cada ganancia y fase.
- 8) Inversa de la matriz espectral cruzada para las series de entrada.

- 9) Matriz de errores típicos de los coeficientes de respuestas de las frecuencias.

Paso 1. - Se lee una matriz de espectros y espectros cruzados. Se selecciona y particiona una submatriz como sigue

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$

donde A_{11} es la matriz de espectros y espectros cruzados para el conjunto de series de entrada y A_{22} es la matriz de espectros cruzados para el conjunto de series de salida.

Paso 2. - Si se requiere, se escriben las coherencias de pares

$$C_{ij} = \frac{|a_{ij}|^2}{a_{ii} a_{jj}}$$

donde a_{ij} es la estimación espectral cruzada de las series i y j ; y a_{ii} es la estimación de la potencia espectral de la serie i .

Paso 3. - Pivotando sobre los elementos de la diagonal principal de A_{11} se obtiene:

$$B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}^{-1} & A_{11}^{-1} A_{12} \\ A_{21} A_{11}^{-1} & A_{22} - A_{21} A_{11}^{-1} A_{12} \end{bmatrix}$$

Paso 4. - Si se requiere la matriz espectral condicional, entonces se escribe la matriz de espectros y espectros cruzados para las series de salida, parcializada con las series de entrada

$$B_{22} = A_{22} - A_{21} A_{11}^{-1} A_{12}$$

NOTA.- Si la cinta de salida alternativa, T_2 , es especificada en las columnas 74,75 de la tarjeta Problem, la matriz B_{22} , es también escrita sobre la cinta T_2 .

Paso 5.- Si se requiere, también se escriben las coherencias múltiples entre cada salida y las entradas donde

$$\text{Coh}_j = \frac{a_{jj} - b_{jj}}{a_{jj}}$$

es la coherencia múltiple para la serie de salida j , siendo a_{jj} el elemento de la matriz original A en la j -sima posición b_{jj} el elemento de la matriz B en la j -sima posición. También se escribe la tolerancia para la serie de entrada

$$\text{Tol} = (a_{rr} \cdot b_{rr})^{-1}$$

donde r es el índice del último pivote usado en la inversión de A_{11} .

Paso 6.- Si se desea, se escribe en forma compleja la matriz de respuesta a la frecuencia B_{21} . También se escribe la matriz de errores típicos de los coeficientes de respuesta a las frecuencias

$$C_{ji} = ((2 \cdot b_{ii} \cdot b_{jj}) / (df - 2q))^{1/2}$$

don i = índice de la serie de entrada, j = índice de la serie de salida, df = grados de libertad; q = número de series de entrada.

Paso 7.- El programa puede, en caso de solicitarlo, escribir B_{11} matriz inversa de la matriz de espectros cruzados de las series de entrada.

Paso 8.- Al igual que en los casos anteriores puede obtenerse a voluntad la ganancia y fase de cada componente de la matriz de respuesta a las frecuencias. Cada componente tiene la forma

$$u + i v$$

donde u y v son reales, siendo computada la ganancia como sigue:

$$g = \sqrt{u^2 + v^2} = \left| u + i v \right|$$

y la fase es dada por $p = \text{Arg} (u + i v)$

Paso 9. - Se calculan también bandas confidenciales simultáneas para la ganancia y fase. El radio del disco confidencial para los coeficientes de respuesta a las frecuencias b_{ji} es:

$$r_{ji} = C e_{ji}$$

donde i = índice de una serie de entrada, j = índice de una serie de salida, y C es una constante especificada por el usuario.

La banda confidencial para la ganancia es

$$g_{ji} \pm r_{ji}$$

y para la fase es $p_{ji} \pm \text{sen}^{-1} \frac{r_{ji}}{g_{ji}}$

NOTA. - Si B_{ji} es el valor esperado del coeficiente de respuesta a la frecuencia b_{ji} , entonces bajo las hipótesis típicas de normalidad:

$$\frac{\left| b_{ji} - B_{ji} \right|^2}{C_{ji}^2} \in F(2, df - 2q)$$

Este hecho puede ser usado para seleccionar C . Si df es grande

$$\text{Pr} \left(\left| b_{ji} - B_{ji} \right| < 2c_{ji} \right) \approx 0.96$$

Para $df-2q=30$

$$\Pr(|b_{ji} - B_{ji}| < 2C_{ji}) \approx 0.96$$

Así $C=2$ es un buen valor nominal. Para especificar C para intervalos de confianza simultáneos véase Goodman.

BIBLIOGRAFIA

1) ANDERSON

The statistical Analysis of Time Series
Jhon Wiley.

2) GOODMAN, N.R.

*Simultaneous Confidence Bands for Matrix Frequency
Response Functions and Related Results*
Rocketdyne Research Memo RM 972-351, october 1963

3) BMD

Biomedical Computer Programs
University of California Press, 1973

Miguel Sánchez García
Biblioteca de Programas.