

LA UTILIZACION DEL LENGUAJE APL EN EL ESTUDIO DE FENOMENOS DIFRACCIONALES

Por M.L.Calvo y P.Juncos del Egido.- Facultad de Físicas. Univ. Complutense

1.- INTRODUCCION AL FENOMENO FISICO

En el fenómeno de la difracción se estudia la distribución del campo eléctrico perturbado por un determinado obstáculo, en un plano posterior al mismo perpendicular a la dirección de propagación del campo incidente. Algunos fenómenos de difracción bien conocidos en los tratados de Óptica se describen mediante expresiones algebraicas sencillas. Cuando en el obstáculo se consideran unas condiciones físicas donde aparecen un elevado número de variables la expresión de c.e. se hace muy compleja. Tal es el caso de un holograma de volumen, cuando se le trata como una red de difracción periódica, al tener su índice de refracción (o su permeabilidad dieléctrica). La forma de una función consinusoidal:

$$\epsilon(x) = \epsilon_0 \left(1 + \alpha \cos \sum_{i=1}^3 l_i \bar{b}_i \bar{x} \right) \quad (1)$$

En el tratamiento riguroso, la forma del c.e. difractado viene dado como un sistema de ecuaciones acopladas, para cuya solución, en el caso más sencillo hay que calcularse matrices 83×83 , obteniéndose automáticamente problemas del overflow y underflow, así como un tiempo de ordenador muy elevado, haciendo que este tipo de cálculo no sea fácilmente realizable. Si, además, la necesidad de manejar cierto tipo de variables, como K (número de onda) que necesariamente tienen que estar comprendidos en un intervalo de valores estrecho (el espectro visible), ya que se trata de un fenómeno luminoso. Esto hace que se busquen soluciones aproximadas para el campo eléctrico difractado como la conocida aproximación de Raman-Nath. Hemos realizado entonces una corrección a la aproximación de Raman-Nath con objeto de conocer el porcentaje de aplicabilidad de dicha aproximación y su desvío respecto del tratamiento riguroso. La corrección viene dada por:

$$|a_n + c_n|^2 = |a_n|^2 + \operatorname{Re} |c_n a_n^*| + |c_n|^2 \quad (2)$$

donde:

$a_n = J_n$; funciones de Bessel, n : orden de difracción.

c_n : contribución al campo de los términos correctivos o cota superior para la corrección.

y: para $n=1$: orden primero de difracción.

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} |c_1 a_1^*| &= J_1(\beta z) \cos kz \left| 1 - \frac{1}{2} (1 - \epsilon_0) \right| \\ &\cdot \left\{ \frac{K(1)}{[K^2 - b^2]^{\frac{1}{2}}} I_3 \sin \sqrt{K^2 - b^2} z - \frac{K(1)}{K} I_1 \sin kz + \frac{K(2)}{[k^2 - b^2]^{\frac{1}{2}}} I_{8-112} \right\} \\ &\cdot \cos \sqrt{K^2 - b^2} z + \frac{K(2)}{K} (I_{10} - I_{16}) \cos Kz - \\ &- J_1(\beta z) \sin kz \left| 1 - \frac{1}{2} (1 - \epsilon_0) \right| \cdot \left\{ \frac{K(1)}{[K^2 - b^2]^{\frac{1}{2}}} I_3 \cos \sqrt{K^2 - b^2} z - \right. \end{aligned}$$



$$-\frac{K(1)}{K} I_1 \cos KZ - \frac{K(2)}{[K^2 - b^2]^{1/2}} (I_8 - I_{12}) \sin \sqrt{K^2 - b^2} z - \frac{K(2)}{K} (I_{10} - I_{15}) \cdot \left. \begin{array}{l} \text{sen } kz \\ \end{array} \right\} \quad (3)$$

donde:

$I_3, I_4, I_{10}, I_{16}, I_8, I_{12}$ son integrales definidas expresadas en terminos de expresiones algebraicas.

2.- USO DEL APL PARA LA COMPUTACION DE (3)

1) $R_e |C_1 a_1^*| + C_1 E$ es una función monádica que depende de la variable z . Esta variable marca la distancia de penetración del campo difractado.

Estudiamos pues: $C_1 E \leftarrow Z$

2) En una sola sentencia, generamos un vector para los valores de la variable z
 $z \leftarrow 0, (z \text{ 1000}) - 50$

vector de 1001 elementos, con lo cual el número de valores de la función cubre un amplio intervalo. Este vector puede variarse convenientemente. En situaciones de singularidad para el origen:

$z[1] \leftarrow 10 * - 50$ permite eliminar posibles errores de dominio.

3) Las funciones coseno y seno, funciones de z se escriben en el programa mediante una sola sentencia:

$10(H1xz)$ y $20(H1xz)$

donde H1 incluye la correspondiente constante.

4) La biblioteca 12 NUMERICUTIL permite la programación directa de las funciones de Bessel. En el caso $n=1$, seleccionamos J_1 mediante una sola sentencia:

$J1B \leftarrow (BJY1 (Bxz)) [1;]$

donde B es la correspondiente constante.

Para ordenes superiores se usa conjuntamente $J1B$ y JOB , seleccionada por el mismo sistema, y mediante el uso de la ley de recurrencia:

$$J_{n-1}(z) + J_{n+1}(z) = \frac{2n}{z} J_n(z)$$

se obtienen las correspondientes J_2, J_3 , etc.

5) La biblioteca 5 PLOT permite obtener automaticamente la gráfica de la función definida. Las sentencias tipo:

```
50 100 FPLOTT CIE VS Z
25 50 FPLOTT CIE VS Z etc.
```

permiten obtener automáticamente la gráfica a distintas escalas.

Una de la gráficas obtenidas se muestra en la Figura 1.

El tiempo de realización de dicha gráfica es de unos segundos.

Si existen problemas de acumulación de puntos la sentencia:

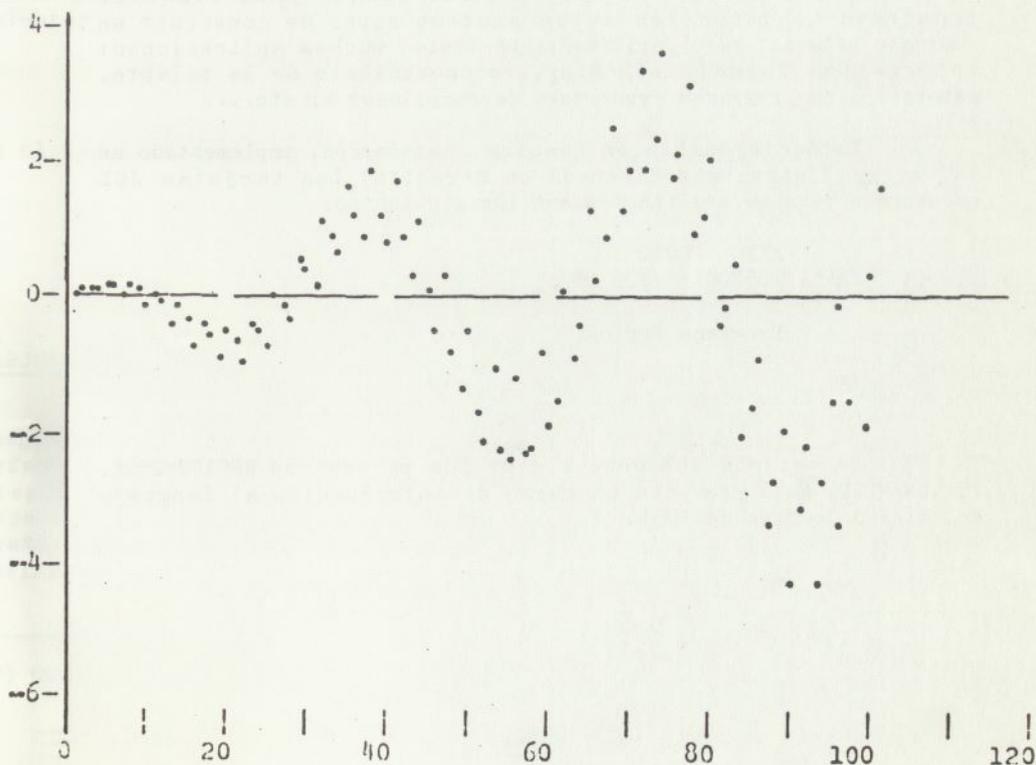
```
50 10 FPLOTT CIE (↓83) VS Z (↓83)
```

abandona los correspondientes 83 primeros valores en este caso.

3.- CONCLUSIONES

La sencillez de manejo del terminal, la posibilidad de programar directamente una expresión algebraica así como la obtención inmediata de la gráfica de la función, además de la posibilidad de uso directo de funciones de Bessel, comúnmente presentes en los fenómenos de difracción, hacen del APL un lenguaje altamente recomendable para este tipo de problemas.

```
25 50 FPLOTT CIE
```



SCALE FACTOR FOR ORDINATE 1E7

Figura 1.