

La ciencia perspectiva (1684-1687), de G.W. Leibniz

Traducción de Ricardo Rodríguez Hurtado
Universidad de Murcia 

<https://dx.doi.org/10.5209/ashf.98256>

Recibido: 01 de octubre de 2024 • Aceptado: 17 de octubre de 2024

Resumen: En el presente trabajo se publica la traducción de *La ciencia perspectiva* (1684-1686), de G.W. Leibniz. Entre 1679 y 1686, el pensador alemán escribe una serie de textos dedicados a la ciencia perspectiva. Esos escritos son los siguientes: *La construcción y el uso de escalas en la perspectiva*; *Las asistencias del cálculo*; *El fundamento de la perspectiva*; *El origen de la regla del arte de la perspectiva*; *La relación de los puntos con el plano del espectador*; *La ciencia perspectiva*. El último de ellos, que es también el más acabado formal y argumentativamente, es el que se traduce en este trabajo. En *La ciencia perspectiva*, Leibniz define la disciplina, presenta una metodología y descubre la regla de dicha ciencia. La ciencia perspectiva es, de acuerdo con él, el arte de exhibir en la Tabula la apariencia del objeto y, en dicho arte, el análisis geométrico de la intersección resulta central para el descubrimiento de la regla universal de la representación. Antes de presentar la traducción, se puede encontrar un estudio introductorio del texto, cuyo objetivo es facilitar la comprensión del lector en relación con lo defendido por Leibniz en *La ciencia perspectiva*.

Palabras clave: Leibniz Ciencia perspectiva Geometría Historia de la filosofía

ENG Perspective science (1684-1687), by G.W. Leibniz

Abstract: In the present paper is published the translation into Spanish of *Perspective science* (1684-1686), by G.W. Leibniz. Between 1679 and 1686, the German thinker writes a series of texts on perspective science. These writings are the following: *The construction and use of scales in perspective*; *The calculation assistances*; *The basis of perspective*; *The origin of the rule of the perspective art*; *The relationship of points toward the spectator plane*; *Perspective science*. The last of them, which is the most formal and argumentatively completed, is the one that is translated here. In *Perspective science*, Leibniz defines the discipline, presents a methodology and finds out the rule of the science. The perspective science is, according to him, the art of exhibiting on the Tabula the object's appearance and, on the said science, the geometrical analysis of intersections is central for discovering the universal rule of representation. Before the translation of the text, it may be found an introductory study of the text aiming to make easier for the reader to understand what Leibniz defends in *Perspective science*.

Keywords: Leibniz Perspective Science Geometry History of Philosophy

Sumario: 0. Introducción; a) Texto de referencia de la traducción; b) Contextualización teórica de *La ciencia perspectiva*; c) Propuesta de guía de lectura; c.1) La definición de la ciencia perspectiva; c.2) La construcción del método universal; c.3) La regla universal de la ciencia y la exploración de posibilidades teóricas; 1. La ciencia perspectiva (1684-1687), de G.W. Leibniz; Referencias bibliográfica

Cómo citar: Rodríguez Hurtado, R. (2025) "La ciencia perspectiva (1684-1687), de G.W. Leibniz". *Anales del Seminario de Historia de la Filosofía*, 42 (1), 243-255.

Agradecimientos

La traducción de *La ciencia perspectiva* ha sido un trabajo que se ha alargado en el tiempo y que se ha beneficiado de la colaboración con diferentes instituciones, grupos de investigación e investigadores. El grupo *Leibniz en español* (UGR) ha sido un apoyo constante en el trabajo desarrollado con los manuscritos de Leibniz dedicados a la ciencia perspectiva. Tanto Juan A. Nicolás (UGR, IP), director del grupo, y Miguel Escribano (UV, actualmente IP), como

diferentes colaboradores del proyecto, como los profesores Manuel Molina (UGR) o Bernardino Orio, han colaborado, de una manera u otra, en la traducción que se presenta a continuación. En un primer momento, Manuel Molina tradujo al español una selección de pasajes de *La ciencia perspectiva* y, a partir de esos primeros pasajes traducidos, se comenzó a trabajar en la traducción que aquí se presenta. Ha sido también un apoyo imprescindible para la traducción de *La ciencia perspectiva* el *Leibniz-Archiv*

(Hannover); especialmente, Siegmund Probst y, el director del archivo, Michael Kempe, quienes han atendido todas las consultas que se les han planteado y han compartido todos los materiales necesarios para realizar este trabajo. También ha resultado imprescindible la generosidad de Javier Echeverría, quien compartió sus trabajos de transcripción del texto que aquí se traduce. Sin esa aportación, muy difícilmente podría presentarse hoy esta traducción. También ha sido importante la colaboración del grupo *Mathesis*.

O. Introducción

Las particularidades formales y de contenido de *La ciencia perspectiva* (1684-1687) pueden dificultar la comprensión del texto. Los lectores que no estén familiarizados ni con la literatura científico-filosófica del siglo XVII ni con las especificidades de la manera de trabajar de G.W. Leibniz pueden encontrar dificultades para comprender este texto. El estudio que se presenta a continuación, aunque breve, intenta evitar la desorientación de este tipo de lectores. Los estudiosos interesados en un análisis pormenorizado de las construcciones geométricas elaboradas por Leibniz en *La ciencia perspectiva* deben confrontar *Scientia Perspectiva. Leibniz and geometric perspective*, de Debuiche y Brancato.¹ A ese segundo tipo de lectores, si tiene además interés en conocer el lugar de *La ciencia perspectiva* en el planteamiento teórico del pensador alemán, más allá de las cuestiones geométricas, se les recomienda *La teoría perspectivista de G.W. Leibniz*.² El estudio introductorio que aquí se presenta se compone de las partes siguientes: en primer lugar, se referencia el texto que ha servido de base para la traducción; en segundo lugar, se caracteriza el contexto de creación de *La ciencia perspectiva* y se describe el sentido de la investigación leibniziana; en último lugar, se ofrece una división del texto que, se espera, sirva de guía de lectura.

a. Texto de referencia de la traducción

El texto que ha servido de referencia para la traducción de *La ciencia perspectiva* ha sido el publicado por el *Leibniz-Archiv* (Hannover, Alemania) en la preimpresión de las transcripciones de los textos matemáticos inéditos de Leibniz.³ La publicación de la transcripción de ese texto se debe al trabajo realizado conjuntamente por el grupo de investigación *Mathesis* y el mismo *Leibniz-Archiv*. Los investigadores de

Mathesis y del *Leibniz-Archiv* han realizado las figuras (Figura 1, 2, 3 y 4) y los signos y grafías producidos por Leibniz (ω y $\dagger$) que se utilizan en la traducción de *La ciencia perspectiva* que se publica a continuación. Les agradezco el haber compartido estos materiales y el haber contribuido de esa manera a la mejora del resultado final del trabajo. El *Leibniz-Archiv* es uno de los cuatro centros responsables de publicar la edición de referencia de la obra de Leibniz, a saber, *G.W. Leibniz, Sämtliche Schriften und Briefe*. En ese centro se realiza la *Serie VII* de las obras de Leibniz; en los diferentes volúmenes de esa serie se recogen, por orden cronológico, los textos matemáticos del pensador alemán. La publicación definitiva de la transcripción de *La ciencia perspectiva* se realizará en uno de los volúmenes de esta serie.

b. Contextualización teórica de *La ciencia perspectiva*

Entre 1679 y 1686 Leibniz escribe un grupo de textos dedicados a la ciencia perspectiva; esos escritos son los siguientes: *La construcción y el uso de escalas en la perspectiva*; *Las asistencias del cálculo*; *El fundamento de la perspectiva*; *El origen de la regla del arte de la perspectiva*; *La relación de los puntos con el plano del espectador*; *La ciencia perspectiva*.⁴ En 1679 Leibniz comparte por carta con C. Huygens su proyecto de renovación del análisis geométrico;⁵ el secretario de la *Académie des Sciences* parisina, en su respuesta, fechada el mismo año, critica duramente el planteamiento del pensador alemán.⁶ Consciente de la necesidad de revisar su teoría geométrica, en los escritos dedicados a la ciencia perspectiva Leibniz experimenta con una nueva manera de trabajar en geometría. Confía que la ciencia perspectiva le permita superar las limitaciones de su anterior planteamiento matemático. Los textos de Leibniz dedicados a la ciencia perspectiva mantienen, entre sí, una evidente continuidad teórica y argumental; Rodríguez, Nicolás y Echeverría, han analizado el conjunto de la investigación y han mostrado ese encadenamiento en el desarrollo teórico.⁷ Gracias a esa manera de trabajar, Leibniz, mediante

¹ Cf. Valérie Debuiche y Mattia Brancato, "Scientia Perspectiva. Leibniz and geometric perspective". *Historia Mathematica*, n° 63 (2023): 47-69. <https://doi.org/10.1016/j.hm.2023.05.002>

² Cf. Ricardo Rodríguez, "La teoría perspectivista de G.W. Leibniz: de la lectura epistemológica de la ciencia perspectiva a la afirmación metafísica de la pluralidad", *Anales del Seminario de Historia de la Filosofía*, 41/2 (2024), 303-315. <https://doi.org/10.5209/ashf.92347>; Cf. Ricardo Rodríguez, *La doctrina perspectivista de G.W. Leibniz* (Granada: Comares, 2021): 39-130.

³ G.W. Leibniz, *Mathesis. Transkriptionen und Vorauseditionen mathematischer Schriften für die Leibniz-Akademie-Ausgabe*. Editionsstellen in Hannover und Münster, hrsg. von der Leibniz-Forschungsstelle Hannover der Akademie der Wissenschaften zu Göttingen beim Leibniz-Archiv der Gottfried Wilhelm Leibniz Bibliothek – Niedersächsische Landesbibliothek (Hannover, 31. August 2021): pp. 382-398. <https://doi.org/10.26015/adwdocs-1951>. La primera versión de esta preimpresión data del 2019.

⁴ En Leibniz, *Mathesis. Transkriptionen und Vorauseditionen mathematischer Schriften*, se encuentran *La ciencia perspectiva*, pp. 382-398, *La relación de los puntos con el plano del espectador*, pp. 398-400, y *Las asistencias del cálculo*, pp. 409-411. En Rodríguez Hurtado, Ricardo, *Análisis y reconstrucción del concepto de Perspectiva en la obra filosófica y científica de G. W. Leibniz*, Granada: Universidad de Granada, 2020. [<http://hdl.handle.net/10481/63306>], pp. 331-384, hay una sección dedicada a apuntes y textos de Leibniz sobre la ciencia perspectiva. Los trabajos de Javier Echeverría acerca de los textos de Leibniz sobre ciencia perspectiva tuvieron una importancia central en la promoción de todo este trabajo de transcripción, análisis y traducción: Javier Echeverría, «Recherches inconnes de Leibniz sur la géométrie perspective», *Studia Leibnitiana, Suppl. XXIII Leibniz et la renaissance* (1983): 191-201; *Ibid.*, «Leibniz, interprète de Desargues», en *Desargues en son temps*, eds. Jean G. Dhombre y Joël Sakarovich (Paris: A. Blanchard, 1994), 283-295.

⁵ Cf. G.W. Leibniz, *Obras Filosóficas y Científicas. Escritos Matemáticos B*, ed. Mary Sol de Mora (Granada: Comares, 2015): 439-481.

⁶ Cf. Leibniz, *Escritos Matemáticos B*, 417-421.

⁷ Cf. Ricardo Rodríguez, Juan A. Nicolás y Javier Echeverría, "The geometric origin of perspectivist science in G.W. Leibniz. Analysis based on unpublished manuscripts", *Historia Mathematica*, n° 55 (2021): 1-22. <https://doi.org/10.1016/j.hm.2020.12.001>

pequeñas variaciones de un texto a otro, construye una argumentación propia e innovadora. Debido también a esa manera de proceder, *La ciencia perspectiva* puede considerarse el elemento conclusivo de carácter más definitivo de la investigación leibniziana en la disciplina; pues *La ciencia perspectiva* es el último escrito de la serie y, dada la conexión entre todos los textos, en él Leibniz recoge los resultados de las alteraciones argumentales presentadas en los escritos precedentes. De todos los textos dedicados a la disciplina, *La ciencia perspectiva* es también el más extenso y el mejor organizado, tanto discursiva como argumentativamente. En el mismo trabajo en el que Debuiche y Brancato reconstruyen las construcciones geométricas realizadas en el texto,⁸ estos autores dividen *La ciencia perspectiva* en cinco partes.⁹ En este estudio introductorio el contenido de *La ciencia perspectiva* se divide en tres. La partición realizada por Debuiche y Brancato concede mayor importancia al razonamiento de Leibniz en cuanto la metodología que el pensador alemán crea sea aleja en mayor medida del objeto de la ciencia perspectiva. En el trabajo de Debuiche y Brancato tanto el uso que Leibniz hace de los paralelismos, analizado en la cuarta parte, como de los centros de convergencia, en la quinta, se entienden como un intento de fundamentar una nueva filosofía del espacio.¹⁰ Esto confunde acerca del objeto de estudio de *La ciencia perspectiva*: no es un análisis centrado en una definición geométrica del espacio, es un estudio de métodos dedicados al “arte de exhibir en la Tabula la apariencia del objeto” (definición de Leibniz de la disciplina). Además, tras la investigación en ciencia perspectiva, Leibniz aplica los conceptos de la disciplina, sobre todo el de punto de vista, al análisis epistemológico y, debido a la importancia que ese análisis tiene para comprender la fuerza de representación, la ciencia perspectiva acaba por influir en la definición leibniziana de la sustancia. Los conceptos de la ciencia perspectiva adquieren más importancia en esas dimensiones teóricas del pensamiento leibniziano que en su filosofía del espacio.¹¹ Por todo ello, la división de *La ciencia perspectiva* que se presenta a continuación se centra en el tema de estudio del texto, a saber, el arte de exhibir en la Tabula la apariencia del objeto, y, de acuerdo con ese criterio, busca ayudar al lector a identificar los elementos centrales de la investigación leibniziana.

c. Propuesta de guía de lectura

El lector de *La ciencia perspectiva* no encuentra en el texto una estructura esclarecedora. Pese a ser el escrito más organizado de los dedicados a la ciencia perspectiva, no parece que Leibniz pensara publicarlo. De hecho, no lo hizo y de haberse decidido a hacerlo, antes habría tenido que haberlo revisado. El principal objetivo de la división del texto que se propone a continuación es evitar las dificultades de comprensión que esa situación pueda provocar. Se divide el texto en

tres partes: en la primera, en la primera, Leibniz realiza una definición clásica de la ciencia perspectiva; en la segunda, el pensador alemán construye el “método universal” de la ciencia; en la última, pone en práctica, en relación con dos construcciones geométricas, su “regla universal”. El genio de Leibniz se aprecia en el elevado número de variaciones teóricas que construye en cada parte del texto. Algunas de esas posibilidades teóricas se desarrollan y se consolidan y otras, aunque planteadas, se expresan de manera tentativa. De cualquier manera, esa forma de trabajar da un carácter innovador a los elementos clásicos, una mayor profundidad teórica a las cuestiones metodológicas y un alcance ontológico a las aplicaciones normativas.

c.1. La definición de la ciencia perspectiva

(“La ciencia perspectiva es el arte...”)

En las primeras páginas, Leibniz define la ciencia perspectiva de una manera clásica: “el arte de exhibir en la Tabula la apariencia del objeto”. Esa definición continúa y, hacia el final de la misma, Leibniz identifica el objetivo de la ciencia, a saber, que las líneas trazadas en la Tabula representen la figura del objeto representado. Antes de mencionar ese objetivo, Leibniz presenta los elementos del arte: una Tabula (plano de representación), un objeto (que se pretende representar), el ojo (de un espectador) y la consideración de las posiciones respectivas entre ellos. En la definición son también relevantes el medio por el que se difunde la luz, el lugar desde el que esta se emite y la acción de la misma sobre la figura del objeto representado. En relación con cada uno de esos elementos, Leibniz introduce, entre paréntesis, variaciones de todo tipo y, de esa manera, enriquece la definición inicial. No debe pasarse por alto la importancia que Leibniz otorga a la “expresión de las sombras y de las luces”, a la que considera una “parte esencial” de la ciencia. En la definición, incluso presenta un concepto para analizar la expresión de las sombras y las luces, a saber, las líneas determinantes. Sin embargo, la argumentación de *La ciencia perspectiva* no aborda esta “parte esencial” de la ciencia perspectiva; en el texto, Leibniz construye un razonamiento de carácter exclusivamente geométrico.

c.2. La construcción del método universal

(“S es el espectador o el ojo; TAB es la Tabula...”)

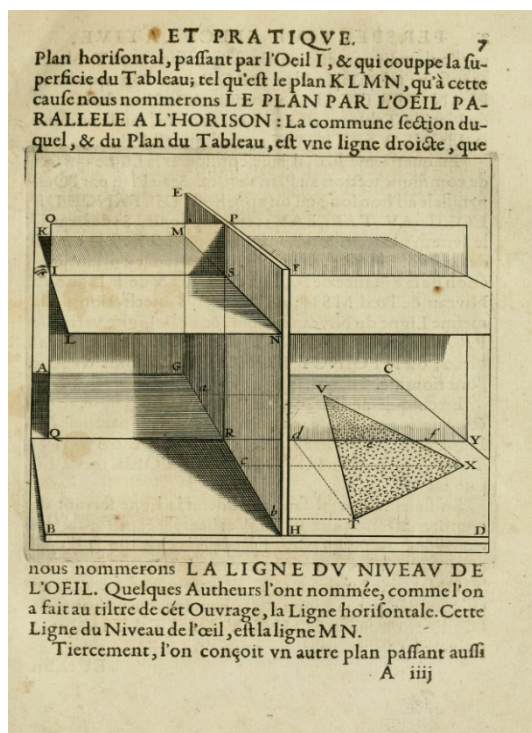
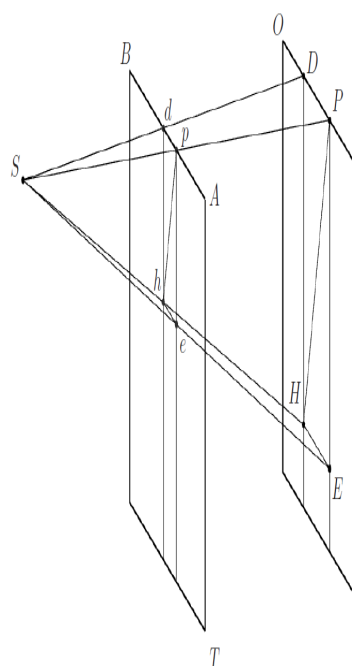
La parte central del texto Leibniz la dedica a construir el “método universal” de la ciencia perspectiva. En un primer momento, analiza cómo determinar la elevación y la declinación de un punto aparente en la Tabula. El análisis de la *Figura 1* le permite apreciar que la relación del punto respecto de dos rectas hace posible determinar su posición. Concluye, en ese momento, que entre los valores (elevación y declinación) de los puntos objetivos y de los puntos aparentes y las distancias entre los planos (espectador, Tabula y objetivo primario) se dan relaciones de proporción; más concretamente, entre los valores de los puntos objetivos y de los aparentes se da una relación de proporción directa y, al mismo tiempo, entre las distancias entre planos y los valores de los puntos aparentes, teniendo en cuenta los valores de los puntos objetivos, una relación de proporción recíproca. A continuación, Leibniz comienza a trabajar con la representación de

⁸ Cf. Debuiche y Brancato, *Scientia Perspectiva*.

⁹ Ibid. 48.

¹⁰ Ibid. 59-67. En trabajos anteriores, “Perspective in Leibniz's Invention of Characteristica Geometrica: The Problem of Desargues' Influence” y “L'invention d'une géométrie pure au 17e siècle: Pascal et son lecteur Leibniz”, Valérie Debuiche ha argumentado de manera similar.

¹¹ Cf. Rodríguez, “La teoría perspectivista de G.W. Leibniz”; cf. Rodríguez, *La doctrina perspectivista de G.W. Leibniz*, caps. 3 y 4.

Imagen 1. *La perspective spéculative et pratique*, p. 7Imagen 2. Fig. 1 de *La ciencia perspectiva*

un sólido y, en relación con ese nuevo planteamiento, elabora las fórmulas de la elevación (e) y declinación (d) aparentes:

$$e \text{ aequ. } \frac{a}{b + l} E; \quad d \text{ aequ. } \frac{a}{b + l} D.$$

Las fórmulas permiten representar un punto objetivo en relación con la figura del sólido en el que este se encuentra. En este segundo momento, Leibniz define e introduce, de hecho en varias ocasiones, tres planos: el plano objetivo primario; el plano horizontal; y el plano vertical. En la *Imagen 1*: el plano horizontal es el plano $KLNM$ y el plano vertical es el plano $OPRQ$; en la *Imagen 2*, el plano objetivo primario es el O . Gracias a estos planos, Leibniz consigue fijar la elevación la elevación objetiva, E , y la declinación objetiva, D , y así construir las fórmulas citadas. En las fórmulas se recogen, de una manera geoméricamente articulada, las relaciones de proporción directa y recíproca anteriormente señaladas. La segunda parte del texto acaba con una enumeración de los resultados (o *compéndia*) del método propuesto. Leibniz presenta esos resultados en relación con la argumentación geométrica que los antecede; sin embargo, estos presentan conclusiones consolidadas en la época. Entre los resultados listados se encuentra, por ejemplo, el que la representación de una recta es otra recta y el que la representación de una línea, alejada una gran distancia del espectador y de la Tabula, es un punto.

c.3. La regla universal de la ciencia y la exploración de posibilidades teóricas

("La Tabula es TTO ; el plano del ángulo, BAC , corta la Tabula en TO ...")

En las últimas páginas, en relación con las *Figuras 2 y 3*, Leibniz realiza sendos ejercicios de ciencia

perspectiva. La manera de trabajar del pensador alemán complica el considerar esos ejercicios como exclusivamente prácticos; antes bien, en relación con ellos Leibniz busca extraer conclusiones teóricas. En la *Figura 2*, utiliza puntos de distancia¹² (aunque no los llama así) y relaciones de paralelismo. De cada lado de la Tabula, a saber, del lado espectador así como del del objeto, Leibniz traza dos puntos de distancia, a derecha y a izquierda: del lado de espectador, lanza un punto de distancia a izquierda y otro a derecha del punto de vista; del lado del objeto, lanza un punto de distancia a cada lado de la proyección perpendicular del punto objetivo que se desea representar. Después de eso, el pensador alemán conecta los puntos de distancia opuestos: los puntos de distancia a la izquierda del punto de vista y de la proyección perpendicular del punto a representar y los puntos de distancia a la derecha del punto de vista y de la

¹² El punto de distancia es el punto que, en la Tabula, se aleja tanto, hacia uno de los lados (derecho o izquierdo), de la proyección perpendicular del punto objetivo en la Tabula como la proyección perpendicular del punto objetivo en la Tabula se aleja del punto objetivo mismo. Del lado del espectador, la proyección perpendicular en la Tabula suele ser la proyección perpendicular del ojo, es decir, el punto de vista principal. Del lado del objeto, la proyección perpendicular en la Tabula puede ser la de cualquiera de los puntos objetivos que se quiere representar. Entre los documentos de estudio de Leibniz se encuentra un texto introductorio a la ciencia perspectiva, *De la perspective*, escrito en francés. En él el punto de distancia se define de la siguiente manera: "Se llaman Puntos de Distancias aquellos que se toman a derecha y a izquierda de la Vista sobre la línea horizontal del ojo, y que están tan alejados del centro de la Perspectiva como el ojo que mira lo está del tableau", Rodríguez Hurtado, *La doctrina perspectivista*, p. 59. En la definición solo se hace referencia al punto de distancia construido a partir de la posición del espectador. En los ejercicios de *La ciencia perspectiva* Leibniz utiliza también los puntos de distancia del lado del punto objetivo.

proyección perpendicular del punto a representar.¹³ Las rectas resultantes se cortan entre sí y, en esa intersección, se encuentra el punto aparente que se desea representar. Al elaborar los puntos de distancia, Leibniz construye dos triángulos semejantes contrapuestos: uno, del lado del espectador; el otro, del del objeto. La semejanza de esos triángulos se basa en que, al construirlos, Leibniz ha dispuesto que las rectas opuestas que los componen, una a una, sean paralelas. Esa composición geométrica, semejante gracias a los paralelismos, permite al pensador alemán analizar relaciones de proporción que conectan los valores de ambos lados de la Tabula. En ese momento del texto, nada más constatar esa posibilidad de análisis, Leibniz comienza a trabajar con la *Figura 3*. Cambia también la manera de referirse a los puntos de distancia, que a partir de entonces llama *lugares relativos* (también considera la proyección perpendicular sobre la Tabula un lugar relativo; sin embargo, esta no podría considerarse un punto de distancia). A las rectas que conectan los lugares relativos opuestos las llama, desde ese momento, *radios relativos*. De acuerdo con esa renovada nomenclatura, la intersección de dos radios relativos determina la posición del punto aparente en la Tabula. Esta manera de proceder es, en esencia, la descrita en relación con los puntos de distancias al comienzo del apartado; sin embargo, al reconceptualizar estos recursos metodológicos, Leibniz pasa a describirla como la “regla universal” de la ciencia perspectiva. El pensador alemán, a continuación, busca una mayor universalidad del procedimiento y, para ello, desliga los lugares relativos de la Tabula; a los lugares relativos (derivados de los puntos de distancia) que no necesariamente deben estar relacionados con la Tabula los llama *centros de convergencia*. Los centros de convergencia permiten a Leibniz analizar relaciones de intersección de una manera amplia; ya que, en función del centro de convergencia que se tome como referencia, unas determinadas intersecciones determinan unas incidencias-representaciones específicas. En ese contexto, el pensador alemán menciona el hexagrama místico pascaliano y presenta, de manera tentativa, posibles conclusiones proyectivas. El propio Leibniz, sin embargo, expone la necesidad de comprobar esas consideraciones finales.

1. La ciencia perspectiva (1684-1687), de G.W. Leibniz

La ciencia perspectiva es el arte de exhibir en la Tabula¹⁴ la apariencia del objeto; en la ciencia pers-

pectiva, dada una *Tabula* (una superficie plana, cóncava, convexa o mixta), un *objeto* (ya sea ese objeto un punto, ya sea una línea, bien sea una superficie, bien sea un sólido, pero cuya naturaleza nos haya sido dada) y las *posiciones respectivas entre sí* y, asimismo, en relación con *la posición del ojo* (aun cuando pueda haber entre esas posiciones una distancia infinita o infinitamente pequeña: una distancia infinita, si el ojo se distancia infinitamente, bien respecto de la Tabula, bien respecto del objeto o, también, si todos ellos se distancian infinitamente entre sí; una distancia infinitamente pequeña, si el ojo coincide con la Tabula o con el objeto. En cuyo caso, ni debe obtenerse una figura plana, o la representación de un objeto en la Tabula, ni los planos deben ser paralelos respecto del plano de representación;¹⁵ aunque el ojo se encuentre entre el objeto y la Tabula o pese a encontrarse el objeto entre la Tabula y el ojo¹⁶); en la ciencia perspectiva, dado un *medio* (ya sea invariante, ya sea reflectante o refringente; se dé ese medio de una vez o en sucesivas ocasiones; ya sea la ley que le rige común, ya sea diferente, según la elección adoptada), un *lugar* y, también, una *figura iluminada* (la figura puede ser simple o múltiple y, de nuevo, puede estar cerca o distar infinitamente. Asimismo, si es múltiple puede serlo en diferentes grados, en función de la acción directa de los rayos, reflectantes o refractantes, y bajo diferentes grados de iluminación y de sombra), *las líneas trazadas en la Tabula* (aunque esas líneas puedan estar dibujadas mediante simples puntos) *representan las líneas del objeto* (siempre, por supuesto, que a cada punto en la Tabula le corresponda un punto del objeto; pues el radio que, según las prescripciones de las leyes ópticas, viene desde el objeto hasta el ojo corta la Tabula. Resulta útil una Tabula así, que no corte dos veces el mismo radio, para evitar confusiones). Excepto, al menos, las líneas *determinantes* (son determinantes todas aquellas líneas que permiten distinguir suficientemente la superficie del objeto; sin embargo, resulta útil el trabajo de trazar líneas superfluas, y otras más significativas, para poder percibir mejor la superficie) que, *expresando las luces y las sombras* (lo que se realiza bien mediante puntos, bien mediante líneas, bien mediante superficies o, también, mediante una coloración continua, a la que denominan *lavare*), *representan las luces y las sombras del objeto* (esa representación, que puede ser monocromática o policromática, es una gradación, continua y variante, de luces y de sombras. En el caso de la policromática, la coloración doble se compone, de un

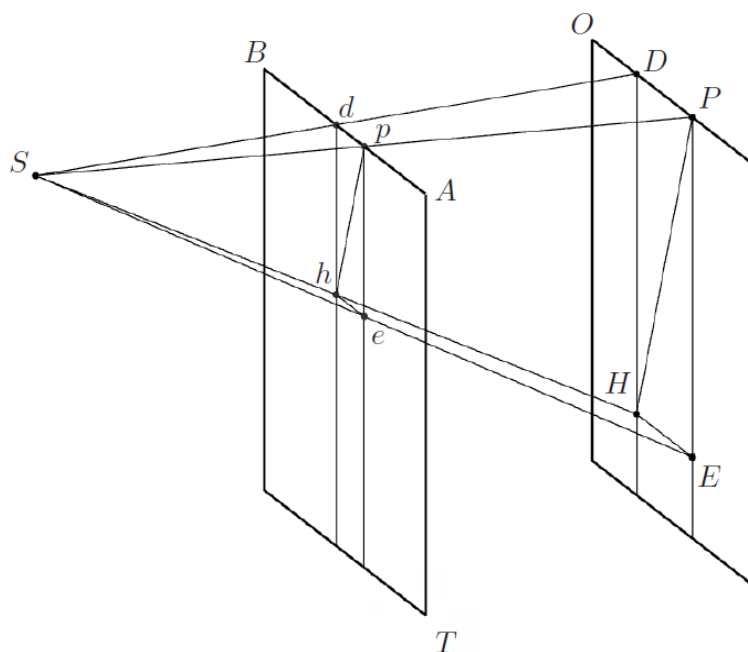
¹³ Al estar enfrentados el ojo y el punto objetivo, los puntos de distancia contruidos a la izquierda del punto de vista y a la izquierda de la proyección perpendicular del punto objetivo se encuentran en posiciones contrapuestas. El punto de distancia situado a la izquierda, construido a partir del punto de vista, se encuentra a la derecha si se lo considera desde el punto objetivo, y viceversa. La misma situación se encuentra en relación con los puntos de distancia contruidos a la derecha de los puntos de referencia.

¹⁴ Leibniz hace referencia al plano de representación con el término ‘Tabula’ y, en la traducción, se mantiene ese término. El plano de representación (o Tabula) es el plano en el que se realiza la representación pictórica; una definición del concepto se puede encontrar en Kirsti Andersen, *The geometry of an art. The history of the mathematical theory of perspective from Alberti to Monge* (New York: Springer, 2007): XXIX-XXX. En la pintura moderna el lienzo ha sido el plano de

representación más común. En alguna ocasión en *La ciencia perspectiva*, Leibniz caracteriza el plano de representación simplemente como un ‘plano’ (sin mencionar la Tabula); en esos casos, se mantiene la expresión utilizada por el pensador alemán.

¹⁵ Los planos que no deben ser paralelos respecto del plano de representación son los que fijan las posiciones del ojo y del objeto. No deben serlo porque, como se indica en el texto, coinciden con el plano de representación; es decir, los tres planos, de acuerdo con la situación descrita por Leibniz, se superponen.

¹⁶ La posición común en los ejercicios de ciencia perspectiva ubica al espectador (o el ojo) y al objeto a cada uno de los lados de la Tabula. En caso de que la distancia entre espectador, Tabula y objeto sea mínima implica la imposibilidad de la representación en la Tabula y de los paralelismos entre planos incluso si la posición común de los elementos se altera.

FIG.1¹⁹

lado, del color de la Tabula y, del otro, de los colores ungidos sobre la misma Tabula que, generalmente, son el blanco y el negro o el claro y el oscuro. Cuando la Tabula es clara, se ungen diferentes colores para representar las sombras; cuando la Tabula es negra, y la luz, como en la noche, se abandona en el vacío, se unge un color diferente del negro o se utiliza una nueva técnica de grabado en negro. Esa pluralidad de colores puede ser tanto similar como diferente a la coloración de los objetos representados. Pero debemos considerar, siempre, no solo la luz o la sombra que el objeto recibe en cada uno de sus puntos, sino también la luz y la sombra que se refleja en el ojo, la cual varía según la distancia. El carácter más o menos vivo de los colores también se debe a esto. La expresión de las sombras y de las luces es, además, una parte esencial de la perspectiva y, sin ella, ciertos objetos, como son las superficies cóncavas y convexas, no podrían ni ser caracterizados ni distinguirse del plano.¹⁷ No puede la perspectiva, por lo tanto, designar los lugares de los puntos en la Tabula a menos que se determine el claroscuro de cada uno de esos puntos o, más bien, de la parte de la superficie en la que los puntos se encuentran).

Esta idea de la perspectiva, que ciertamente se aparta del cálculo de la magnitud (excepto de las rectas) y del movimiento, es vastísima y comprende toda la *Geometriam situs*. Pero, como tomamos la perspectiva en su sentido común, en primer lugar, omitimos los radios reflejantes y refractantes y, luego, utilizamos únicamente una Tabula plana y la luz del sol, cuyas líneas son paralelas. Finalmente, abordamos, en primer lugar, la situación de las apariencias o de *las apariencias de las líneas* y, de ese modo, también la *de las apariencias de los puntos* y, al extender el procedimiento hasta el final, abordamos la situación de *las apariencias de las superficies* o de *las luces y de las sombras*.¹⁸

¹⁷ En los *Nuevos Ensayos sobre el Entendimiento Humano* Leibniz argumenta de manera similar. En lugar de hacer referencia a las dificultades para distinguir entre superficies cóncavas, convexas y planas, hace referencia a la problemática que genera la discriminación entre el interior de un círculo y el interior de una esfera, cf. G.W. Leibniz, *Nuevos Ensayos sobre el Entendimiento Humano*, trad. J. Echeverría (Madrid: Alicante, 1992): 145-146. En ambos casos, Leibniz está interesada en mostrar las dificultades perceptivas que genera una deficiente construcción de una representación y, en ambos casos, señala que la técnica geométrica-formal de la perspectiva no es suficiente. En *La ciencia perspectiva*, el pensador alemán establece que “[...] la expresión de las sombras y de las luces [...]” adecuada es la solución al problema de la confusión perceptiva entre superficies cóncavas, convexas y planas. En los *Nuevos ensayos*, se expresa de una manera más concreta y habla de “[...] los preceptos sobre la fuerza de las tintas y de las sombras[...]” de Monsieur G. Desargues.

¹⁸ En estos dos primeros párrafos Leibniz ha definido la ciencia perspectiva y lo ha realizado de una forma clásica; sin embargo, ha enriquecido la definición al presentar una significativa cantidad de variaciones y posibilidades teóricas. Ha presentado todas esas variaciones y posibilidades entre paréntesis y, de esa manera, ha complicado en exceso el texto. A continuación, para facilitar la comprensión, se elimina la información contenida entre los paréntesis y se presenta la estructura central de la definición. “La ciencia perspectiva es el arte de exhibir en la Tabula la apariencia del objeto; en la ciencia perspectiva, dada una *Tabula* (...), un *objeto* (...) y las *posiciones respectivas entre sí* y, asimismo, en relación con la *posición del ojo* (...); en la ciencia perspectiva, dado un *medio* (...), un *lugar* y, también, una *figura iluminada* (...), las *líneas trazadas en la Tabula* (...) representan las *líneas del objeto* (...). Excepto, al menos, las *líneas determinantes* (...) que, expresando las *luces* y las *sombras* (...), representan las *luces* y las *sombras del objeto* (...). Esta idea de la perspectiva, que ciertamente se aparta del cálculo de la magnitud (...) y del movimiento, es vastísima y comprende toda la *Geometriam situs*. Pero, como tomamos la perspectiva en su sentido común, en primer lugar, omitimos los radios reflejantes y refractantes y, luego, utilizamos únicamente una Tabula plana y la luz del sol, cuyas líneas son paralelas. Finalmente, abordamos, en primer lugar, la situación de las apariencias o de *las apariencias de las líneas* y, de ese modo, también la *de las apariencias de los puntos* y, al extender el procedimiento hasta el final, abordamos la situación de *las apariencias de las superficies* o de *las luces y de las sombras*”.

¹⁹ Con el fin de no extender excesivamente el número de notas, en esta se indican las referencias de las cuatro figuras

S es el espectador o el ojo; *TAB* es la Tabula plana; *O* es el objeto en el que es dado un punto cualquiera, *H*, cuya apariencia en la Tabula, *h*, es buscada; *h* se encuentra donde la recta *SH* corta la Tabula. Se traza un Radio, como *SP*, cuyo eje óptico es el ojo, que se dirige a la Tabula y que se asume en tanto el *principal*; tanto todos los puntos del objeto como todos los de la representación en la Tabula harán referencia a él; el Radio, *SP*, corta la Tabula en *p*, el *punto principal*.²⁰ La Tabula debe entenderse de manera continua y, de esa misma forma, debe entenderse el objeto puesto que, hasta aquí, se ha considerado todo el Espacio de manera continua (aunque solo hemos querido esbozar una parte). De modo que incida o no en la parte que queremos representar, el plano imaginario paralelo a la Tabula, en el que se encuentra el punto objetivo *H*, corta el radio principal en *P*. A ese plano imaginario le llamaremos *objetivo* y al punto, *P*, en él, *principal objetivo*. Puede trazarse cualquier número de rectas paralelas en cada uno de los planos al igual que se ha realizado [en la *Figura 1*]: en un plano, *pe* y *hd*, y, en el otro, *PE* y *HD*. Puede trazarse, de nuevo, cualquier otro número de paralelas que, en relación con las anteriores, dé lugar a otros ángulos cualesquiera; de esa manera, [en la *Figura 1*], se han realizado en un plano, *pd* y *eh*, y en el otro, *PD* y *EH*. A *pd* y *eh* se les llama la *declinación* del punto *h*; las magnitudes de esas rectas expresan cuánto se desvía *h* hacia el lado respecto del punto principal, *p* (ya sea ese lado el derecho o el izquierdo). A *pe* y *dh* se les llama la *inclinación* o la *elevación* del punto *h*; las magnitudes de esas rectas expresan cuánto el punto *h* se encuentra por encima o por debajo del punto principal, *p*. En la cosa misma, sin embargo, no hay diferencia ni entre derecha e izquierda ni entre arriba y abajo; no obstante, esas distinciones se utilizan para favorecer la imaginación y conseguir una mayor claridad en la expresión.

Debido a la semejanza de los triángulos *Spd* y *SPD*, se obtiene $pd : PD :: Sp : SP$.²¹

del texto. *Fig. 1*, cf. Leibniz, *Mathesis. Transkriptionen und Vorauseditionen mathematischer Schriften*, p. 384; *Fig. 2*, *Ibid.*, p. 391; *Fig. 3*, *Ibid.*, p. 393; *Fig. 4*, *Ibid.*, p. 394. También las referencias del símbolo τ , que aparece por primera vez en *Ibid.*, p. 388, y de la grafía ω (*Fig. 3*), que aparece por primera vez en *Ibid.*, pp. 393-394 (*Fig. 3*).

²⁰ El punto principal, *p*, al que Leibniz hace aquí referencia es el punto de vista central. En esta primera aparición Leibniz solo hace referencia a la construcción del concepto, a saber, el punto principal se elabora como una proyección perpendicular de la posición del ojo del espectador en la Tabula. En *De la perspective* (cf. nota 12), el punto de vista se define de manera similar: "Se denomina Punto de Vista al punto sobre el tableau realizado por una línea perpendicular tirada desde el ojo [hacia el lienzo], también se denomina a este punto centro de perspectiva o punto principal. Suponiendo que el ojo [sea llamado] *i*., habiendo tirado *i.S.* perpendicular sobre el plano de representación *A.B.C.D.*, esta *i.S.* corta el tableau en el punto *S*, a este punto se llamará punto de vista o centro de perspectiva o punto principal, Rodríguez Hurtado, *La doctrina perspectivista de Leibniz*, p.56. Al igual que en la definición de Leibniz, en la definición de *De la perspective* únicamente se describe cómo se realiza el punto de vista.

²¹ Siempre que la letra 's' haga referencia a las construcciones geométricas ilustradas por las diferentes figuras del texto (*Figuras 1, 2 y 3*), la letra aparecerá en mayúscula, es decir, aparecerá como 'S' (independientemente de cómo aparezca en el texto original). La razón de esto es que en todas esas figuras la letra 'S' siempre hace referencia al mismo elemento geométrico, a saber, al punto que designa la posición del ojo

Debido a la semejanza de los triángulos *Spe* y *SPE*, se obtiene $pe : PE :: Sp : SP$.

Por consiguiente, las inclinaciones y las declinaciones de los puntos aparentes son respecto de las inclinaciones y las declinaciones de los puntos objetivos lo que la distancia del espectador respecto del plano de la Tabula es en relación con la distancia del espectador respecto del plano objetivo. Las distancias del espectador pueden entenderse como las partes de las radios principales interrumpidas por los diferentes planos.

Del mismo modo, debido a la semejanza de los triángulos *Sph* y *SPH*, es evidente que $ph : PH :: Sp : SP$. Dicho de otra manera: las distancias de los puntos aparentes respecto del Punto principal aparente, o respecto del Radio principal (omitida cualquier consideración al plano objetivo), o respecto del eje perspectivo (siempre que esté perpendicular respecto de la Tabula), son respecto de las distancias de los puntos objetivos al principal objetivo lo que la distancia del espectador respecto de la Tabula es respecto de la distancia del espectador al plano objetivo.

Resulta ciertamente manifiesto que el radio principal y el punto principal se determinan a voluntad; lo que no cambia que *ph* sea la apariencia de la recta *PH* (permaneciendo el ojo, la Tabula y el objeto en las mismas posiciones). Finalmente, asumido un radio cualquiera como el principal y asumido, de la misma manera, cualquier ángulo que el radio principal haga con la Tabula, de manera general, se puede mantener lo siguiente: la apariencia de una línea recta trazada en un plano paralelo respecto de la Tabula es en relación con esa misma recta lo que la distancia del espectador respecto de la Tabula es en relación con la distancia del espectador a aquel plano;²² ya se tome la distancia mediante una recta perpendicular, ya se tome mediante cualquier otro ángulo, siempre dará lugar a la misma razón. Sin embargo, se prefiere la distancia perpendicular porque es la única que puede ser determinada.

Una vez propuesta la figura que se debe delinear, ya se trate de una figura plana, ya se trate de un sólido, elijamos la manera más cómoda de determinar su apariencia. [En primer lugar,] comprobemos de qué manera, objetiva y verdadera, están determinados los puntos que la componen. [A continuación, la situación de] un punto en el plano de representación se determina bien mediante las distancias que mantenga respecto de dos rectas, con posiciones dadas (siempre que no sean paralelas), trazadas en el mismo plano (tales rectas conformarán un ángulo cualquiera), bien mediante las distancias que dicho punto mantiene respecto de una de tales rectas y de un punto o, lo más sencillo, mediante las distancias que guarda respecto de dos puntos (dos son, entonces, los extremos o los puntos que resultan suficientes para distinguir con facilidad la situación del punto).

del espectador. Por el contrario, en ninguna de las figuras del texto aparece la letra 's' en minúscula.

²² El argumento geométrico que Leibniz expone en el párrafo anterior, $ph : PH :: Sp : SP$, expresa la relación que, en este último párrafo, expresa de manera literaria.

De manera similar, la posición de un punto en la representación de un sólido se determina de varias formas: puede ser mediante las distancias respecto de tres planos; puede ser mediante las distancias respecto de dos planos y un punto o de un plano y dos puntos; puede ser mediante las distancias respecto de tres puntos (donde, nuevamente, dos puntos pueden resultar suficientes). Por lo general, resulta útil concebir un plano horizontal que atraviesa el ojo y que permite conocer, a partir de él, las elevaciones o depresiones de los puntos del objeto; en su lugar, [también puede utilizarse para conocer dichas elevaciones y depresiones el plano] horizontal de tierra, sobre el cual, se entiende, reposa el cuerpo representado. Resulta útil el ubicar el ojo de forma que pueda ver la mayoría de las partes del objeto y, también, el colocar la Tabula lo más perpendicular posible respecto de las líneas que van del ojo hasta los principales puntos del objeto.

Dispuestos el ojo y la Tabula de esa manera que suele ser, por otra parte, la más apta; pues hay diferentes vías de tratar la cosa surgida, unas más convenientes que otras. La Tabula, *TAB*, se concibe perpendicular respecto del Horizonte y a partir del ojo o punto del espectador *S*, en cuanto trazada, se concibe una perpendicular a la Tabula, *Sp*, que se alarga tanto como sea suficiente. En la Tabula se traza una recta, *Ap*, paralela respecto del Horizonte, que pasa por *p*.²³ En torno al objeto se conciben tres planos:²⁴ uno de ellos pasa por el ojo y es paralelo respecto del horizonte, al que llamamos horizontal;²⁵ otro de ellos pasa por un punto fijo cualquiera del objeto y es paralelo a la Tabula, al que llamamos objetivo primario; el tercero, al que llamamos vertical, pasa por el ojo y por un punto primario, perpendicular respecto del horizonte y de la Tabula. Se dan distancias mínimas tanto entre el espectador y la Tabula como entre el espectador y el plano objetivo primario, a la primera se le llama *a*, a la segunda, *b*. Luego, a la distancia mínima entre el punto objetivo y el plano objetivo primario se le llama *l*, o longitud; si se establece que el plano objetivo primario es el propio ojo, *b+l* será la distancia mínima entre el punto objetivo y el plano objetivo primario (Si el plano objetivo primario se encuentra más lejos que el ojo, la distancia mínima será *b-l*). A la distancia mínima entre el punto objetivo y el

plano horizontal, es decir, a la inclinación o elevación verdadera, se le llama *E*. Por lo tanto, la inclinación o elevación aparente, *e*, tendrá la misma relación respecto de *E* que *a* tendrá respecto de *b+l*; expresado de otra manera,

$$e \text{ aequ. } \frac{a}{b+l} E.$$

Solo nos queda conocer la distancia mínima del objeto respecto de la recta primaria; pero si de esta forma no podemos conocerla fácilmente, dispongamos de un nuevo plano, perpendicular tanto respecto de la Tabula como respecto del horizonte. A este plano, que es la declinación, se le llama *D* y cortará la Tabula en una recta perpendicular al horizonte; se llama *d* a la distancia de un punto en la Tabula respecto de esa recta; expresado de otra manera,

$$d \text{ aequ. } \frac{a}{b+l} D.$$

Así pues, concíbanse tres planos en relación con cualquier objeto que se muestre a la mente: uno, el plano del ojo, horizontal,²⁶ que corta la Tabula en una línea horizontal (este plano se conocerá fácilmente a partir del plano horizontal de tierra y de la elevación del ojo)²⁷; otro, un plano paralelo a la Tabula que corta cualquier punto notable del objeto;²⁸ el tercero, el plano vertical, perpendicular respecto de la Tabula y del horizonte, el cual corta la Tabula en una línea vertical.²⁹ Dados: *a*, la distancia entre el ojo y la Tabula; *b*, la distancia entre el ojo y el plano objetivo primario; *L* (la longitud verdadera), la distancia entre el punto objetivo propuesto y el plano objetivo primario; *D* (la declinación o latitud verdadera), la distancia entre el punto objetivo propuesto y el plano vertical; *E* (la inclinación o elevación verdadera), la distancia entre el punto objetivo propuesto y el plano horizontal del ojo. Dados esos valores, en la apariencia de la Tabula la declinación del punto respecto de la línea vertical será

$$d \text{ aequ. } \frac{a}{b+l} D.$$

y la inclinación del punto respecto de la línea horizontal será

²³ Después de mencionar la recta *Sp*, y describirla como perpendicular respecto de la Tabula, Leibniz escribe esta frase: "En la Tabula se traza una recta, *Ap*, paralela respecto del Horizonte, la cual pasa por *p*." Se ha optado por mantener la frase y respetar, en la mayor medida posible, el escrito original. Sin embargo, la recta *Ap* a la que Leibniz hace referencia no aporta nada al argumento geométrico que el pensador alemán realiza. El lector puede optar, sin problema, por omitir esta sentencia. Puede encontrar un segmento *Ap* en la *Figura 1*; pero el identificar el segmento no ayuda a comprender la construcción.

²⁴ En el párrafo anterior Leibniz ha definido el plano horizontal y el horizontal de tierra. En párrafos siguientes, volverá a definir esos mismos planos. Todas esas definiciones son complementarias entre sí.

²⁵ En esta definición del plano horizontal ("[...] uno de ellos pasa por el ojo y es paralelo respecto del horizonte, al que llamamos horizontal [...]") hay que interpretar el "horizonte", respecto del que el plano horizontal es paralelo, como el plano horizontal de tierra. Este último es "el plano horizontal de tierra, sobre el cual, se entiende, reposa el cuerpo representado".

²⁶ El plano horizontal se ha definido en dos ocasiones anteriormente. En un primer momento, de la siguiente manera: "[...]un plano horizontal que atraviesa el ojo y que permite conocer, a partir de él, las elevaciones o depresiones de los puntos del objeto [...]"; a continuación, del siguiente modo: "[...] uno de ellos pasa por el ojo y es paralelo respecto del horizonte, al que llamamos horizontal [...]".

²⁷ La medida determinada por el plano horizontal de tierra y la elevación del ojo es la altura del espectador.

²⁸ Leibniz ha definido anteriormente este plano en dos ocasiones. En primer lugar, lo ha hecho de la siguiente manera: "De modo que incida o no en la parte que queremos representar, el plano imaginario paralelo a la Tabula, en el que se encuentra el punto objetivo *H*, corta el radio principal en *P*. A ese plano imaginario le llamaremos *objetivo* y al punto, *P*, en él, *principal objetivo*"; más adelante en el texto, lo ha definido del modo siguiente: "[...] otro de ellos pasa por un punto fijo cualquiera del objeto y es paralelo a la Tabula, al que llamamos objetivo primario [...]". En la *Figura 1*, el plano designado con la *O* es el plano objetivo primario.

²⁹ En el párrafo anterior, Leibniz ha definido el plano vertical de la siguiente manera: "[...] el tercero, al que llamamos vertical, pasa por el ojo y por un punto primario, perpendicular respecto del horizonte y de la Tabula".

$$e \text{ aequ. } \frac{a}{b \mp l} E.$$

Después de haber establecido el método universal se llega a los resultados;³⁰ los resultados no consisten solo en mostrar en los puntos expresados las verdaderas apariencias de los puntos correspondientes, sino también, y principalmente, en mostrar en las líneas expresadas las apariencias completas de las líneas correspondientes; hagamos en este momento saber la naturaleza de las líneas que se describirán en el plano. La apariencia de un punto es, en efecto, un punto. La apariencia de la línea recta es una recta, excepto cuando todos sus puntos indiquen en un mismo radio visual; en ese último caso, la recta aparente es el punto que se produce en las siguientes situaciones: bien cuando varios puntos tienen las mismas inclinaciones y declinaciones (respecto de un mismo lado); bien cuando las inclinaciones y declinaciones de esos puntos crecen proporcionalmente con $b \mp l$; bien cuando aumenta la distancia entre el ojo y el plano objetivo primario. La apariencia de la línea curva, sin embargo, no puede ser un punto; a no ser que se finjan visiones imaginarias mediante líneas curvas.³¹ Si dos líneas se tocan o se cortan, de manera similar sus apariencias se tocan o se cortan. Si dos rectas están en el mismo plano, el cual al alargarse pasa por el ojo, esas rectas tienen la misma apariencia (y al contrario); pues la recta en la que el plano corta la Tabula es la apariencia de todo el plano. La apariencia de una línea objetiva paralela respecto de la Tabula es, ella misma, una línea objetiva paralela;³² por esa razón, las apariencias de las líneas objetivas paralelas respecto de la Tabula hacen los mismos ángulos entre sí que los realizados por las correspondientes líneas objetivas; por lo tanto, si se traza una línea en un plano paralelo respecto de la Tabula, su propia apariencia será muy pequeña y también lo será en relación con la apariencia. La apariencia de cualquier línea, recta o curva, se representa en la Tabula, entendida como un plano paralelo, mediante una línea similar. Las apariencias de las rectas convergentes son también rectas convergentes; las rectas convergentes concurren en un punto, que es el punto común en la apariencia. (De esa manera, la recta trazada desde el ojo hasta el

punto de convergencia cortará la Tabula en un punto, que será el punto de convergencia en la apariencia; puesto que las apariencias trazadas de los radios o de las rectas que pasan por el ojo deben tener un punto común con las otras apariencias. A menos que haya un único punto y, entonces, ese único punto será él mismo el punto común).³³ Por eso, puesto que las rectas paralelas pueden concebirse como convergentes en un intervalo infinito, resulta evidente que el punto donde esas paralelas, que pasan por el ojo, inciden en la Tabula constituye su apariencia común; por lo tanto, las apariencias de las paralelas son convergentes, siempre que las paralelas no lo sean respecto de la Tabula. Por eso, este mismo punto principal es la apariencia común de las rectas normales respecto de la Tabula.³⁴ A partir de esto, se puede determinar la apariencia de cualquier figura plana en la Tabula; incluso si la figura y el plano de la Tabula no están colocados paralelamente.

La Tabula es *TTO*; el plano del ángulo, *BAC*, corta la Tabula en *TO*; la proyección de ese *ABC* será *abc*.

Si *BC* es paralelo respecto de *TO*, *bc* también será paralelo respecto de él.

A continuación, se llevan³⁵ *AE*, *BM* y *CN* hasta el encuentro con el plano y, desde cada uno de esos puntos,³⁶ se lanzan rectas al punto principal, *MP*, *EP* y *NP*. Establecido que *SP* es paralela respecto de *CN*, respecto de *AE* [y también respecto de *BM*], resulta evidente que *MP*, *EP* y *NP* son las apariencias de las rectas que pasan por *M* y *B*, *E* y *A* y *N* y *C*, y, por eso, los puntos *b*, *a* y *c* recaen en ellas.³⁷ Si se llevan otras rectas paralelas hasta la recta común del plano y la Tabula (unas rectas que, si es necesario, deben alargarse) y, entonces, se trazan rectas como *AH*, *Bμ* y

³⁰ El término *resultados* traduce la voz latina 'compendia', acusativo plural de 'compendium'. Una traducción más ajustada de 'compendia' recogería sentidos de la voz latina como *abreviación* y *ahorro*. En el texto de Leibniz los resultados a los que se llegan, y a los que se hace referencia, guardan relación con esos sentidos, a saber, con la abreviación y con el ahorro; pues conllevan una abreviación del procedimiento intelectual de la construcción geométrica, es decir, un ahorro de elementos argumentativos.

³¹ El 'fingir visiones imaginarias mediante líneas curvas' debe entenderse como el imaginar una explicación geométrica de la visión basada en líneas curvas. Desde el inicio del trabajo, Leibniz asume una comprensión del rayo visual como una recta que conecta el ojo con el punto que se pretende representar. Esta es una asunción generalizada en la disciplina y es sorprendente que Leibniz presente esa otra posibilidad teórica.

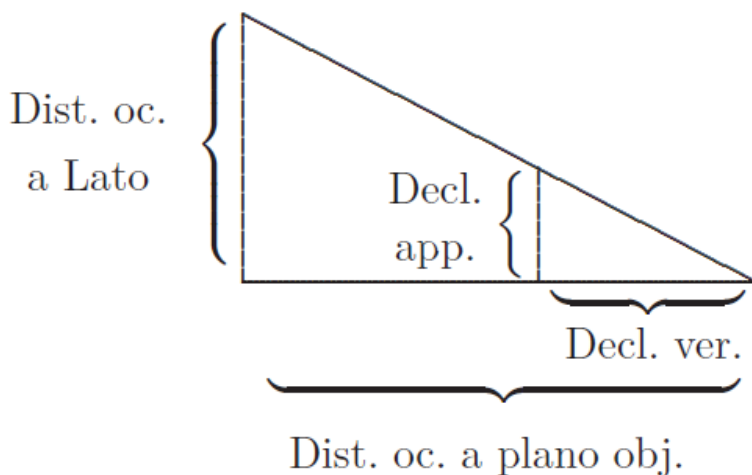
³² La 'apariciencia de la línea objetiva paralela' respecto de la Tabula es la representación de una línea, igualmente, paralela; sin embargo, Leibniz llama a esta última: una 'línea objetiva paralela'. Cabe suponer que con esta manera de expresarse Leibniz pretende enfatizar que cualquier otra línea objetiva, que no sea paralela respecto de la Tabula, se modifica en la representación.

³³ Al comienzo del texto Leibniz presentaba una definición inicial del concepto de punto de vista central y lo llama punto principal, cf. nota 20. En este momento, Leibniz ha caracterizado el sentido teórico de ese mismo concepto, al que ahora ha llamado "punto común en la apariencia", "punto de convergencia en la apariencia" y "punto común con las otras apariencias". Diferentes maneras de expresar la siguiente caracterización: el punto de vista central es la apariencia común de las rectas, paralelas entre sí, perpendiculares respecto de la Tabula. El hecho de que ese punto común tenga relación "con las otras apariencias" señala el carácter estructural de las relaciones geométricas que establece en la representación. En *De pintura*, de L. B. Alberti (1999), se encuentra por primera vez una caracterización del concepto de este tipo; aunque el humanista italiano habla del punto céntrico (pp. 84-86). Unos cuarenta años antes del texto de Leibniz, el *Brouillon Project* (1981), de G. Desargues, y el concepto de ordenada que en ese trabajo se presenta (p. 100), permite universalizar la operatividad del concepto. La definición que Leibniz ofrece del punto de vista central está influenciada por la noción arguesiana de ordenada; pues, como en el concepto del geómetra francés, en la definición de Leibniz se asume que, "en un intervalo infinito", las rectas paralelas pueden considerarse convergentes, y viceversa.

³⁴ Las rectas normales respecto de la Tabula son las rectas perpendiculares respecto de la última. Esto es, las rectas que, junto con la Tabula, dan lugar a un ángulo de 90°.

³⁵ En la mayoría de los casos se traduce el verbo 'duco' como *trazar*, *delinear* o *dibujar*; sin embargo, en esta ocasión se ha optado por otra de sus acepciones, a saber, la de *llevar*, en el sentido de *guiar*. De acuerdo con esa acepción, las líneas son llevadas a un lugar. Una expresión sinónima a la de *llevar* una línea.

³⁶ Los puntos de encuentro con el plano son los puntos *E*, *M* y *N*.
³⁷ Los puntos *a*, *b* y *c* se encuentran por lo tanto en las rectas *MP*, *EP* y *NP*.

FIG. 4⁴⁹

de un número cualquiera de puntos objetivos, tales como A , B y C ; a partir de cada uno de esos puntos se obtienen un lugar relativo y la distancia desde ese lugar hasta el punto; de esa manera, a partir de A , se obtiene el lugar relativo E y la distancia EH (habiendo postulado que AE es igual que SP y que AH es igual que $S\pi$, así como también que EH y $P\pi$ son paralelas); así, al unir EP y $H\pi$ la intersección da el punto buscado, a saber, a .

Lo que se puede expresar de esta manera: P es el lugar relativo del ojo en la Tabula; $P\pi$ es igual a la distancia del ojo respecto del punto relativo o a la distancia relativa del ojo; E , M y N son los lugares relativos de los puntos objetivos A , B y C ; EH , $M\mu$ y $N\nu$ tienen las mismas distancias que las que guardan los puntos relativos respecto del objeto y son paralelas respecto de $P\pi$; sin embargo, EH , $M\mu$ y $N\nu$ se encuentran en la parte contraria de la Tabula, esto es, en la derecha; la Tabula se coloca entre el ojo y el objeto y se asume que π se encuentra en su parte izquierda (en este sentido, también se podría asumir que el ojo y los puntos objetivos estuvieran en el mismo lado de la Tabula). Desde los lugares relativos de los puntos, desde E , M y N , se trazan sucesivas rectas al lugar relativo del ojo, al punto P , y, desde los puntos de distancia, desde H , μ y ν , se trazan rectas sucesivas al punto de distancia del ojo, al punto π y, de ese modo, las intersecciones entre EP y $H\pi$, MP y $\mu\pi$, y NP y $\nu\pi$ dan los puntos buscados, a , b y c , es decir, las apariencias de los puntos A , B y C .

Generalmente, la regla de la perspectiva se expresa, en su totalidad, de esta manera: llamo lugares

relativos a los puntos que representan las incidencias de las paralelas, que pasan por los puntos reales u objetivos, en la Tabula. Si tanto en relación con el ojo como en relación con cada uno de los puntos objetivos se dan dos lugares relativos, de acuerdo con paralelismos diferentes, y, desde los lugares relativos relacionados con los puntos objetivos, se trazan en la Tabula rectas a los lugares relativos del ojo, que pertenece a los mismos paralelismos, se obtienen las rectas que llamaremos radios relativos. Digo, en este momento, que la apariencia de cada punto objetivo será la intersección de los dos radios relativos que a este le corresponden.

Por cierto, me viene a la mente que podría obtenerse la misma apariencia si, en lugar de usar rectas paralelas, se utilizaran convergentes. De hecho, de esa forma se obtendría un método aún más general, ya que los paralelismos se podrían considerar casos de convergencia.

Se proponen, en consecuencia, dos convergencias o dos centros de convergencia diferentes, O y $\mathcal{O}$, y tanto desde uno, O , como desde otro, $\mathcal{O}$, se trazan rectas que pasan por el ojo, S , y por los puntos objetivos, A , B , C , e inciden, en la Tabula, en los puntos llamados relativos. E es el lugar relativo del punto A , de acuerdo con la convergencia de $\mathcal{O}$, y H es el lugar relativo de A , de acuerdo con la convergencia de O ; los lugares relativos del ojo, S , de acuerdo con las convergencias $\mathcal{O}$ y O , son ψ y ϕ ; al unir $E\psi$ y $H\phi$, la intersección de ambos será el punto a , la apariencia del punto A . Veamos si esto es verdad. De acuerdo con lo precedente, es cierto que la apariencia en la Tabula de la recta $\mathcal{O}AE$ es la recta ψE y que la apariencia en la Tabula de la recta OAH es la recta ϕH ; por lo tanto, la apariencia del punto A , común en ambas rectas verdaderas, $\mathcal{O}AE$ y OAH , será a , el punto común o la intersección de las rectas aparentes ψE y ϕH .

Por lo tanto, la regla más general de la perspectiva, la que contiene las reglas prácticas en cuanto modos especiales, es esta: llamo lugares relativos a los puntos que representan las incidencias de las rectas convergentes (comprendo las paralelas como

ny d'autre nature, qui soit hors du champ de l'ouvrage, y de E. Migon, La perspective speculative, et pratique : ou sont demonstrez les fondemens de cet art, & de tout ce qui en a esté enseigné jusqu'à present : ensemble la maniere vniuerselle de la pratiquer, non seulement sans plan geometral, & sans tiers point, dedans ni dehors le champ du tableau : mais encores par le moyen de la ligne, communément appellée horizontale, permettent identifier ese tercer punto (punctum tertium o tiers point). El tercer punto es el punto de distancia, que los métodos de Desargues (sans employer aucun tiers point de distance) y Aleaume-Migon (non seulement sans plan geometral, & sans tiers point) rechazan, pero del que Leibniz hace constantemente uso.

⁴⁹ La nota 47 indica la posición de esta figura en el texto de Leibniz

un caso de convergencia), que pasan por los puntos reales u objetivos, en la Tabula. Si tanto en relación con el ojo como en relación con cada uno de los puntos objetivos se dan dos lugares relativos, de acuerdo con convergencias (o paralelismos) diferentes y, desde los lugares relativos relacionados con los puntos objetivos, se trazan en la Tabula rectas a los lugares relativos del ojo, a las que llamaré radios relativos o apariencia de la convergencia, mantengo que, entonces, la apariencia del punto objetivo será la intersección de los dos radios relativos, pertenecientes al mismo punto objetivo.

Aún parece digno el considerar aquí lo siguiente: dados tres puntos fijos, S , O y $\mathcal{D}$, desde los que se trazan rectas hacia el punto objetivo A , a saber, SA , OA y $\mathcal{D}A$, las cuales, con la ayuda de los lugares relativos de convergencia O y $\mathcal{D}$, cortan la Tabula en los puntos a , H y E ,⁵⁰ dados todos esos elementos, se descubrirá el lugar relativo de convergencia S , que, dado que S es el ojo, es la apariencia misma. Pero, a decir verdad, cualquiera de los tres puntos puede ser considerado como el ojo, o puede omitirse cualquier mención al ojo y reducir la cuestión a la geometría pura; a partir de cualquiera de los tres puntos, S , O y $\mathcal{D}$, se puede desarrollar la misma consideración. Y puesto que los dos lados del triángulo $SO\mathcal{D}$, es decir, OS y $\mathcal{D}S$, cortan la Tabula en los puntos φ y ψ , nos queda por designar un punto ξ , que junto a $O\mathcal{D}$ permita trazar un tercer lado; siempre que el trazado así realizado corte la Tabula, designaremos a ese punto como fundamental. Por lo tanto, dados los tres lugares relativos a , E y H del punto A , de acuerdo con las convergencias S , O y $\mathcal{D}$: las rectas trazadas desde $\mathcal{D}$ y O hasta S cortan la Tabula en ψ y φ ; las rectas trazadas desde O y S hasta $\mathcal{D}$ cortan la Tabula en ξ y ψ ; las rectas trazadas desde S y $\mathcal{D}$ hasta O cortan la Tabula en φ y ξ . De ese modo: $E\psi$ y $H\varphi$ se cortan en a ; $H\xi$ y $a\psi$ se cortarán en E ; y, por último, $a\varphi$ y $E\xi$ se cortarán en H (tal vez sea esto el hexagrama de Pascal, el cual en el mismo plano obtiene, a partir de tres puntos, seis: ψ , φ , ξ y a , E , H). Hay que ver de qué manera se ve favorecida la construcción por la asunción del punto ξ y considerar la universalidad del mismo. Esto es, hay que ver de qué manera los puntos arbitrarios ψ , φ , ξ se relacionan con a , H y E , permaneciendo uno de esos puntos, el a , siempre estático.

Referencias

- Alberti, L. B. *De la pintura y otros escritos sobre arte*. Introducción, traducción y notas de Rocío de la Villa. Madrid: Tecnos, 1999.
- Andersen, Kirsti. *The geometry of an art. The history of the mathematical theory of perspective from Alberti to Monge*. New York: Springer, 2007): XX-IX-XXX
- Debuiche, Valérie. "Perspective in Leibniz's Invention of Characteristica Geometrica: The Problem of Desargues' Influence." *Historia Mathematica*, n° 40 (2013): 359-384. <https://doi.org/10.1016/j.hm.2013.08.001>.
- "L'invention d'une géométrie pure au 17e siècle: Pascal et son lecteur Leibniz". *Studia Leibnitiana*, n° 48/1 (2016): 42-67.
- Mattia Brancato. "Scientia Perspectiva. Leibniz and geometric perspective". *Historia Mathematica*, n° 63 (2023): 47-69. <https://doi.org/10.1016/j.hm.2023.05.002>
- Desargues, Girard. *L'œuvre mathématique de G. Desargues. Textes publiés et commentés avec une introduction biographique et historique*. René Taton (ed.) Paris: Librairie Philosophique J. Vrin, 1981.
- Echeverría, Javier. "Recherches inconnues de Leibniz sur la géométrie perspective". *Studia Leibnitiana, Suppl. XXIII Leibniz et la renaissance* (1983): 191-20.
- "Leibniz, interprète de Desargues". En *Desargues en son temps*, eds. Jean G. Dhombre y Joël Sakarovich (Paris: A. Blanchard, 1994), 283-295.
- Leibniz, G.W. *Mathesis. Transkriptionen und Vorauseditionen mathematischer Schriften für die Leibniz-Akademie-Ausgabe*. Editionsstellen in Hannover und Münster, hrsg. von der Leibniz-Forschungsstelle Hannover der Akademie der Wissenschaften zu Göttingen beim Leibniz-Archiv der Gottfried Wilhelm Leibniz Bibliothek – Niedersächsische Landesbibliothek (Hannover, 31. August 2021). <https://doi.org/10.26015/adwdocs-1951>
- *Obras Filosóficas y Científicas. Escritos Matemáticos B*. Editado por Mari y Sol de Mora. Granada: Comares, 2015.
- *Nuevos Ensayos sobre el Entendimiento Humano*. Traducido por Javier Echeverría. Madrid: Alianza, 1992.
- Migon, Etienne. *La perspective speculative, et pratique : ou sont demonstrez les fondemens de cet art, & de tout ce qui en a esté enseigné jusqu'à present : ensemble la maniere vniuerselle de la pratiquer, non seulement sans plan geometral, & sans tiers point, dedans ni dehors le champ du tableau : mais encores par le moyen de la ligne, communément appellée horisontale* Paris: Tavernier-Langlois, 1653.
- Rodríguez Hurtado, Ricardo. *La doctrina perspectivista de G.W. Leibniz*. Granada: Comares, 2021.
- *Análisis y reconstrucción del concepto de Perspectiva en la obra filosófica y científica de G. W. Leibniz*. Granada: Universidad de Granada, 2020. <http://hdl.handle.net/10481/63306>
- Juan A. Nicolás y Javier Echeverría. "The geometric origin of perspectivist science in G.W. Leibniz. Analysis based on unpublished manuscripts". *Historia Mathematica*, n° 55 (2021): 1-22. <https://doi.org/10.1016/j.hm.2020.12.001>
- "La teoría perspectivista de G.W. Leibniz: de la lectura epistemológica de la ciencia perspectiva a la afirmación metafísica de la pluralidad". *Anales del Seminario de Historia de la Filosofía*, 41/2 (2024): 303-315. <https://doi.org/10.5209/ashf.92347>

⁵⁰ En el texto se mantiene que SA , OA y $\mathcal{D}A$ cortan la Tabula en a , π y e ; sin embargo, debe ser una errata de Leibniz debida a la cercanía entre las grafías π y H y al poco rigor en el uso de minúsculas y mayúsculas, en este caso de e y E . Pues, de acuerdo la construcción de la *Figura 3* y con lo que el propio Leibniz ha mantenido el párrafo anterior (" E es el lugar relativo del punto A , de acuerdo con la convergencia de $\mathcal{D}$, y H es el lugar relativo de A , de acuerdo con la convergencia de O "), SA , OA y $\mathcal{D}A$ cortan la Tabula en a , H y E y, precisamente eso, se ha reflejado en el texto. Un poco más adelante en el texto, Leibniz mantiene esta misma interpretación: "Por lo tanto, dados los tres lugares relativos a , E y H del punto A , de acuerdo con las convergencias S , O y $\mathcal{D}$ [...]".