ARTÍCULOS

Logos. Anales del **Seminario de Metafísica**
ISSN: 1575-6866

https://dx.doi.org/10.5209/asem.76153

EDICIONES COMPLUTENSE

Algunas apreciaciones acerca del concepto crítico de *demostración*[1]

Luciana Martínez[2]

Recibido: 24 de mayo de 2021 / Aceptado: 16 de noviembre de 2021

Resumen. En este artículo se examina la noción kantiana de las demostraciones matemáticas. Esta noción se encuentra desarrollada en el apartado titulado "Disciplina de la razón pura en su uso dogmático" de la *Crítica de la razón pura.* En este texto, Kant explica por qué los procedimientos exitosos en el conocimiento matemático resultan impracticables en metafísica. En primer lugar se estudian dos pasajes en los que el filósofo describe dos demostraciones: la demostración de la congruencia de los ángulos de la base de un triángulo isósceles, y la demostración de que la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo es igual a dos rectos. A continuación, se examina la descripción de la demostración matemática como (i) una prueba (ii) apodíctica (iii) en la intuición. Este análisis muestra que la demostración matemática no constituye la misma clase de procedimiento presentado como demostración en los §§57 y 59 de la *Crítica del Juicio*.
Palabras clave: demostración; demostración matemática; metafísica; prueba; apodíctica; intuición; construcción; exposición.

[en] Some Considerations Regarding the Critical Concept of Demonstration

Abstract. This article examines the Kantian notion of mathematical demonstration. This notion is developed in the section entitled "Discipline of pure reason in its dogmatic use" of the *Critique of Pure Reason*. In this text, Kant explains why successful procedures in mathematical knowledge are impracticable in metaphysics. First, two passages are studied in which the philosopher describes two demonstrations: the demonstration of the congruence of the angles of the base of an isosceles triangle, and the demonstration that the sum of the internal angles of any triangle is equal to two right angles. Afterwards, the description of the mathematical demonstration as an (ii) apodictic (iii) intuitive (i) proof is examined. This analysis shows that mathematical demonstration does not constitute the same kind of procedure presented as demonstration in §§57 and 59 of the *Critique of Judgement*.
Keywords: demonstration; mathematical demonstration; metaphysics; proof; apodictic; intuition; construction; exposition.

---

[1] Este trabajo fue elaborado con apoyo del proyecto Russian Academic Excellence Project at the Immanuel Kant Baltic Federal University. Un boceto anterior, parcial, fue discutido en el grupo de estudios coordinado por los profesores Javier Fuentes y Nicolás Silva, de Chile. Quisiera agradecerles a los participantes de ese grupo, y especialmente a la Dra. Laura Pelegrín, por sus valiosos comentarios. Por último, expreso mi gratitud por las generosas observaciones y sugerencias de las/los evaluadoras/es anónimas/os convocadas/os por esta Revista.

[2] Immanuel Kant Baltic Federal University (IKBFU)
luciana.mtnz@gmail.com

Cómo citar: Martínez, L. (2022) "Algunas apreciaciones acerca del concepto crítico de demostración", en *Logos. Anales del Seminario de Metafísica* 55 (1), 109-124.

1. Introducción

En la "Disciplina de la razón pura en su uso dogmático" de la *Crítica de la razón pura* (en adelante, "Disciplina"), Kant defiende la tesis según la cual las virtudes de la matemática son el efecto de una serie de procedimientos que, efectivos en el ámbito de esa ciencia, resultan empero impracticables en el marco de la ciencia cuya posibilidad se está examinando; i.e. la metafísica. Estos procedimientos son: la definición, el uso de axiomas y la demostración. En este trabajo examinaremos las características de este último procedimiento que el filósofo menciona en el pasaje referido.

En la "Disciplina", Kant sostiene que la demostración es un tipo de prueba de carácter apodíctico e intuitivo[3]. La noción de demostración es asimismo examinada en otros pasajes del corpus kantiano. En su comentario de la "Disciplina", Peter Rohs sugiere revisar el tratamiento de ese concepto que se desarrolla en el §57 de la *Crítica del Juicio.*[4] En este texto, efectivamente, se emplea la noción de *demostración* tanto en el §57 como en el §59. El análisis que proponemos pretende mostrar que si bien hay semejanzas entre las consideraciones de ambos textos, la noción de *demostración* que se detalla en la *Crítica de la razón pura* es más específica que la del texto de 1790.

En este artículo intentaremos explicar cómo entiende Kant la demostración matemática.[5] Esta explicación nos permitirá discutir qué diferencia tiene esa noción con la de la demostración que se desarrolla en la *Crítica del Juicio*. A continuación, luego de analizar algunos ejemplos de demostraciones siguiendo el hilo de la definición provista en la "Disciplina", especificaremos en primer lugar el hecho de que la demostración es un tipo de prueba. En segundo término, nos demoraremos en su carácter apodíctico. Por último revisaremos su referencia a la intuición.

2. Las demostraciones según Kant

En este apartado, con el fin de introducir una presentación ilustrativa de la noción de demostración, recogeremos dos pasajes de la *Crítica de la razón pura* en los que se presentan demostraciones.[6] Tales ejemplos, además, nos permitirán efectuar algunas

---

[3] KrV B 762. Los textos de Kant se citan según las convenciones que se especifican en la revista *Kant Studien.* De las dos ediciones de la *Crítica de la razón pura*, consideraremos en este artículo solamente la segunda, de 1787.

[4] Rohs, P.: "Die Disziplin der reinen Vernunft.1. Abschnitt", en Mohr, G., Willaschek, M.: *Kritik Der Reinen Vernunft, Klassiker Auslegen*, Berlin, Akademie Verlag, 1998, p. 563.

[5] En una investigación en curso nos ocupamos de un tema que aquí no se desarrolla, pero que es ineludible para la comprensión de las demostraciones: el de las proposiciones que no se demuestran. Quisiera agradecerle muy especialmente a la editora o el editor de *Logos* por esta valiosa indicación.

[6] En ambos casos, se trata de demostraciones geométricas. No examinamos aquí el problema de las demostraciones en otras disciplinas de la matemática. Respecto del álgebra, puede encontrarse un planteo del problema en: Shabel, L.: "Kant on the 'symbolic construction' of mathematical concepts", *Studies in History and Philosophy of Science*, 29(4), 1998, pp. 589–621..

precisiones conceptuales necesarias. En primer término, en el prólogo de la segunda edición Kant se refiere a la demostración del triángulo isósceles[7]. Este enunciado no se encuentra libre de dificultades. La primera de ellas es que cabría esperar que nos refiramos a la demostración de una tesis, y no a la demostración de un concepto. Kant añade alguna especificación:

> [quien realizó esa demostración por primera vez] encontró que no debía guiarse por lo que veía en la figura, ni tampoco por el mero concepto de ella, para aprender, por decirlo así, las propiedades de ella; sino que debía producirlas por medio de aquello que él mismo introducía *a priori* con el pensamiento según conceptos y exhibía (por construcción) [en ella]; y que, para conocer con seguridad algo *a priori*, no debía atribuirle a la cosa nada más que lo que se seguía necesariamente de aquello que él mismo había puesto en ella según su concepto. [8]

Este texto no es comprensible por sí mismo. Si examinamos el texto de Diógenes Laercio, *Vidas y opiniones de los filósofos ilustres*[9], no encontraremos una explicación de la demostración de Tales. Las referencias a los triángulos en la sección correspondiente a Tales son tres. En primer término, se indica que "después de aprender geometría con los egipcios fue el primero en inscribir en el círculo el triángulo rectángulo"[10]. Además se dice que "(h)izo grandes progresos sobre los triángulos escalenos"[11]. Por último, "Jerónimo dice también que él midió las pirámides por su sombra relacionando su tamaño con el de la muestra"[12]. La primera referencia es la que menciona Förster en su comentario de los Prólogos de las dos ediciones de la *Crítica de la razón pura*[13]. En una carta a Schütz[14], sin embargo, Kant detalla la referencia: se trata de la quinta proposición del primer libro de los *Elementos* de Euclides. Esta proposición indica que los ángulos de la base de un triángulo isósceles son congruentes.[15] Proclo habría atribuido a Tales la prueba de esta proposición que encontramos en Euclides.[16]

Más allá de los detalles históricos, la demostración referida parece ser la prueba de la tesis contenida en la proposición mencionada. Kant no reproduce esta demostración, aunque sí indica algunos rasgos de ella. La demostración no se basa en lo que podemos ver en una figura[17] ni en los contenidos de su concepto. No se trata de descubrir sus propiedades, no hay que analizarla. En cambio, la prueba involucra

---

7 El texto de Kant dice "equilátero", pero sus editores, siguiendo la carta a Schütz del 25 de junio de 1787, han decidido corregir ese término. Cf. An Schütz, 25.Jun 1787. *Br*, AA 10: 489.

8 KrV, B xis.

9 Trad. de Carlos García Gual, Madrid, Alianza, 2007. En adelante, "Vidas".

10 Vidas, I 24, 45.

11 Vidas, I 25, 46.

12 Vidas, I 27, 46.

13 Förster, E.: "Die Vorreden", en Mohr, G., Willaschek, M.: *Kritik Der Reinen Vernunft, Klassiker Auslegen*, Berlin, Akademie Verlag, 1998, p. 48.

14 An Schütz, 25.Jun 1787. *Br*, AA 10: 489.

15 Seguimos la traducción de Puertas Castaños, publicada por Gredos. Euclides, 1998:pp. 208-209. *Elementos*, L1 P5.

16 Förster, E.: "Die Vorreden", en Mohr, G., Willaschek, M.: *Kritik Der Reinen Vernunft, Klassiker Auslegen*, Berlin, Akademie Verlag, 1998, p. 48.

17 En este sentido, Shabel indica que el conocimiento que se produce no está condicionado por determinaciones empíricas o mecánicas, como la precisa medida de los ángulos. Shabel, L.: *Mathematics in Kant's critical philosophy: Reflections on mathematical practice*, New York, London, Routledge, 2003, p. 105.

una intervención, una producción por parte del matemático. Esta intervención, además, requiere construir e introducir algo *a priori.* Y de esta intervención se sigue *necesariamente* un conocimiento.

Pienso que un ejemplo más detallado de una demostración matemática puede encontrarse en el siguiente pasaje, referido al examen, por parte del geómetra, de la relación entre los ángulos internos de cualquier triángulo y el ángulo recto:

> [El matemático] Comienza enseguida por construir un triángulo. Puesto que sabe que dos ángulos rectos, juntos, suman tanto como la suma de todos los ángulos adyacentes que puedan trazarse a partir de un punto sobre una línea recta, prolonga un lado de su triángulo y obtiene dos ángulos adyacentes que son, juntos, iguales a dos rectos. Luego divide el ángulo externo de éstos, trazando una línea paralela al lado opuesto del triángulo, y ve que aquí surge un ángulo adyacente exterior, que es igual a uno interno, etc. De esta manera, por medio de una cadena de *inferencias llega, guiado siempre por la intuición, a la solución enteramente evidente y a la vez universal de la cuestión[18].

Quisiera señalar que el filósofo no presenta ni describe este pasaje como una demostración. En cambio, lo desarrolla para ilustrar el modo como el geómetra consigue resolver problemas y obtener conocimientos, por medio de la construcción de conceptos en la intuición.[19] Este procedimiento involucra conceptos geométricos (como el del triángulo), la construcción de esos conceptos, conocimientos ya disponibles (la congruencia entre los dos rectos y la suma de los ángulos adyacentes originados sobre una recta a partir de un punto), una serie de construcciones auxiliares[20] en la intuición (dividir un ángulo, trazar una paralela). Además, el procedimiento total se describe como una “cadena de inferencias” en la que el matemático está siempre guiado por la intuición. Por último, el resultado tiene la virtud de ser universal y evidente.

Pienso que este procedimiento puede ser presentado, (i) como sucede en este pasaje, como la manera en la que el matemático resuelve un problema, en este caso el problema es el siguiente: ¿cuál es la relación entre la suma de los ángulos internos de un triángulo y la suma de dos rectos?, o bien (ii) como un ejercicio de prueba, dirigido a *demostrar* que la suma de los ángulos internos de un triángulo cualquiera es igual a la suma de dos rectos. En cualquier caso, me parece que conviene identificar dos elementos constitutivos de este procedimiento. Por un lado, los conceptos se *construyen* en el espacio. La noción de *construcción* es parte del vocabulario matemático de la época y constituye un término definido, en particular, en la filosofía de Kant. Construir un concepto es *exhibir a priori la intuición que le corresponde*.[21] Así, por ejemplo, podemos construir un triángulo, exhibiéndolo en la intuición. Esta exhibición puede efectuarse a priori, mediante la imaginación, o bien empíricamente. Para Kant, la construcción, en sentido estricto, es la exhibición

---

18 KrV, B744s. Hemos seguido la versión de Mario Caimi, pero hemos alterado la puntuación y la traducción del término indicado con un asterisco antecedente.

19 Para una descripción de la relación entre este pasaje y las demostraciones de Wolff y Euclides, véase Shabel, L.: *Mathematics in Kant's critical philosophy: Reflections on mathematical practice*, New York, London, Routledge, 2003, pp. 96ss. Shabel sostiene que en este pasaje se desarrolla una demostración.

20 Shabel, L.: *Mathematics in Kant's critical philosophy: Reflections on mathematical practice*, New York, London, Routledge, 2003, p. 102.

21 KrV B 741.

del concepto en la intuición pura[22]. El procedimiento de la construcción, que es un elemento de la demostración matemática, debe permitirnos alcanzar conocimientos universales, válidos para toda la esfera del concepto construido. Esto resulta ilustrado en el siguiente pasaje de la respuesta de Kant a las objeciones de Eberhard:

> toda exhibición de un concepto mediante la producción (espontánea) de una intuición que le corresponda puede llamarse construcción. Si ella acontece por la mera imaginación, según un concepto *a priori*, se llama *pura* (tal es la que el matemático debe poner por fundamento de todas sus demostraciones; por eso puede demostrar en un círculo que describe en la arena con su bastón, por muy irregular que le salga, las propiedades de un círculo en general, tan perfectamente, como si el mejor grabador lo hubiese dibujado en la plancha de cobre).[23]

Por otro lado, junto con la construcción de los conceptos, encontramos en el pasaje citado más arriba una cadena de inferencias (*Kette von Schlüssen*)[24] peculiar, que está guiada por la intuición. Esta cadena de inferencias parece referir el conjunto de los procedimientos (previos en la cita), que han conducido al matemático desde el planteo del problema hasta su resolución. Me parece que, de manera semejante, si en lugar de un problema formulamos una respuesta posible, es decir: una tesis, e intentamos, por medio de un conjunto de inferencias justificar esa respuesta, este procedimiento es una demostración. Un poco después, todavía en el texto mismo de la "Disciplina", Kant recupera esta caracterización de la demostración como un procedimiento de inferencia que involucra construcciones.[25] La matemática, señala, "deduce (*ableitet*) sus conocimientos… a partir de la construcción" de sus conceptos[26].

En lo que sigue, examinaremos cada uno de los elementos de la definición de la demostración matemática que hemos citado al comienzo, es decir, entendida como una prueba apodíctica e intuitiva.

3. La demostración es un tipo de prueba

En su comentario de la "Disciplina", Peter Rohs señala que Kant no entiende la demostración como una prueba correcta, sino como una "*de-monstratio*", cuyo

---

22 *Entdeckung*, AA 8:191s., n.

23 *Entdeckung*, AA 8:192, n. Citamos según la traducción de Mario Caimi (p. 86), con modificaciones en la puntuación.

24 KrV B 744.

25 Para Frank Pierobon, la construcción se presenta como una pieza clave para comprender los procedimientos en esta ciencia. El autor considera que Kant hace de una interpretación del procedimiento constructivo geométrico el paradigma metodológico de toda la matemática. La demostración geométrica clásica tiene tres momentos principales: la enunciación de la tesis, su demostración y la conclusión. Todo el procedimiento se apoya en construcciones auxiliares que permiten construir la prueba propiamente dicha. Es la construcción de trazos lo que distingue, para Pierobon, la demostración matemática de la lógica. Cf. Pierobon, F.: *Kant et les mathématiques*, París, Vrin, 2003, pp. 93ss. En la misma dirección, Hintikka ha reconocido en la estructura del método matemático kantiano la incidencia de Proclo, quien diferenciaba seis momentos en la explicación euclidiana de los problemas. Estos momentos son: la enunciación, la exposición, la especificación, la construcción, la demostración y la conclusión. Los tres elementos identificados por Pierobon son, empero, los que Proclo consideraba imprescindibles. Cf. Hintikka, J.: "Kant on the Mathematical Method", *The Monist*, 51 (3), 1967, pp. 360ss.

26 KrV, B 762.

examen no pertenece a la lógica o teoría de la prueba, sino que debe buscar dilucidar la certeza intuitiva que involucra.[27] En virtud de esta observación, que encuentro acertada, pienso que conviene diferenciar tres nociones que usualmente se confunden en el lenguaje actual cotidiano y que en el marco del pensamiento kantiano pueden tener significados diversos. Estas nociones son: probar (*beweisen*)[28], demostrar (*demonstrieren*), inferir (*schließen*). Los traductores de la filosofía de Kant al español suelen emplear términos de nuestra lengua que indistintamente traducen los tres verbos alemanes (o sus flexiones). Así, por ejemplo, es usual leer flexiones de *demostrar* cuando el original alemán dice *beweisen* en versiones castellanas que adoptan, correctamente, aquella misma palabra para verter *demonstrieren*.[29] En este caso puede haber motivaciones de índole etimológica para esta elección.[30] Sin embargo, la decisión es problemática tan pronto como atendemos a pasajes, como el que nos ocupa aquí, en los que Kant distingue los términos. Para ser precisos, quizás convenga mencionar empero que, si bien es posible discriminar entre las nociones examinadas y el significado que tienen para Kant, no es menos cierto que se encuentran numerosos pasajes en los que el filósofo emplea estos términos de modo indistinto. Así, en KrV B 781, "demostración" y "prueba" parecen términos intercambiables. En KrV B815, por su parte, sucede algo semejante con las nociones de "prueba" e "inferencia". En adelante, con el fin de evitar aclaraciones engorrosas, emplearemos siempre los términos como se indica antes en este párrafo.

Comencemos con las inferencias, que pueden identificarse con la clase de procedimiento que Rohs distingue de las demostraciones en sentido kantiano, en la medida en que refieren algo que en la actualidad suele ser denominado *demostración.* En el *corpus kantiano,* las *inferencias* se presentan como procedimientos de nuestras capacidades intelectuales que nos permiten derivar un juicio a partir de otros.[31] En la Lógica se identifican diversas clases de inferencias, que son producidas por facultades distintas: el entendimiento produce deducciones, la razón produce razonamientos y el Juicio produce inducciones y analogías. La noción de inferencia, en pocas palabras, involucra la intervención de nuestras facultades intelectuales, que proceden de manera discursiva. Se emplean para probar, como las demostraciones, pero sin el componente característico de éstas, que examinaremos en otro apartado, que es su carácter intuitivo.

Por otro lado, el concepto de la *prueba* es, de los tres que nos ocupan, el que se utiliza con mayor frecuencia en el corpus kantiano. Tal vez pueda ser considerado como un concepto más amplio, que contempla o incluye a los otros dos. La prueba es una manera mediata de obtener certeza acerca de un conocimiento. Son concebibles, desde luego, conocimientos ciertos de manera inmediata, pero podemos alcanzar certeza acerca de conocimientos que no tienen esta cualidad a través de pruebas. Una

---

27 Rohs, P.: "Die Disziplin der reinen Vernunft.1. Abschnitt", en Mohr, G., Willaschek, M.: *Kritik Der Reinen Vernunft, Klassiker Auslegen*, Berlin, Akademie Verlag, 1998, p. 563.

28 Un señalamiento previo, muy preciso y fundamentado históricamente, de la diferencia entre *demostrar* y *probar* puede hallarse en Basso, P.: *Il secolo geometrico. La questione del metodo matematico in filosofia da Spinoza a Kant*, Milán, Casa Editrice Le Lettere, 2004, p. 191.

29 Esta decisión de traducción se advierte, por ejemplo, en la versión de la *Crítica de la razón pura* realizada por Mario Caimi y en la versión de la *Lógica Jäsche* realizada por María Jesús Vázquez Lobeiras.

30 De hecho, la entrada de *Beweisen* del diccionario Campe (Campe, J. H.: *Wörterbuch der deutschen Sprache,* Tomo 1. Braunschweig, Schulbuchhandlung, 1807, p.518) incluye el sentido que para Kant tenía *demostración*, de acuerdo con la interpretación que aquí se desarrolla.

31 Véase, por ejemplo, Log §§41ss. AA 9: 114 ss.

manera de probar una tesis consiste en exhibir su contenido en la intuición, como veremos que hace la matemática. Este tipo de prueba, que llamaremos *demostración*, no es empero la única clase de pruebas. Tal es así que, en otro apartado de la "Disciplina de la razón pura", el apartado que se refiere precisamente a las pruebas, Kant menciona, sin explicarlas con mucho detalle, dos clases de pruebas: las pruebas apagógicas y las pruebas ostensivas. Las pruebas apagógicas son indirectas y, si bien proporcionan certeza, no nos permiten conocer los fundamentos de los que se deduce nuestro conocimiento. Las pruebas directas, en cambio, nos permiten convencernos de la verdad de un conocimiento, al mismo tiempo que nos ayudan a comprender por qué él es verdadero.[32] En este caso, alcanzamos la verdad del conocimiento a partir de sus causas.[33] Esta clasificación de las pruebas nos permite advertir que la noción de prueba es más amplia que la demostración y que no toda prueba es de carácter demostrativo, aunque las demostraciones matemáticas sean pruebas. En este sentido, en la entrada correspondiente del *Léxico Kantiano,* Rainer Stuhlmann-Laeisz sostiene que hay que distinguir entre las pruebas matemáticas, las pruebas empíricas y las pruebas filosóficas. Para este comentador, la clave de la diferencia entre las pruebas matemáticas y las pruebas empíricas está dada por el carácter apodíctico de aquéllas, en tanto que la diferencia con las pruebas de la filosofía se vincula con el carácter no intuitivo del conocimiento en esta ciencia.[34] En los siguientes apartados, examinaremos cada uno de estos dos rasgos.

El objetivo último de este artículo es explicar qué significa *demostrar* para Kant. Por esta razón, no nos demoraremos demasiado en este término todavía. Sin embargo, conviene que tengamos en mente que una y otra vez Kant afirma que quiere conservar el sentido etimológico de esta palabra[35], que involucra una mostración, una exhibición, un poner ante los ojos. Además, el filósofo afirma que las demostraciones constituyen una clase de prueba. En particular, es la clase de prueba que se efectúa en matemática.

Si en la *Crítica de la razón pura* la noción de demostración se define como un tipo de prueba, en la *Crítica del Juicio* ese mismo término mienta un modo de presentación de los conceptos. El tema que nos ocupa se desarrolla en una anotación que se encuentra en la "Crítica del Juicio estético", luego de la formulación y la resolución de la antinomia del gusto. Se trata de la nota 1, que sigue al §57. El contenido principal de esta nota es la comparación de las ideas de la razón y las ideas estéticas, que son representaciones que tienen su origen en la imaginación. En el contexto de la *Crítica del Juicio*, esta explicación resulta de especial importancia porque, en primer lugar, las ideas estéticas constituyen una clase de representaciones por completo novedosa en el marco del criticismo y, en segundo término, la noción es un núcleo duro en la concepción de la belleza, que Kant está desarrollando por primera vez en ese mismo marco. Respecto de este segundo punto, es decir, de la relevancia de la noción de las ideas estéticas en el desarrollo de la visión crítica de la belleza, nos limitaremos a recordar que en el §51 de la *Crítica del Juicio,* cuando ya ha desarrollado la Analítica de la Belleza y ha deducido el principio a priori de los juicios de gusto, Kant afirma que "podemos denominar belleza, sea belleza natural

---

32 KrV B817s.

33 Log AA 9: 71.

34 "Demonstration", en Willaschek, M., Stolzenberg, J., Mohr, G., Bacin, S.: *Kant-Lexikon,* Berlín, Boston, De Gruyter, 2015, p. 374.

35 KrV B763, KU AA 5: 343.

o artística, a la expresión de ideas estéticas".[36] Según esta afirmación, si bien Kant introdujo su doctrina de las ideas estéticas para explicar la posibilidad de la belleza artística, esa doctrina está asociada a la noción de la belleza en general y no se limita a la artística.

Respecto de lo segundo, es decir: respecto de la novedad de la noción de las ideas estéticas en el contexto crítico, podría objetarse a esta afirmación el hecho de que las ideas estéticas sí se encuentran mencionadas en fuentes previas. En rigor, esta noción es un tema frecuentemente mencionado en las lecciones de Kant y en las anotaciones del legado manuscrito.[37] No sucede lo mismo, antes de la *Crítica del Juicio,* en la obra publicada. Tal vez por esta razón, en la *Crítica del Juicio* el filósofo intenta explicarlas con claridad y en detalle.

Las ideas estéticas reciben atención en dos momentos de la argumentación kantiana. En primer lugar, se encuentran mencionadas y descritas en la deducción del principio a priori de los juicios de gusto. En este marco, las ideas estéticas se utilizan para especificar la naturaleza de la belleza artística, que se entiende como la belleza que juzgamos en ciertos productos del arte. La creación de estos productos involucra genio y en ellos se advierte que tienen espíritu. El espíritu es la facultad de exhibir ideas estéticas. Las ideas estéticas son representaciones "de la imaginación que dan mucho que pensar sin que, empero, ningún pensamiento determinado, es decir: concepto, pueda ser adecuado"[38].

Kant retoma la noción de las ideas estéticas, después, en la Dialéctica, luego de desarrollar y resolver la antinomia del gusto. Esta antinomia señala que si la posibilidad de disputa (*disputieren*) parece indicar que el gusto no se asienta en conceptos, la posibilidad de discutir (*streiten*) parece implicarlos.[39] La solución de Kant consiste en especificar las condiciones del disputar y el discutir: el gusto se asienta en un concepto indeterminado, el de lo suprasensible en el sujeto, que es aquello que las ideas estéticas, precisamente, expresan.

Acontece que en esta explicación nos encontramos con numerosas clases de representaciones. Por un lado, está mencionada la representación de lo suprasensible, que es un punto de unificación de nuestras facultades. Por otro lado están las ideas estéticas, que son un producto de nuestra imaginación y que de alguna manera proporcionan alguna clase de acceso a las ideas de la razón[40]. Finalmente tenemos conceptos determinados, que son representaciones intelectuales que proporcionan conocimiento. Para explicar las semejanzas y diferencias entre estas representaciones, Kant incluye una nota después de resolver la antinomia del gusto en el §57.

En su explicación, el punto de partida es la noción general de las ideas: (1) son representaciones referidas a algo más, en conformidad con un principio y (2) no proporcionan conocimiento. En relación con ambos respectos es posible diferenciar las ideas estéticas y las ideas de la razón. Respecto de (1), las ideas estéticas refieren una intuición según un principio subjetivo, en tanto que las ideas de la razón refieren un concepto según un principio objetivo.

Antes de continuar con la explicación de las razones por las que las dos clases de

---

[36] KU, §51, AA 5: 320.

[37] Hemos examinado este tema en Martínez, L.: "El desarrollo del genio artístico", *Con-Textos Kantianos*, 11, 2020, pp. 176-190.

[38] KU, §49, AA 5: 314.

[39] KU, §56, AA 5: 338.

[40] KU, §47, AA 5:315.

ideas no proporcionan conocimiento, conviene tener presente que en la introducción de la “Lógica transcendental” de la *Crítica de la razón pura* Kant ha identificado dos elementos de todo conocimiento. Estos elementos son irreductibles entre sí y necesarios. Se trata de las intuiciones y los conceptos. En ese texto, Kant señala que ni los conceptos sin una intuición que les corresponda, ni las intuiciones sin conceptos pueden producir conocimientos.[41]

Considerada esa manera de ver el conocimiento, en la *Crítica del Juicio* Kant afirma que las ideas estéticas no pueden proporcionar conocimientos porque son representaciones de la imaginación a las cuales ningún concepto conviene. Las ideas de la razón, por su parte, no proporcionan conocimiento en virtud de que no hay intuiciones que les correspondan. A partir de este rasgo, podemos afirmar que (i) las ideas de la razón, a diferencia de los conceptos del entendimiento, no son *demostrables* y (ii) las ideas estéticas, a diferencia de los conceptos del entendimiento no son *exponibles*. Kant explica entonces las nociones de demostración y exposición para elucidar estas diferencias entre diferentes clases de ideas y los conceptos del entendimiento.

La noción de exposición, en sus dos variantes: *expositio* y *Erörterung*, recibe bastante atención, particularmente en la *Crítica de la razón pura*.[42] Allí, en la segunda edición, se emplea para caracterizar los momentos argumentativos de la “Estetica trascendental”, que comienza con exposiciones metafísicas y trascendentales del espacio y el tiempo[43]. Además, la noción vuelve a emplearse en la “Disciplina”, cuando Kant especifica las razones por las que la metafísica no podría tener definiciones como las de la matemática. Exponer es, de acuerdo con las tesis de este pasaje, el modo de abordar los conceptos que es posible para la filosofía pura. En él, el análisis de los conceptos es claro y distinto, pero no se garantiza que sea completo.[44] En la *Crítica del Juicio,* Kant emplea la versión latina del término para mencionar el procedimiento de las analíticas de lo bello y lo sublime, en la nota final que les sigue, antes de la deducción del principio a priori del gusto.[45]

En el pasaje del §57 en el que se ocupa de la naturaleza de las ideas estéticas y de su diferencia con las ideas de la razón, la noción de la exposición se emplea nuevamente, en un sentido ligeramente cambiado. Las ideas estéticas son representaciones inexponibles de la imaginación.[46] El significado de “exponer” se detalla en el texto: exponer una representación de la imaginación es llevarla a conceptos.[47] Como en la noción de exposición que encontramos en la primera *Crítica* y a diferencia de la noción de demostración, la exposición de una representación involucra un tratamiento intelectual de ella. Este tratamiento relaciona una representación (en este caso, intuitiva) con otras representaciones que son de carácter conceptual. La demostración, en cambio, vincula una representación (intelectual) con intuiciones.

---

41 KrV, B 74.

42 La noción también se utiliza en el *corpus* lógico disponible. Se ha examinado en detalle este tema en Martínez, L.: “La doctrina kantiana de la definición en las lecciones de lógica (1770-1782)”, *Anales del Seminario de Historia de la Filosofía*, 36(3), 2019, pp. 683-704.

43 KrV, B 38.

44 KrV, B 756.

45 KU, AA 5: 266.

46 KU, AA 5: 342.

47 KU, AA 5: 343.

Kant introduce, pues, en la *Crítica del Juicio,* una acepción de la noción de demostración, que asocia a los procedimientos de los anatomistas. Según esta acepción, demostrar es "presentar, exhibir" (*darstellen*) un concepto. Es decir, significa proporcionar en la intuición el objeto que le corresponde. Que sea demostrable en este sentido es una condición para que el concepto sea capaz de proporcionar conocimiento. Un concepto del que no podemos indicar objeto alguno en la intuición es un concepto vacío. Así, es necesario que podamos señalar un ejemplo del concepto, es decir demostrarlo, para que el concepto sea capaz de proporcionar conocimiento.

Kant proporciona algunos ejemplos que ilustran esta acepción de la demostración y su necesidad para que los conceptos sean cognitivamente relevantes. En primer lugar, el anatomista puede describir el ojo, explicar discursivamente sus características y sus partes. Pero la *demostración del ojo* es la exhibición misma del objeto, cuando realizamos, por ejemplo, una disección y lo mostramos. Con este procedimiento, señala Kant, hacemos intuible lo que antes conocíamos de manera discursiva. Además, podemos demostrar los conceptos de cantidad y de causa. El concepto de cantidad puede darse en la intuición a priori del espacio, por ejemplo a través de una línea recta. El concepto de causa se exhibe en el choque de dos cuerpos, en la intuición empírica. Ambos conceptos, así, se pueden indicar (*weisen*), demostrar, señalar. No constituyen, así, pensamientos vacíos.

Kant especifica que esta demostración puede realizarse en la intuición pura o en la intuición empírica. La demostración en la intuición empírica es la mera exhibición del objeto, que garantiza la realidad objetiva del concepto demostrado. La demostración en la intuición pura parece no ser otra cosa que la construcción del concepto. Recordemos que, para Kant, construir un concepto en matemática es, precisamente, exhibir la intuición a priori que le corresponde. En este sentido, parece que la noción de demostración desarrollada en la *Crítica del Juicio* se vincula más con la construcción que con la demostración matemática, tal como se describen en la *Crítica de la razón pura.*

De hecho, más aún, luego de esta primera acepción, que incorpora, Kant examina una segunda acepción, que rechaza. Se trata, a saber, del uso del término "demostración" en la lógica. En ese ámbito, "demostración" se emplea como una suerte de sinónimo del término "prueba". En este sentido, se dice que una proposición, no ya un concepto, es demostrable o indemostrable. Kant indica una manera más apropiada de decir lo mismo. Cuando señalamos que una proposición es indemostrable, queremos afirmar que es cierta de manera inmediata. Cuando señalamos que una proposición es demostrable, consideramos que es cierta de manera mediata. De lo que se trata, en definitiva, es de la posibilidad de probar su valor de verdad.

En la filosofía, encontramos algunas proposiciones cuya verdad puede ser probada. Es decir proposiciones que son ciertas de manera mediata. En este sentido, la filosofía puede tener pruebas. Ahora bien, si esta misma ciencia lidia con conceptos de la razón, tales que nada que les corresponda pueda ser dado en la experiencia, es precipitado y acaso erróneo afirmar que en ella son posibles las demostraciones. Por consiguiente, Kant sugiere ser precisos en el uso de los términos y reservar la noción de demostración para la primera acepción, que corresponde al significado del término: *ostendere*, *exhibire*, presentar el concepto en la intuición.

De acuerdo con estas consideraciones de la *Crítica del Juicio*, algunos *conceptos* pueden ser demostrados y otros no. Los conceptos de la razón, es decir la ideas, no pueden ser demostrados. En cambio, parece que sí podemos demostrar los conceptos empíricos, los conceptos matemáticos y los conceptos del entendimiento puro. La noción de *demostración* correspondiente a los procedimientos matemáticos, que es la que interesa a Kant en la *Crítica de la razón pura,* no se identifica con esta noción que encontramos en la *Crítica del Juicio*. Aquella involucra una clase de prueba, y no una presentación de conceptos.

4. Las demostraciones son apodícticas

Para Kant, un conocimiento es apodíctico cuando está asociado con la conciencia de su necesidad[48]. Es decir, se trata de un conocimiento tal, que somos conscientes de que no puede ser de otra manera. Ahora bien, los conocimientos necesarios involucran fundamentos a priori. Para Kant es inconcebible que la experiencia, que sólo puede ilustrarnos acerca de cómo *son* las cosas, nos indique algo acerca de cómo *deben ser*. A partir de la mera experiencia, no tenemos cómo saber que ellas no podrían ser de otro modo. Esta explicación, introducida por primera vez en la Introducción B de la *Crítica de la razón pura*[49], reaparece con la definición de las demostraciones. “La experiencia nos enseña lo que existe, pero no, que eso no podría ser de otra manera. Por eso, los argumentos (*Beweisgründe*) empíricos no pueden suministrar ninguna prueba apodíctica”.[50]

Ahora bien, con esta explicación Kant parece estar descartando la posibilidad de que haya demostraciones en el ámbito del conocimiento empírico. En este punto, tenemos que volcar la mirada, una vez más, hacia la *Crítica del Juicio*. Hemos visto que en este texto Kant indica que la noción de demostración se toma de un ámbito peculiar del conocimiento: la anatomía. La exhibición de los conceptos en esta ciencia empírica es la fuente que considera la noción de demostración de la tercera *Crítica*. Pero este ámbito del conocimiento, es decir: el ámbito del conocimiento empírico, es el que queda descartado en la noción matemática que Kant presenta en la *Crítica de la razón pura.* De esta manera, si el carácter de prueba de la demostración matemática se diferenciaba de las demostraciones entendidas como exhibiciones de conceptos, la naturaleza apodíctica de las demostraciones matemáticas involucra una virtud del conocimiento que es inconcebible cuando éste se funda en la experiencia. Las ciencias empíricas no son pasibles de contener demostraciones matemáticas.

En el siguiente apartado estudiaremos la última nota de estas demostraciones.

5. Las demostraciones se producen en la intuición

El hecho de que las demostraciones sean pruebas de carácter apodíctico cancela, en la argumentación de la primera *Crítica*, la posibilidad de que se consideren demostrativas las pruebas basadas en datos provistos por la experiencia. Ahora bien, el tema que le interesa particularmente a Kant en ese texto es el de la diferencia metodológica entre

---

[48] KrV B41.
[49] KrV B3s.
[50] KrV B762.

dos clases de conocimientos racionales, que son los conocimientos matemáticos y los conocimientos de la metafísica. Esta diferencia, respecto de las demostraciones, está dada por el carácter intuitivo de ellas. Las pruebas empleadas en la matemática detentan una evidencia inmediata dada por el hecho de que en ella el conocimiento se exhibe en la intuición pura.[51]

El carácter intuitivo de las demostraciones está vinculado en la *Crítica de la razón pura* con una característica adicional del conocimiento matemático. Esta clase de conocimiento detenta *evidencia*, es decir, certeza intuitiva. Este rasgo del conocimiento no se identifica con el que comentamos en la sección anterior. Para ilustrar esto, examinaremos algunas nociones claves de la lógica formal kantiana, a saber: las nociones de certeza, certeza apodíctica y evidencia. Para Kant, la certeza es un conocimiento que consideramos verdadero con fundamentos suficientes. Es concebible que tengamos certeza acerca de cómo son las cosas. Podemos conocer cómo son y estar ciertos de ello a partir de la experiencia. Como ya señalamos antes, esto no impide que nos resulte concebible o que sea posible un estado de cosas diferente. La certeza que obtenemos cuando conocemos a partir de la experiencia es meramente asertórica. La certeza apodíctica, en cambio, es característica del conocimiento racional, que tiene fundamentos a priori. En ella, la conciencia de la necesidad va unida al conocimiento. Esta diferencia entre certeza asertórica y apodíctica es la que estaba en juego en el aspecto de la definición de las demostraciones que contemplamos en el apartado previo. Ahora añadimos una determinación adicional, propia del marco del conocimiento racional. Cuando el conocimiento racional es de carácter intuitivo, además de apodíctico es evidente.[52]

Ahora bien, la filosofía pura, i.e. la metafísica, no tiene tal referencia a la intuición. El conocimiento metafísico es un conocimiento por meros conceptos. Los conceptos puros que le incumben son representaciones mediatas, que no contienen predicados provistos por la sensibilidad.[53] Por este motivo, el tipo de certeza que contiene esta ciencia no es de la misma índole que el tipo de certeza que detenta el conocimiento matemático.[54] En la "Disciplina de la razón pura en su uso dogmático" Kant simplemente señala que las pruebas de la filosofía no son demostraciones. Algunas páginas después, Kant desarrolla algunas advertencias adicionales sobre las pruebas de la metafísica, en el apartado intitulado precisamente "La disciplina de la razón pura con respecto a sus pruebas"[55].

Aquí quisiera señalar algo más acerca de las diferencias entre las tesis de la primera y la tercera *Crítica*, a las que nos hemos referido en la sección previa. Ya hemos indicado que en la KU se presenta la crítica al uso lógico del concepto de demostración y se ha señalado la necesidad de diferenciar ese concepto del de prueba, que es más conveniente para referirse a los procedimientos propios de la filosofía. Ahora bien, Kant utiliza ejemplos de demostración de términos que sí pertenecen

---

51 El análisis de la noción de intuición implicada en las demostraciones matemáticas y la función que le cabe al entendimiento en tal procedimiento excede el alcance de este artículo. Una problematización rigurosa puede encontrarse en Torretti, R.:"La geometría en el pensamiento de Kant". *Logos. Anales Del Seminario De Metafísica*, 9, 1974, pp. 50ss.

52 Cf. *Log*, AA 9: 70s.

53 Véase KrV B120.

54 Para esta explicación de la noción de evidencia hemos aprovechado la entrada del *Kant-Lexikon,* a cargo de B. S. von Wolff-Metternich, Willaschek, M., Stolzenberg, J., Mohr, G., Bacin, S.: *Kant-Lexikon,* Berlín, Boston, De Gruyter, 2015, 585.

55 KrV B 810-822.

a la filosofía. Y en relación con ellos presenta un concepto de demostración que corresponde específicamente a este ámbito de nuestro conocimiento.

En particular, el texto contiene ejemplos de conceptos del entendimiento, a saber, los conceptos de cantidad y de causa. El primero de los ejemplos podría estar vinculado estrechamente con las demostraciones matemáticas, en particular con el procedimiento constructivo que ellas involucran. Kant señala que el concepto de cantidad puede darse en la intuición a priori del espacio, por ejemplo a través de una línea recta. El concepto de causa, por su parte, se exhibe en el choque de dos cuerpos, en la intuición empírica. Esta demostración de él nos muestra que no es un concepto vacío.

Más adelante en ese mismo libro, la noción de demostración vuelve a aparecer, relacionada con los conceptos intelectuales. Esta noción se menciona una vez en el §59, en una nota al pie en la que Kant identifica la demostración con una clase de conocimiento intuitivo que caracteriza como *esquemática* y contrapone a otra clase, también referida a la intuición, que denomina *simbólica*. La línea de argumentación del filósofo se dirige a especificar su noción de la representación simbólica, que la concibe como intuitiva, y no como discursiva. El símbolo, señala, no es una manera de designación sino una exhibición de un concepto. Advertimos que Kant identifica diferentes maneras de presentar los conceptos en la intuición. Todas ellas se refieren a conceptos originados en nuestras facultades de pensar en su uso puro, son conceptos del entendimiento y de la razón que no se construyen. Los conceptos matemáticos, por lo demás, ni se mencionan en este pasaje.

Como en el §57 de la misma *Crítica,* la noción de demostración surge cuando Kant se refiere al problema de que la realidad objetiva de los conceptos involucra que éstos sean presentados en la intuición. Una vez más, aquí, emerge la indicación según la cual no todos los conceptos pueden ser presentados en la intuición. En particular, no hay intuiciones que sean adecuadas a los conceptos de la razón. Estos conceptos, a diferencia de los conceptos del entendimiento, no se pueden presentar. Entre los conceptos que sí pueden ser presentados en la intuición, que son conceptos del entendimiento, es posible distinguir los conceptos empíricos de los conceptos puros. Los conceptos empíricos se *ejemplifican*. La intuición que corresponde a un concepto puro, por su parte, no es un ejemplo, sino un *esquema*.

A partir del inconveniente de que los conceptos de la razón no pueden presentarse en la intuición, Kant sugiere que la sensibilización (*Versinnlichung*) de esos conceptos sea indirecta, a través de un símbolo. Así, junto a la discusión relativa a la presentación de la realidad empírica de los conceptos, se establece la cuestión de la sensibilización de ellos, que Kant llama también *hipotiposis*.[56] Ésta constituye un exhibir los conceptos y está referida, particularmente, a los conceptos a priori[57]. Si la exhibición intuitiva de los conceptos de la razón es de naturaleza simbólica, la

[56] Este término tiene su origen en la tradición retórica clásica. En el diccionario de términos foráneos de la lengua alemana de Campe, se lee que el término de origen griego ha sido vertido al alemán como la "representación intuitiva mediante exhibición" y como una "sensibilización" y se ha dilucidado como el colocar bajo un concepto la intuición que le corresponde a través del trabajo del Juicio. Adviértase que Campe hace referencia a un empleo del término en la investigación moderna de la razón, que a mi juicio podría corresponder precisamente al pasaje de la KU que estamos examinando en este apartado de este artículo. Véase Campe, J. H.: *Wörterbuch zur Erklärung und Verdeutschung der unserer Sprache aufgedrungenen fremden Ausdrücke,* Braunschweig, Schulbuchhandlung, 1801, t. 2, p. 407.

[57] En esta indicación seguimos la observación de Recki, B.: "Der Kanon der reinen Vernunft", en Mohr, G., Willaschek, M.: *Kritik Der Reinen Vernunft, Klassiker Auslegen*, Berlin, Akademie Verlag, 1998, p. 195.

hipotiposis de los conceptos puros del entendimiento es esquemática y se denomina también su *demostración*. La demostración, así, es una manera de hacer sensibles los conceptos puros del entendimiento, que se realiza de manera esquemática.[58]

Así, atendiendo al último rasgo de las demostraciones matemáticas, que es su evidencia, y revisando las explicaciones de la tercera *Crítica*, advertimos que tanto en la *Crítica de la razón pura* como en la *Crítica del Juicio* la noción de demostración refiere un procedimiento que no es aprovechable en la metafísica, precisamente en virtud de su carácter intelectual no vinculado con la intuición. Para la primera, el conocimiento de la metafísica será de carácter discursivo y sus *pruebas* no detentarán evidencia. Para el otro texto, los *conceptos* de la razón no pueden demostrarse ni a la manera de los anatomistas (§57), ni por esquematización (§59).

6. Recapitulación

En este artículo hemos examinado la noción kantiana de *demostración matemática,* que se explica en la *Crítica de la razón pura*. En primer lugar, hemos analizado algunos ejemplos ilustrativos de tal procedimiento, que pueden encontrarse en la segunda edición del texto. Luego, hemos explicado los rasgos que caracterizan el procedimiento demostrativo de la matemática, de acuerdo con la "Disciplina". Hemos descubierto que la demostración matemática es una prueba, y no una exhibición intuitiva de conceptos; además, es un procedimiento de carácter apodíctico y no se refiere a juicios de la experiencia; por último, es una prueba realizada en la intuición, y no una exhibición de conceptos puros efectuada en la intuición.

Ahora bien, para completar la explicación de estos rasgos, algunos estudiosos de la "Disciplina" suelen hacer referencia a ciertos pasajes de la *Crítica del Juicio*. A la luz de los análisis desarrollados en este artículo, esa referencia no nos parece acertada. Por medio del examen de las características del proceso demostrativo de la matemática, hemos descubierto que todos sus rasgos permiten constituir una diferencia específica respecto de otras nociones de *demostración*, como las que se consideran en la *Crítica del Juicio*. En otras palabras, la caracterización de las demostraciones matemáticas que se encuentra en la *Crítica de la razón pura* no se identifica con las explicaciones de la *Crítica del Juicio*. En primer término, contra las explicaciones del apéndice al §57 de la tercera *Crítica*, el concepto *matemático* de la demostración no corresponde a los procedimientos de las ciencias empíricas, que sólo alcanzan certeza asertórica. La demostración de los anatomistas, que exhiben las propiedades del ojo mostrando un objeto en la intuición empírica, no satisface el primer requisito de la demostración matemática: la mera experiencia no proporciona certeza apodíctica.

En la *Crítica del Juicio* Kant menciona otro ejemplo: el de la demostración, o esquematización, de los conceptos del entendimiento. Si bien los conceptos puros de la razón, que son los que serán de incumbencia para la metafísica, no pueden esquematizarse, y en este sentido tampoco la KU se compromete con la posibilidad de demostraciones metafísicas, es claro que la noción de demostración que se aplica a la esquematización de las categorías no se identifica con la noción de demostración

[58] Una investigación complementaria a la que aquí se presenta debe discutir si esta noción de los esquemas se identifica con los esquemas trascendentales de la *Crítica de la razón pura.*

matemática explicada en la "Disciplina". Los conceptos puros del entendimiento no se pueden construir en la intuición pura y por tanto no son capaces de alcanzar evidencia. Luego, no son demostrables en el sentido matemático de la demostración.

Ciertamente, tanto en el tratamiento de la *Crítica de la razón pura* como en el de la *Crítica del Juicio*, Kant mantiene en el uso de la noción de demostración el sentido etimológico del término. Este sentido asocia la demostración con la exhibición intuitiva. Los dos usos de esta noción que encontramos en los textos críticos, empero, se inscriben en ámbitos de significación diversos e involucran alcances específicos.

7. Referencias bibliográficas

Basso, P.: *Il secolo geometrico. La questione del metodo matematico in filosofia da Spinoza a Kant*, Milán, Casa Editrice Le Lettere, 2004.

Campe, J. H.: *Wörterbuch zur Erklärung und Verdeutschung der unserer Sprache aufgedrungenen fremden Ausdrücke,* Braunschweig, Schulbuchhandlung, 1801.

Campe, J. H.: *Wörterbuch der deutschen Sprache,* Tomo 1. Braunschweig, Schulbuchhandlung, 1807.

Euclides: *Elementos,* Traducción de María Luisa Puertas Castaños, Madrid, Gredos, 1998.

Förster, E.: "Die Vorreden", en Mohr, G., Willaschek, M.: *Kritik Der Reinen Vernunft, Klassiker Auslegen*, Berlin, Akademie Verlag, 1998, pp. 37-56.

Hintikka, J.: "Kant on the Mathematical Method", *The Monist*, 51 (3), 1967, pp. 352-375.

Kant, I.: *Gesammelte Schriften* Hrsg.: Bd. 1–22 Preussische Akademie der Wissenschaften, Bd. 23 Deutsche Akademie der Wissenschaften zu Berlin, ab Bd. 24 Akademie der Wissenschaften zu Göttingen, 1900ss.

Kant, I.: *Lógica. Acompañada de una selección de reflexiones del legado de Kant*. Edición de María Jesús Vázquez Lobeiras, Madrid, Akal, 2000.

Kant, I.: *La polémica sobre la* Crítica de la razón pura. Edición de Mario Caimi, Madrid, Mínimo Tránsito, 2002.

Kant, I.: *Crítica de la razón pura*. Edición de Mario Caimi, México, Fondo de Cultura Económica, 2009.

Laercio, D.: *Vidas y opiniones de los filósofos ilustres.* Traducción de Carlos García Gual, Madrid, Alianza, 2007.

Martínez, L.: "La doctrina kantiana de la definición en las lecciones de lógica (1770-1782)", *Anales del Seminario de Historia de la Filosofía*, 36(3), 2019, pp. 683-704.

Martínez, L.: "El desarrollo del genio artístico", *Con-Textos Kantianos*, 11, 2020, pp. 176-190.

Pierobon, F.: *Kant et les mathématiques*, París, Vrin, 2003.

Recki, B.: "Der Kanon der reinen Vernunft", en Mohr, G., Willaschek, M.: *Kritik Der Reinen Vernunft, Klassiker Auslegen*, Berlin, Akademie Verlag, 1998, pp. 597-616.

Rohs, P.: "Die Disziplin der reinen Vernunft.1. Abschnitt", en Mohr, G., Willaschek, M.: *Kritik Der Reinen Vernunft, Klassiker Auslegen*, Berlin, Akademie Verlag, 1998, pp. 547-570.

Shabel, L.: "Kant on the 'symbolic construction' of mathematical concepts", *Studies in History and Philosophy of Science*, 29(4), 1998, pp. 589–621.

Shabel, L.: *Mathematics in Kant's critical philosophy: Reflections on mathematical practice*, New York, London, Routledge, 2003.

Torretti, R.:"La geometría en el pensamiento de Kant". *Logos. Anales Del Seminario De Metafísica*, 9, 1974, pp. 9 - 60.

Willaschek, M., Stolzenberg, J., Mohr, G., Bacin, S.: *Kant-Lexikon,* Berlín, Boston, De Gruyter, 2015.