De la forma simbólica al artefacto epistémico: Análisis praxeológico de las matemáticas en la imagen histórica para la educación artística interdisciplinar[1]

Ismael Cabero-Fayos
Universitat Jaume I
E-mail: icabero@uji.es
https://orcid.org/0000-0003-1839-7205
Mercedes Ventura-Campos
Universitat Jaume I
E-mail: mventura@uji.es
https://orcid.org/0000-0001-5949-7144
Noelia Ventura-Campos
Universitat Jaume I
E-mail: venturan@uji.es
https://orcid.org/0000-0002-0443-8048

DOI: https://dx.doi.org/10.5209/aris.109116

Recibido: 17 de abril de 2026 / Aceptado: 04 de mayo de 2026 / Publicación en línea: 04 de mayo de 2026

Resumen: Artes visuales y matemáticas se enseñan hoy como territorios aislados, ocultando el profundo diálogo estructural entre números y formas. El presente artículo tiende un puente entre ambas disciplinas, analizando imágenes históricas no como meros objetos estéticos, sino como herramientas conceptuales que piensan y transmiten matemáticas. A través de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), proponemos adaptar el modelo praxeológico a la imagen histórica para «leer» la geometría y la aritmética ocultas en el arte. Para comprobar su utilidad, analizamos las obras de seis maestros —desde Da Vinci, Pacioli y Durero hasta Oliver Byrne y M. C. Escher—, desgranando la praxis (tareas y técnicas) y el logos (tecnologías y teorías) de cada creación. Los resultados confirman que estas imágenes operan como medios didácticos autónomos, capaces de estructurar y legitimar saberes matemáticos mediante el lenguaje visual. Concluimos que integrar esta mirada en proyectos STEAM enriquece el currículo y aleja a las matemáticas de la repetición mecánica, convirtiéndolas en una experiencia visual compartida.

Palabras clave: Educación artística; Historia matemática; Matemáticas y arte; Teoría Antropológica de lo Didáctico; Semiótica visual.

(Eng.) From Symbolic Form to Epistemic Artifact: Praxeological Analysis of Mathematics in Historical Images for Interdisciplinary Art Education

Abstract Today, visual arts and mathematics are taught as isolated territories. This disconnection has fragmented learning, obscuring the profound dialogue between number and form. This article bridges both disciplines. To achieve this, it analyzes historical images not merely as aesthetic objects, but as conceptual tools that process and transmit mathematical thought. Through the Anthropological Theory of the Didactic (ATD), we propose an adaptation of the praxeological model applied to historical images, enabling the "reading" of the geometry and arithmetic concealed within art. To verify its utility, we examine the works of six masters—ranging from the precision of Da Vinci, Pacioli, and Dürer to the modernity of Oliver Byrne and M. C. Escher—deconstructing the praxis (tasks and techniques) and logos (technologies and theories) inherent in each masterpiece. Results confirm that these images operate as genuinely autonomous didactic media, capable of structuring, justifying, and legitimizing geometric, arithmetic, and topological knowledge through visual language. We conclude that integrating this perspective into the art classroom and STEAM projects not only enriches the curriculum but also restores the image's power as a tool for discovering the world. Ultimately, this approach rescues mathematics from mechanical repetition, transforming it into a shared visual experience.

Keywords: Art education; History of mathematics; Mathematics and art; Anthropological Theory of the Didactic; Visual semiotics.

[1] Financiación. Este artículo ha sido desarrollado en el marco del Proyecto de Innovación Educativa titulado Proyecto de Innovación educativa: Neurodidàctica i Matemàtiques: innovació amb metodologies actives a l'Educació Infantil. Código: (61564/26). Universitat Jaume I

Cómo citar: Cabero-Fayos, I., Venturta-Campos, M. & Venturta-Campos, N. (2026). De la forma simbólica al artefacto epistémico: Análisis praxeológico de las matemáticas en la imagen histórica para la educación artística interdisciplinar. *Arte, Individuo y Sociedad,* publicación en línea, 1-19. https://dx.doi.org/10.5209/aris.109116

1. Introducción

Durante siglos, pensar las matemáticas y crear formas visuales constituyeron un mismo impulso intelectual en Occidente. Ambas disciplinas dialogaban desde sus cimientos. Ya en la Antigüedad clásica, la forma de entender el mundo pasaba por su cuantificación, dónde proporción y número estructuraban la belleza (Boyer, 1991; Kline, 1972). Este vínculo alcanzó su madurez operativa durante el Renacimiento. Con la formulación de la perspectiva lineal, el taller del pintor y la obra arquitectónica operaron como auténticos laboratorios espaciales. Para Alberti (1435/1991), Da Vinci (1986) o Durero (1525/1977), la frontera entre ciencia y arte no existía. Dibujar era demostrar. Como documenta Panofsky (2003), la perspectiva excedió la técnica de imitación visual para erigirse como una auténtica «forma simbólica». La imagen nacía así con un estrato matemático indisoluble: funcionaba como el motor cognoscitivo de la obra, no como un simple andamio oculto.

1.1. La fractura disciplinar y la dicotomía formativa

La realidad de las aulas contemporáneas es radicalmente opuesta. Efland (2002) rastrea esta escisión disciplinar en la progresiva especialización iniciada en el siglo XIX, que terminó aislando las ciencias de las humanidades. Los currículos actuales heredan esta fragmentación. Si observamos la formación de artistas y docentes de artes visuales, predomina una preferencia casi exclusiva por corrientes expresivas o sociológicas (Acaso, 2009). En este escenario, las matemáticas quedan reducidas a pautas técnicas aisladas, despojadas de su inmenso bagaje conceptual.

1.2. Los límites de la interdisciplinariedad actual

Esta incomunicación penaliza el aprendizaje, especialmente cuando los discursos pedagógicos exigen una verdadera integración de saberes. La literatura reciente sobre el modelo STEAM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería, Artes y Matemáticas) sugiere que articular estas áreas fomenta competencias de pensamiento complejo (Burnard y Colucci-Gray, 2019). Como advierten Couso y Simarro (2020), a muchas propuestas interdisciplinares les falta cimentación epistemológica. En la práctica escolar, las matemáticas usan el arte como un escaparate visual y el arte toma la geometría como un cosmético. Faltan enfoques que superen la coincidencia temática mediante anclajes estructurales comunes.

1.3. La imagen histórica como artefacto epistémico

Frente a esta superficialidad, nuestro estudio sitúa la cultura visual del pasado —grabados, frescos o ilustraciones técnicas— en el centro del análisis. Proponemos abordar estas imágenes no como testimonios estéticos, sino como «artefactos epistémicos»: soportes que construyen y transmiten el conocimiento matemático y artístico (Pallarès-Piquer, 2020). Paralelamente, la educación artística expone estas obras a diario, pero rara vez las interroga para extraer la lógica geométrica que las vertebra.

Este artículo propone superar dicha dicotomía cambiando nuestra forma de interrogar a la imagen histórica. El objetivo es descifrar cómo el saber matemático se organiza, valida y transmite a través de decisiones compositivas concretas. Al someter la obra plástica a este escrutinio, la imagen recupera su dimensión original: un medio didáctico excepcional y autónomo.

2. Objetivos de la investigación

Hay un vacío notable en la literatura. La didáctica de las matemáticas y la educación artística rara vez se cruzan utilizando únicamente fuentes visuales. Para acotar este espacio, nuestra investigación plantea un objetivo claro. El objetivo es analizar un conjunto de imágenes históricas para identificar su estructura praxeológica y evaluar su posible uso didáctico.

Este propósito general se despliega metodológicamente en: configurar un corpus representativo, adaptar el marco analítico, establecer una comparativa histórico-didáctica y formular orientaciones curriculares. Alcanzar estas metas implicaría algo más que releer obras de arte consagradas. Esto permitiría disponer de una herramienta aplicable en el ámbito educativo y una base teórica firme para justificar la integración de materias. Es un paso necesario.

3. Marco Teórico: De la forma simbólica al análisis praxeológico de la imagen

Para abordar la imagen histórica como un dispositivo didáctico complejo, resulta imprescindible construir un marco teórico que entrelace dos tradiciones académicas que rara vez dialogan: la historiografía del arte y la didáctica de la matemática. Partimos de una premisa básica. La combinación de ambos enfoques permite ir más allá de una lectura únicamente estética del material gráfico; la obra puede entenderse no solo como imagen, sino como un artefacto epistémico.

3.1. Arte y matemáticas: La construcción visual del conocimiento

El estudio de los vínculos entre arte y matemáticas cuenta con una historiografía muy sólida. Diversos estudios muestran que la imagen no actúa únicamente como un contenedor pasivo de la ciencia, sino como un agente muy activo en su formulación. Investigadores clave, como Kemp (1990), han rastreado a fondo cómo la óptica y la geometría proyectiva actuaron como motores indispensables para el desarrollo de la representación visual en Occidente. Si miramos el diseño arquitectónico, los trabajos de Wittkower (1995) documentan algo fascinante: las proporciones armónicas no eran caprichos de "buen gusto". Eran, en realidad, la traducción visual de una cosmología matemática de profunda raíz pitagórica y platónica.

Siguiendo este hilo, la aportación de Panofsky (2003) marca un antes y un después. Él definió la perspectiva lineal no como un simple truco técnico para imitar la realidad con más precisión, sino como una verdadera «forma simbólica». Para Panofsky, atrapar el espacio tridimensional en un plano usando matemáticas equivale a objetivar una forma muy concreta de entender el mundo; la técnica artística acarrea consigo un fuerte bagaje filosófico y científico. Este enfoque, tan apegado al contexto, es clave para entender obras fundacionales donde texto e imagen se necesitan mutuamente. Pensemos en *De divina proportione* de Luca Pacioli (1509/2017). Allí, el armazón geométrico solo alcanza su verdadero peso cognitivo cuando se cruza con las ilustraciones poliédricas de Leonardo da Vinci (Field, 1997; Ghyka, 1992). El imaginario visual no opera como un mero espejo de la realidad, sino como una estructura fundante del conocimiento y la praxis (Riffo-Pavón y Carretero, 2025).

3.2. La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD)

Para entender cómo una imagen transmite conocimiento, esta investigación se apoya en la TAD, formulada por Yves Chevallard (1999, 2006). La TAD parte de una idea central y muy potente: cualquier actividad humana —incluyendo hacer o aprender matemáticas— es una práctica social contextualizada. Y toda práctica social puede describirse mediante *praxeologías* (Chevallard et al., 1998).

Una praxeología es la unidad mínima para analizar lo que hacemos, y consta de dos bloques que no se pueden separar:

- El bloque práctico-técnico (praxis o saber-hacer): Incluye los tipos de tareas (T) que alguien necesita resolver y las técnicas (τ) o procedimientos específicos que usa para lograrlo.
- El bloque tecnológico-teórico (logos o saber): Formado por la tecnología (θ), que es el discurso racional que explica y justifica la técnica; y la teoría (Θ), el gran marco paradigmático que da sentido y cobertura a esa tecnología (Gascón, 2003).

A lo largo de los años, la TAD ha demostrado ser una herramienta tremendamente eficaz para estudiar la transposición didáctica. Es decir, cómo un saber sabio se transforma para poder ser enseñado en un aula (Chevallard, 1991).

3.3. El análisis praxeológico de las fuentes visuales: La imagen como artefacto epistémico

Aquí radica el principal desafío metodológico —y la innovación— de este estudio: llevar la matriz praxeológica de la TAD al terreno de la imagen visual. Según la TAD, los saberes no flotan en el aire; «viven» dentro de instituciones. Son estas organizaciones sociales (Chevallard, 2006) las que permiten que ciertas praxeologías nazcan y se desarrollen.

Para justificar este salto hacia lo visual, debemos recordar que estas instituciones —el taller del artista en el Renacimiento, las academias ilustradas, las primeras imprentas científicas— necesitan soportes físicos. Necesitan fijar su saber para poder transmitirlo. Desde esta perspectiva, la imagen histórica (ya sea un grabado, un lienzo o la página de un tratado) funciona como el artefacto epistémico principal que usan esas instituciones para materializar sus praxeologías matemáticas. Un grabado de Durero o los patrones de Escher (1958) no son estampas mudas. Son ecosistemas visuales complejos; cristalizan y exponen el saber de su época prescindiendo de letras y números.

Nuestra propuesta metodológica consiste, entonces, en adaptar los elementos de la TAD para estudiar imágenes. El análisis se centra en localizar los cuatro componentes de la praxeología dentro de cada obra: la Tarea (T) y la Técnica (τ) en el lado práctico; y la Tecnología (θ) y la Teoría (Θ) en el lado del saber.

Llevar este esquema a las artes visuales nos obliga a traducir los elementos del modelo [T, τ, θ, Θ] a la materialidad propia de la imagen:

- La Tarea (T): El problema espacial, aritmético o geométrico que la obra resuelve o que desafía al espectador a decodificar (por ejemplo, proyectar correctamente un poliedro irregular).
- La Técnica (τ): Las operaciones gráficas visibles en la obra. Pueden ser líneas preparatorias, retículas de proporción o los propios instrumentos de dibujo sugeridos en la escena.
- La Tecnología (θ): El discurso visual que valida la técnica empleada. En arte, esto se logra mediante la jerarquía de los elementos, el uso del color, la composición espacial o pequeñas inscripciones que avalan visualmente que la técnica es la correcta.
- La Teoría (Θ): El gran paradigma matemático del momento (la aritmética pitagórica, la óptica euclidiana) que envuelve y da sentido a todo lo anterior.

En el fondo, lo que proponemos es cruzar miradas. Juntar la visión cultural de Panofsky con la precisión analítica de Chevallard nos permite llevar el análisis praxeológico al arte. No buscamos inventar una nueva categoría para la TAD. Simplemente constatamos algo fascinante: las praxeologías matemáticas clásicas —con todas sus tareas, técnicas y justificaciones teóricas— pueden construirse y transmitirse de forma íntegra usando exclusivamente el lenguaje compositivo y material de una obra de arte.

Para comprobar si este enfoque realmente funciona, lo hemos aplicado a un corpus de seis fuentes visuales de distintas épocas. Este análisis comparativo nos ha permitido ver cómo el instrumento identifica, con bastante coherencia, la estructura y legitimación de saberes matemáticos en formatos no textuales. Todo parece indicar que es una herramienta viable, y quizás útil, para futuras investigaciones sobre la historia de la educación matemática.

4. Metodología

4.1. Diseño de la investigación: Paradigma y enfoque

Esta investigación se enmarca en un paradigma cualitativo de corte interpretativo (Denzin & Lincoln, 2018). El objetivo no es medir variables, es comprender con precisión cómo el conocimiento matemático se estructura y fluye mediante el lenguaje visual; esto exige un diseño metodológico flexible para interrogar a la imagen en toda su riqueza semiótica (Flick, 2015).

Para operativizar este planteamiento, hemos adoptado el estudio de casos múltiples instrumentales propuesto por Stake (2006). La triangulación transversal hace aflorar patrones, continuidades estructurales y estrategias divergentes en la manera de representar las matemáticas.

4.2. Criterios de selección y constitución del corpus

La solidez de un estudio de estas características depende directamente de sus fuentes. Por ello, la selección del corpus esquiva el azar; responde a un muestreo intencional guiado por criterios restrictivos (Flick, 2015). Para entrar en la fase de análisis, exigimos a las obras el cumplimiento de cuatro requisitos.

Debían suponer un hito documentado en el cruce entre la creación plástica y el pensamiento geométrico o aritmético. Buscábamos también una marcada diversidad de géneros visuales. Además, era indispensable que la imagen albergara un potencial praxeológico claro. Primó, por último, la ética investigadora y la viabilidad técnica: solo se incluyeron piezas en dominio público, respaldadas por reproducciones digitales de alta resolución.

El resultado es un corpus de seis obras maestras que trazan una línea temporal desde el Renacimiento hasta el siglo XX:

I. Leonardo da Vinci (ca. 1490). *Estudios de proporciones del cuerpo humano* (*Hombre de Vitruvio*). Tinta sobre papel.

II. Luca Pacioli / Leonardo da Vinci (1509). Ilustraciones poliédricas para el tratado *De divina proportione*. Xilografía.

III. Alberto Durero (1514). *Melencolia I*. Grabado a buril.

IV. Wenzel Jamnitzer (1568). *Perspectiva corporum regularium*. Grabado calcográfico.

V. Oliver Byrne (1847). *The first six books of the Elements of Euclid*. Cromoxilografía y composición tipográfica.

VI. M. C. Escher (1958). *Regular Division of the Plane*. Xilografía.

4.3. Instrumento de análisis: La Matriz Praxeológica Visual

Asumimos desde el principio una postura metodológica clara frente al objeto de estudio: la imagen no es un territorio neutral. Nuestra lectura se aleja conscientemente de la simple contemplación estética o el análisis iconográfico tradicional; buscamos diseccionar el artefacto visual como un engranaje puramente lógico. Conviene matizar, en este sentido, los límites de nuestra selección muestral. No buscamos establecer una genealogía cronológica perfecta entre los distintos autores. El objetivo radica en demostrar la persistencia estructural de la transposición matemática a través del tiempo, independientemente de la época de creación.

Así mismo, semejante diversidad histórica requiere una herramienta de lectura milimétrica. Ese es el propósito de la Matriz Praxeológica Visual, un instrumento diseñado *ad hoc* (adaptado del modelo praxeológico de la TAD) para esta investigación que operativiza los conceptos teóricos definidos en un apartado anterior (véase 3.3).

Para garantizar un escrutinio estandarizado y evitar la sobreinterpretación estética, la matriz somete cada obra a las cuatro variables del modelo praxeológico transpuesto al ámbito visual. En el bloque práctico (saber-hacer), se aísla el reto matemático explícito (T) y se rastrean las secuencias operativas físicas y gráficas empleadas para resolverlo (τ). Simultáneamente, en el bloque teórico (saber), se decodifica el discurso no verbal que legitima la composición (θ) para, finalmente, enmarcar la solución dentro de su ecosistema epistémico correspondiente (Θ). De este modo, la matriz transforma la apreciación artística en un dato epistemológico trazable y comparable.

4.4. Procedimiento de recolección y análisis de datos

Leer obras tan densas bajo este prisma exige disciplina para esquivar la sobreinterpretación. Por ello, abordamos cada caso siguiendo un protocolo invariable de cuatro fases iterativas. Comenzamos con una disección formal pura; observamos las reproducciones al detalle para catalogar la factura plástica de la línea y el plano. Acto seguido, pasamos a la contextualización histórico-matemática. Revisamos tratados primarios para comprender con exactitud qué sabían —y qué ignoraban— los autores en el momento de tomar el buril o la pluma.

La tercera etapa fue la más crítica. Aplicamos de forma estricta la Matriz Praxeológica Visual sobre la imagen analizada, aislando las variables T, τ, θ *y* Θ. Transformamos la apreciación artística en un dato epistemológico trazable. Finalmente, volcamos estos hallazgos en informes individuales que más tarde se fusionaron en una síntesis cruzada, dando respuesta directa a nuestras preguntas de investigación.

4.5. Criterios de rigor y credibilidad científica

En la investigación cualitativa no buscamos que un experimento numérico se repita de forma idéntica, sino que nuestras conclusiones sean creíbles y sólidas (Denzin & Lincoln, 2018). Para garantizar que nuestro análisis es válido y no una simple sobreinterpretación estética, nos hemos apoyado en dos mecanismos clave:

El primero es la triangulación de fuentes. Nunca analizamos una imagen de forma aislada. Toda pista o sospecha visual extraída del lienzo o del grabado se cruzó a tres bandas: con la propia obra, con los textos originales del autor —como los manuscritos de Leonardo o los manuales de Durero— y con la literatura de expertos reconocidos. Este contraste continuo asegura que las variables praxeológicas (T, τ, θ, Θ) que identificamos tienen una base histórica real y demostrable.

El segundo mecanismo es el uso de una misma "regla de juego" para todos. Traducir un modelo matemático al ámbito del arte obliga a tomar decisiones al interpretar. Sin embargo, al pasar piezas tan distintas y de siglos diferentes por exactamente la misma matriz estandarizada, logramos un contrapeso objetivo. Nos aseguramos de que todas las imágenes, sin importar su técnica o época, se midan con el mismo rasero riguroso.

5. Resultados: Análisis praxeológico del corpus visual

Aplicar la Matriz Praxeológica Visual al corpus seleccionado permite traspasar su aparente unidad estética. La superficie artística puede ocultar la estructura lógica que la sustenta. Desgranamos, a partir de este punto, los hallazgos del análisis. La evidencia sugiere que la obra gráfica —lejos de actuar como un soporte pasivo— funciona como un verdadero engranaje didáctico, donde se formulan, resuelven y justifican problemas matemáticos concretos.

5.1. Caso 1: Leonardo da Vinci (ca. 1490). *Estudios de proporciones del cuerpo humano (Hombre de Vitruvio)*

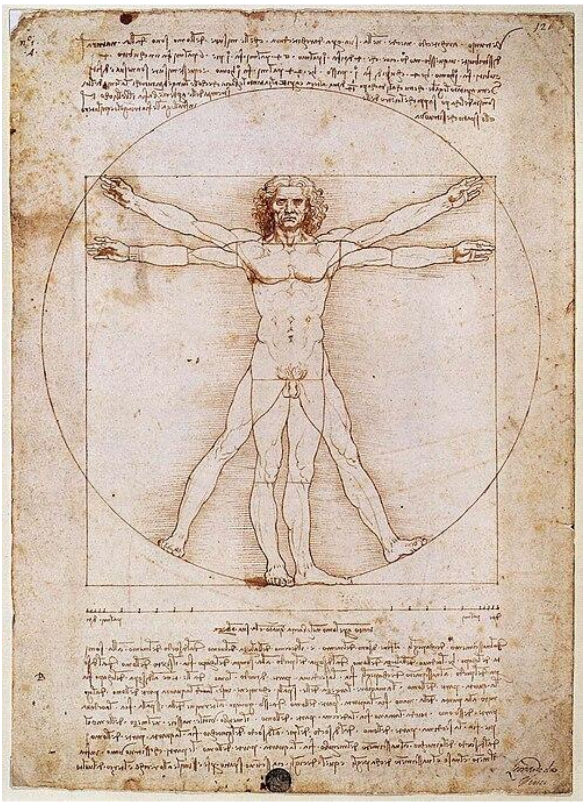

Figura 1. Leonardo da Vinci, ca. 1490, *Hombre de Vitruvio.* La obra evidencia el trazado instrumental explícito mediante marcas de compás y regla (τ) y la simetría axial (θ) que actúan como tecnología visual para justificar la cuadratura del cuerpo humano (T) bajo el paradigma neoplatónico (Θ). Wikimedia Commons (https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Vitruvian.jpg). En el dominio público.

Este dibujo a pluma y tinta representa, con toda probabilidad, el hito visual más célebre donde convergen la creación plástica, la anatomía y la geometría. Al observarlo a través de la TAD, su estatus cambia de inmediato. Lo aleja de la simple ilustración médica; la evidencia sugiere que nos encontramos ante algo mucho más denso —un verdadero tratado matemático condensado en un solo folio—. Es geometría en estado puro.

- **Tipo de Tarea (*T*):** La problematización matemática que Da Vinci aborda es doble. Por un lado, la tarea explícita es *fraccionar* el cuerpo humano en unidades métricas conmensurables. Por otro, la tarea implícita y de mayor complejidad es la *cuadratura y circumpunto del cuerpo*; es decir, inscribir una figura irregular (el cuerpo humano) dentro de las dos figuras planas perfectas de la geometría clásica: el círculo y el cuadrado.

- **Técnica (τ):** Da Vinci no dibuja a mano alzada las formas geométricas envolventes; emplea una técnica rigurosa de trazado instrumental. Visualmente, se aprecian las marcas de compás (centro exacto en el ombligo para trazar la circunferencia) y el uso de regla y escuadra para el cuadrado, cuyo centro geométrico se desplaza hacia los genitales. La técnica visual incluye también sutiles líneas horizontales (marcas de incisión) sobre el pecho, rodillas y brazos del modelo, que operan como delimitadores de fracciones (cuartos, octavos).
- **Tecnología (θ):** El discurso que legitima esta técnica es híbrido (texto-imagen). En la propia página, Da Vinci incluye el texto traducido de Vitruvio, que funciona como el soporte "tecnológico" escrito. Sin embargo, la tecnología puramente visual radica en la simetría axial impecable de la figura frontal y en el desdoblamiento cinemático de los miembros (cuatro brazos, cuatro piernas). Este desdoblamiento convence al espectador de que la geometría no es estática, sino que el cuerpo en movimiento genera, por su propia naturaleza, el orden geométrico.
- **Teoría (Θ):** El paradigma superior que engloba esta praxeología es el Neoplatonismo renacentista y la Geometría Euclidiana. La obra asume el postulado teórico de que el microcosmos (el hombre) es un reflejo exacto del macrocosmos (el universo), y que el lenguaje que garantiza esta equivalencia es, ineludiblemente, la geometría de la proporción.

5.2. Caso 2: Luca Pacioli y Leonardo da Vinci (1509). Ilustraciones poliédricas para *De divina proportione*

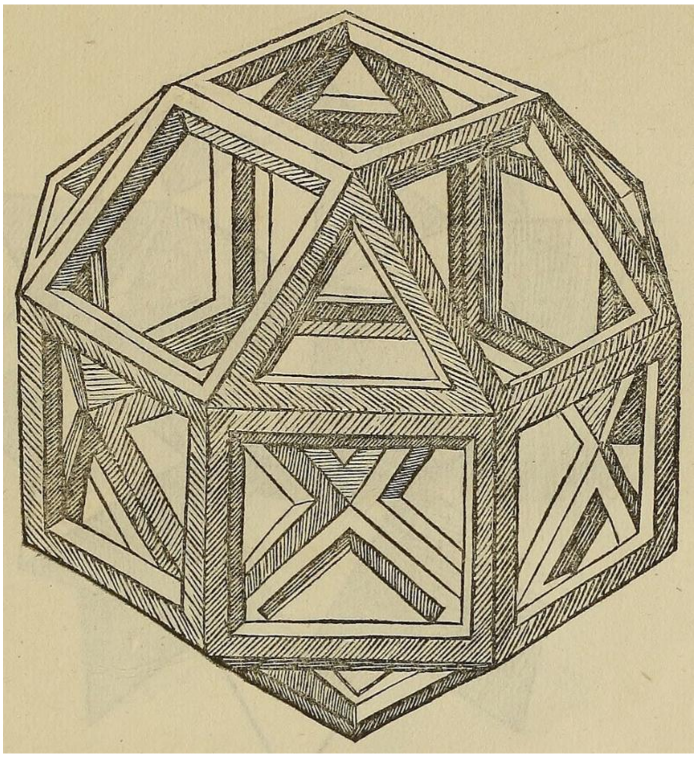

Figura 2. L. Pacioli y L. da Vinci, 1509, *De divina proportione*, *Poliedro vacuus* (*Vigintisex Basium Planum Vacuum*). La obra materializa la técnica del poliedro *vacuus* (τ), donde el trazado reticular de las aristas y el claroscuro focal (θ) permiten la comprensión estructural simultánea del volumen exterior e interior (T). Esta praxeología visual se inscribe en la Teoría de las Proporciones (Θ). Wikimedia Commons (https://commons.wikimedia.org/wiki/File:De_divina_proportione_-_Vigintisex_Basium_Planum_Vacuum.jpg). Reproducción en dominio público.

Las láminas que acompañan el tratado de Pacioli representan un hito en la historia de la transposición didáctica: es la primera vez que se diseña un artefacto visual específicamente para *enseñar* la estructura de los sólidos platónicos y arquimedianos.

- **Tipo de Tarea (*T*):** La tarea principal es representar en un plano bidimensional (el papel) cuerpos tridimensionales complejos (poliedros regulares y semiregulares) de tal manera que el observador pueda aprehender simultáneamente su volumen exterior y su estructura geométrica interna (su red de caras, vértices y aristas).

- **Técnica (*τ*):** Para resolver esta tarea, Da Vinci inventa (o perfecciona magistralmente) la técnica visual del *poliedro vacuus* (vacío o esqueletizado). En lugar de representar el sólido como un bloque de madera (sólido *solidus*), dibuja únicamente un armazón tridimensional formado por las aristas ensanchadas.

- **Tecnología (*θ*):** La técnica del *vacuus* se legitima a través de una tecnología visual magistral: el dominio del claroscuro y la perspectiva cónica. Las caras posteriores del poliedro se dibujan más finas y oscuras, mientras que las anteriores reciben una iluminación focal. Esta manipulación óptica es el argumento tecnológico que permite al cerebro del espectador reconstruir la profundidad sin que las caras frontales oculten a las traseras. El saber geométrico se vuelve, así, total y transparente.

- **Teoría (*Θ*):** La praxeología se inscribe dentro del marco de la Teoría de las Proporciones (específicamente la divina proporción o número áureo, que estructura sólidos como el dodecaedro y el icosaedro) y la Cosmología de los Elementos, heredera directa del *Timeo* de Platón.

5.3. Caso 3: Alberto Durero (1514). *Melencolia I*

Figura 3. Alberto Durero, 1514, De *Melencolia I.* La obra plantea al observador la resolución visual de tareas (*T*) de índole aritmético-combinatoria (el cuadrado mágico) y estereométrica. La técnica gráfica de la talla dulce (*τ*) logra un escorzo espacial avanzado, justificado por una tecnología visual (*θ*) que incluye literalmente

los instrumentos de medición en la escena para argumentar el orden matemático latente (Θ). The Metropolitan Museum of Art (https://www.metmuseum.org/art/collection/search/336228). Reproducción en dominio público.

El grabado de Durero se sitúa justo en la frontera disciplinar. A diferencia de los ejemplos previos —creados para acompañar manuales teóricos—, Melencolia I funciona como una pieza gráfica totalmente independiente. Articula, de facto, uno de los planteamientos matemáticos más elaborados del Renacimiento nórdico. Estamos ante un problema visual puro.

- **Tipo de Tarea (*T*) y Técnica ($\boldsymbol{\tau}$):** La obra exige al espectador-matemático resolver dos grandes tareas entrelazadas. La primera (*T1*) es de naturaleza aritmético-combinatoria: descifrar el cuadrado mágico de orden 4 situado en la pared. Matemáticamente, la tarea consiste en demostrar que la constante mágica (*M*) de este orden, calculada mediante la fórmula general $M = \frac{n(n^2+1)}{2}$, da como resultado exacto 34. La técnica visual e intelectual que Durero exige al espectador es la adición algorítmica: comprobar que no solo las filas, columnas y diagonales principales suman 34, sino que esta constante se mantiene en los cuatro cuadrantes, en los cuatro números centrales y en las cuatro esquinas del cuadrado. Además, como alarde combinatorio, las celdas centrales de la fila inferior revelan la fecha de la obra (15 y 14). La segunda tarea (*T2*) es de naturaleza estereométrica: identificar la morfología del gran poliedro de piedra situado en primer plano. La técnica (τ) empleada por Durero es la talla dulce para lograr un escorzo que define un romboedro truncado, un sólido que desafía la regularidad platónica y que obliga al observador a reconstruir mentalmente los vértices ocultos basándose en las leyes de la geometría descriptiva incipiente.
- **Tecnología ($\boldsymbol{\theta}$):** La validación tecnológica en *Melencolia I* es fascinante porque Durero incluye las *herramientas* de la praxis dentro de la propia imagen: el compás que sostiene el ángel melancólico, la regla en el suelo, el tintero, la balanza (equilibrio de masas) y el reloj de arena (medición del tiempo continuo). Todos estos instrumentos actúan como metadatos visuales; justifican que el caos aparente de la escena está regido por la medición exacta. El cuadrado mágico (que incluye la fecha de creación, 1514, en su base) es la tecnología aritmética suprema que demuestra el orden racional del universo frente a la frustración humana.
- **Teoría ($\boldsymbol{\Theta}$):** La matriz revela una transición teórica. Por un lado, la aritmética combinatoria (heredada de la tradición algebráica) y, por otro, los albores de lo que más tarde cristalizaría como geometría descriptiva incipiente (el estudio de las propiedades que se conservan tras la proyección de un cuerpo en un plano), de la cual Durero fue un pionero absoluto con su tratado *Underweysung der Messung*.

5.4. Caso 4: Wenzel Jamnitzer (1568). *Perspectiva corporum regularium*

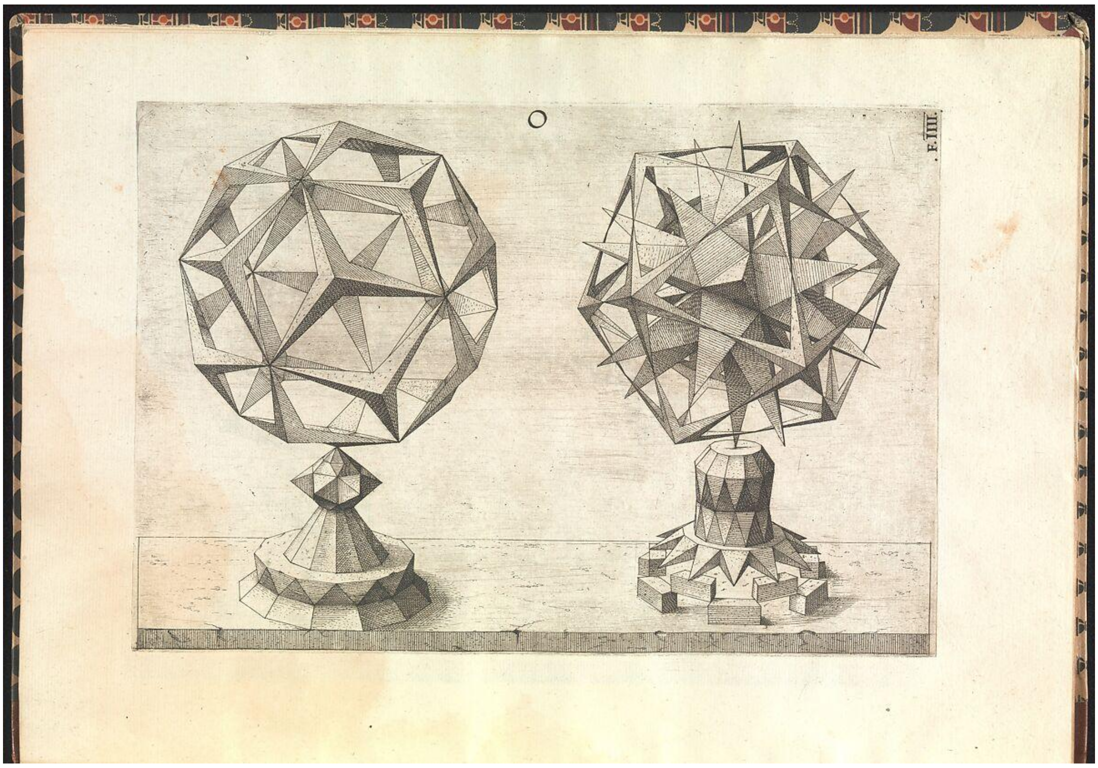

Figura 4. Wenzel Jamnitzer, 1568, *Perspectiva corporum regularium.* La obra evidencia el virtuosismo de la técnica calcográfica (τ) para representar escorzos hipercomplejos que plantean la tarea (T) de generación morfológica de poliedros. La tecnología visual (θ) del claroscuro y la seriación de figuras legitima estas formas mutantes, anticipando intuitivamente praxeologías del diseño paramétrico y generativo contemporáneo (Θ). The Metropolitan Museum of Art (https://www.metmuseum.org/art/collection/search/339008). Reproducción en dominio público.

La obra del orfebre y grabador Wenzel Jamnitzer representa un momento de virtuosismo extremo en la historia de la geometría visual. Su tratado no busca explicar los sólidos platónicos básicos, sino explorar sus mutaciones y derivaciones morfológicas a través del grabado calcográfico.

- **Tipo de Tarea (*T*):** La tarea matemática que Jamnitzer se autoimpone es la generación combinatoria de poliedros estrellados y anidados. El problema no es meramente representativo, sino estructural: consiste en someter a los cinco sólidos platónicos a operaciones sistemáticas de truncamiento y estelación manteniendo la coherencia espacial. De forma intuitiva y puramente visual, Jamnitzer está operando con las variables que, casi dos siglos después, Leonhard Euler formalizaría en su célebre fórmula para poliedros convexos:

$$V-E+F=2$$

donde V representa los vértices, E las aristas y F las caras. La tarea de Jamnitzer es, por tanto, una manipulación extrema de estas variables estructurales (V, E, F) sin que la estructura proyectiva colapse en el papel.

- **Técnica (τ):** Jamnitzer emplea una técnica de perspectiva cónica de altísima precisión matemática, ejecutada a través del grabado sobre matrices de cobre. La técnica visual implica un control absoluto del escorzo, donde aristas hipercomplejas (con decenas de vértices) convergen con exactitud hacia puntos de fuga no siempre explícitos en la página, pero matemáticamente rastreables.

- **Tecnología (θ):** El discurso visual que legitima la corrección de estas formas mutantes reside en dos elementos: la seriación algorítmica y el uso del claroscuro. Jamnitzer presenta las figuras en series evolutivas (de lo simple a lo complejo), lo que actúa como una demostración visual paso a paso de la transformación geométrica. Además, el sombreado riguroso de las oquedades y los poliedros anidados (sólidos dentro de sólidos) es la tecnología visual que convence al cerebro de la existencia espacial de volúmenes que, en muchos casos, eran imposibles de fabricar físicamente en su época.

- **Teoría (*Θ*):** La praxeología se inscribe en la intersección de la Geometría Proyectiva manierista y un estudio espacial combinatorio. Al diseccionar las caras y prolongar las aristas (*E*) para crear nuevos vértices (*V*) en el espacio vacío, Jamnitzer utiliza las matemáticas como un lenguaje combinatorio infinito, anticipando conceptualmente el comportamiento de las redes cristalinas.

5.5. Caso 5: Oliver Byrne (1847). *The first six books of the Elements of Euclid*

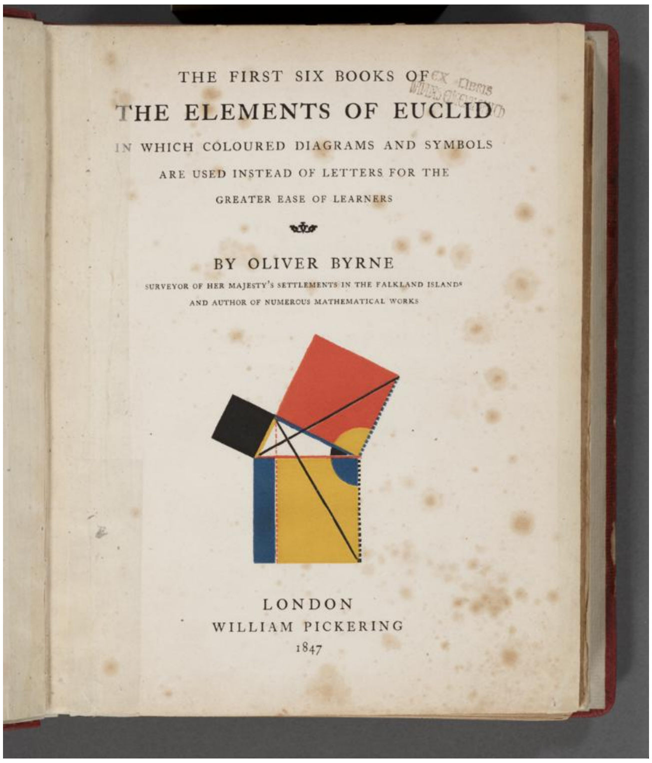

Figura 5. *O. Byrne, 1847, De The First Six Books of the Elements of Euclid (p. 49), William Pickerin. Demostración del Teorema de Pitágoras* (*Proposición 47, Libro I*). La obra sustituye la notación alfanumérica por una técnica de codificación cromática (*τ*), transformando la tarea (*T*) de demostración lógica euclidiana en una experiencia puramente perceptiva. El uso de colores primarios actúa como tecnología visual (*θ*) para sostener la teoría geométrica (*Θ*) sin mediación textual. Wikimedia Commons (https://commons.wikimedia.org/wiki/File:8106-1ByrneTP.png). En el dominio público.

La edición de Byrne de los *Elementos* de Euclides constituye uno de los casos más fascinantes de transposición didáctica de la historia. Byrne elimina casi por completo el lenguaje alfanumérico (las letras A, B, C que designan ángulos o vértices) y lo sustituye por un sistema de diseño gráfico puro.

- **Tipo de Tarea (*T*):** La tarea es puramente lógico-demostrativa: probar la veracidad de los teoremas axiomáticos de Euclides (por ejemplo, el Teorema de Pitágoras) sin depender del intelecto lingüístico, apelando directamente a la aprehensión visual del alumno.

- **Técnica (*τ*):** Byrne utiliza la técnica de la cromoxilografía (impresión mediante bloques de madera en color y tipos de metal) para asignar colores primarios sólidos (rojo, amarillo, azul) y negro a entidades geométricas elementales (líneas, ángulos, áreas). La demostración avanza alineando estos bloques de color en el espacio de la página.

- **Tecnología (θ):** Aquí, la tecnología (θ) que justifica la técnica es el principio de constancia visual y sustitución isomórfica. Si un triángulo amarillo es igual a un triángulo azul, Byrne los coloca en la ecuación visual separados por un signo de igual (=). El color actúa como la variable lógica inmutable. La impecable limpieza del diseño de la página, sin superposiciones confusas, es el argumento visual que valida la pureza del razonamiento euclidiano. La imagen *es* la demostración.
- **Teoría (Θ):** La matriz teórica es la Geometría Euclidiana clásica, pero filtrada a través de un naciente paradigma de la Lógica Simbólica y anticipando de manera asombrosa los principios pedagógicos de la Bauhaus y el movimiento *De Stijl*, donde la forma pura y el color primario son los portadores universales de la verdad.

5.6. Caso 6: M. C. Escher (1958). *Regular Division of the Plane*

Descripción visual de la obra *Regular Division of the Plane* (M. C. Escher, 1958)

Nota: Por restricciones de derechos de autor, se omite la reproducción gráfica de esta obra. El original puede consultarse en el archivo de la Fundación M. C. Escher (https://mcescher.com/gallery/symmetry/).

Visualmente, la xilografía presenta un teselado o mosaico bidimensional donde una serie de motivos figurativos entrelazados (habitualmente aves o peces de tonos contrastados) encajan perfectamente entre sí sin dejar espacios vacíos. El contorno que delimita a una figura clara conforma, al mismo tiempo, el límite exacto de la figura oscura adyacente. En esta composición, el espacio negativo se convierte en espacio positivo de forma rítmica e ininterrumpida.A nivel praxeológico, esta estructura visual materializa la técnica de la reflexión deslizada (τ) para resolver la tarea (T) de partición regular del plano. En este sentido, la tecnología visual (θ)) de la metamorfosis figura-fondo transpone gráficamente las praxeologías propias de la cristalografía y la topología matemática moderna (Θ), demostrando que la acción artística opera aquí como una forma de pensamiento puramente geométrico.

Con el holandés M. C. Escher, la representación visual da un salto definitivo hacia la geometría contemporánea. Su obra gráfica se alinea —con sorprendente rigor— con los postulados teóricos que cristalógrafos y geómetras formalizaban en aquella misma época. No fue simple ensayo y error. Todo parece indicar que su manejo de las isometrías del plano superaba la mera práctica empírica; como bien documenta Schattschneider (2004), el artista logró sistematizar, mediante el dibujo, los 17 grupos cristalográficos. La teoría matemática toma forma exacta sobre el papel.

- **Tipo de Tarea (T) y Técnica (τ):** La tarea fundamental planteada es la partición o teselación regular del plano infinito sin dejar fisuras espaciales. Para resolver este problema matemático, Escher aplica visualmente las isometrías del plano euclidiano. La técnica gráfica requiere el dominio absoluto de las cuatro transformaciones geométricas que conservan las distancias y los ángulos: traslación, rotación, reflexión (simetría axial) y reflexión deslizada. El encaje milimétrico de las figuras (donde el contorno exterior de un reptil es el interior de otro) exige aplicar estas isometrías como funciones matemáticas precisas sobre el plano coordenado bidimensional.
- **Tecnología (θ):** La justificación visual del teorema de Escher reside en el contraste figura-fondo y en la repetición ininterrumpida que se corta abruptamente en los márgenes del papel. Al alternar colores (positivo/negativo), Escher proporciona al espectador la prueba visual de que ambas formas son idénticas y equivalentes. Como sugiere Vergara-Vidal (2025), la simetría opera aquí como un recurso conceptual para organizar regímenes de semejanza, convenciendo al observador de la infinitud del patrón más allá del papel.
- **Teoría (Θ):** A diferencia de los casos anteriores, la obra de Escher abandona la tradición clásica para adentrarse en la matemática contemporánea. Su marco teórico es la Teoría de Grupos, explorando de forma gráfica los 17 grupos cristalográficos del plano (los denominados *wallpaper groups* o grupos de

simetría plana), que agotan matemáticamente todas las formas posibles de teselar una superficie bidimensional euclidiana. Además, esta praxeología visual sentó las bases para sus posteriores exploraciones en la geometría no euclidiana, donde Escher aplicaría estos mismos principios al modelo del disco de Poincaré para representar visualmente el infinito hiperbólico.

5.7. Síntesis cruzada de resultados: La Matriz Praxeológica Visual

Agrupar los datos dispersos facilita enormemente la lectura comparada. Con esta intención, hemos condensado los resultados de los seis casos en una matriz de síntesis (Tabla 1). El cuadro resume la aplicación del esquema analítico de Chevallard (T, τ, θ, Θ) a cada pieza gráfica; además, incorpora una variable prospectiva ineludible —su viabilidad real como recurso de transposición didáctica— dentro del marco STEAM contemporáneo. Todo un reto aplicativo.

Al cruzar visualmente todo este conjunto empírico, emerge un patrón claro. La evidencia parece indicar que, conforme el marco teórico matemático (Θ) se vuelve históricamente más intrincado, las estrategias de validación gráfica (θ) desplegadas por los autores también elevan su sofisticación. El tránsito resulta evidente. Las composiciones abandonan el confort de la simple simetría mimética; empiezan a ensayar mecanismos perceptivos más exigentes, desde el uso estructural de la lógica cromática hasta la constante fricción óptica entre la figura y el fondo.

Tabla 1. Matriz de Síntesis Praxeológica Comparada de los seis casos de estudio

Caso de Estudio (Autor / Obra)	**Tipo de Tarea (T)**	**Técnica Visual (τ)**	**Tecnología Justificativa (θ)**	**Paradigma Teórico (Θ)**	**Potencialidad Didáctica (STEAM)**
1. Da Vinci (*Hombre de Vitruvio, ca. 1490*)	Fraccionar y cuadrar el cuerpo humano irregular en figuras planas perfectas.	Trazado instrumental explícito (compás, regla), marcas de incisión proporcionales.	Simetría axial, desdoblamiento cinemático de los miembros.	Neoplatonismo, Geometría Euclidiana clásica (conmensurabilidad).	Introducción al concepto de escala, proporción armónica y antropometría geométrica.
2. Pacioli / Da Vinci (*De divina proportione, 1509*)	Representar bidimensionalmente la estructura interna y externa de poliedros.	*Poliedro vacuus* (esqueletización tridimensional de las aristas).	Claroscuro focal, gradación de grosor en aristas para simular profundidad.	Teoría de las proporciones (número áureo), Cosmología Platónica.	Modelado 3D analógico/digital, comprensión estructural de la relación vértice-arista-cara.
3. Durero (*Melencolia I, 1514*)	Resolver problemas aritmético-combinatorios y de estereometría espacial.	Adición sistemática matricial, talla dulce para escorzo poliédrico.	Inclusión de instrumentos de medición en la escena, iluminación geométrica estricta.	Aritmética combinatoria, albores de la Geometría Proyectiva.	Resolución gráfica de problemas de combinatoria, perspectiva cónica a múltiples puntos de fuga.
4. Jamnitzer	Generación de poliedros	Grabado calcográfico de	Seriación algorítmica	Geometría Proyectiva	Introducción visual a la

Caso de Estudio (Autor / Obra)	Tipo de Tarea (T)	Técnica Visual (τ)	Tecnología Justificativa (θ)	Paradigma Teórico (Θ)	Potencialidad Didáctica (STEAM)
(*Perspectiva corporum regularium, 1568*)	complejos y anidados mediante mutación topológica.	altísima precisión, escorzo hipercomplejo.	evolutiva, sombreado denso de oquedades y volúmenes internos.	manierista, estudio espacial combinatorio.	geometría generativa, diseño paramétrico y transformaciones booleanas.
5. Byrne (*Elementos de Euclides, 1847*)	Demostrar teoremas axiomáticos prescindiendo del lenguaje alfanumérico.	Cromoxilografía, diseño gráfico de bloques de color primario en el plano.	Constancia visual cromática, sustitución isomórfica y asilamiento en la página.	Lógica simbólica, Geometría Euclidiana abstracta (anticipación Bauhaus).	Aplicación de la teoría del color a la lógica de conjuntos; diseño de infografías científicas.
6. M. C. Escher (*Regular Division of the Plane, 1958*)	Teselación infinita del plano regular sin superposiciones ni vacíos espaciales.	Aplicación gráfica de isometrías (traslación, rotación, reflexión y deslizamiento).	Contraste continuo figura-fondo (positivo/negativo), corte abrupto en los márgenes.	Geometría Euclidiana y Teoría de Grupos (17 grupos cristalográficos del plano)	Enseñanza de transformaciones isométricas, geometría transformacional y creación algorítmica de patrones.

Fuente: Elaboración propia.

Como evidencia la Tabla1, el análisis cruzado (Stake, 2006) corrobora que la variable tecnológica (θ) es el verdadero motor didáctico de la imagen. No es la presencia del objeto geométrico lo que enseña matemáticas al observador, sino la argumentación gráfica (el claroscuro, el uso del color primario, la seriación) que el artista despliega para convencer de la veracidad de la tarea (T). Asimismo, la última columna de la matriz subraya el altísimo valor instrumental de estas obras para el currículo contemporáneo, demostrando que la transposición didáctica de las matemáticas en el arte no tiene por qué limitarse al mero reconocimiento de formas geométricas básicas.

6. Discusión

Desplegar la Matriz Praxeológica Visual sobre nuestra selección histórica ha arrojado datos sumamente interesantes. Vamos más allá de hacer un simple inventario de saberes matemáticos ocultos en el lienzo. Los resultados apuntan a una interpretación más amplia: las imágenes analizadas no funcionan como meras ilustraciones decorativas de un conocimiento previo. Son verdaderos artefactos epistémicos. Ellas mismas generan, estructuran y validan esa lógica matemática de forma visual. Todo ocurre sobre el papel.

6.1. La viabilidad y potencia del análisis praxeológico visual

Visto desde la metodología, el estudio demuestra la permeabilidad de la TAD cuando la sacamos de su zona de confort. Al empujar el modelo de Chevallard (1999) hacia la semiótica visual, constatamos algo muy valioso; el bloque práctico-técnico (T, τ) y el teórico (θ, Θ) no necesitan estrictamente el lenguaje alfanumérico para cristalizar. Esta lectura gráfica de la TAD sintoniza a la perfección con la propia evolución de la teoría (Bosch & Gascón, 2006). Hoy entendemos la actividad matemática como un sistema de prácticas situadas —un quehacer que desborda con creces las paredes del aula tradicional—.

Si miramos a Oliver Byrne o M. C. Escher, resulta evidente cómo el color, el diseño o la geometría bidimensional asumen el rol de la tecnología (θ). Es decir, construyen un discurso visual muy sólido que justifica la técnica (τ) y convence al espectador de que la tarea geométrica (T) está bien resuelta. Todo cuadra. Este hallazgo amplía los horizontes de la didáctica matemática, demostrando que el aprendizaje no depende exclusivamente del lenguaje escrito. Además, dota a los estudios visuales de una herramienta analítica objetiva; por fin podemos sortear la dicotomía habitual entre contemplar una imagen por su belleza o escrutarla con rigor analítico.

6.2. De la aplicación instrumental a la forma simbólica

Nuestros resultados enlazan de forma natural con la literatura histórica. Respaldan el planteamiento de Panofsky (2003) sobre la perspectiva como forma simbólica, pero —y aquí reside la verdadera aportación— le añaden una capa didáctica muy operativa. La historiografía clásica (Kemp, 1990; Wittkower, 1995) lleva décadas documentando la innegable influencia de la geometría en el arte. Nuestro análisis praxeológico, en cambio, explica exactamente cómo se materializa dicha influencia.

Al desmontar *Melencolia I* de Durero o las láminas de Jamnitzer, resulta probable que el autor no se limitara a aplicar fórmulas asépticas. El artista estaba, de hecho, haciendo matemáticas con el buril y la plancha de cobre. La imagen actúa aquí como un territorio fronterizo. La geometría proyectiva incipiente (Θ) encontró su primera validación tecnológica (θ) no en cálculos puramente analíticos, sino en la percepción directa del claroscuro, la sombra y el escorzo. Parece sensato afirmar que el arte renacentista y manierista operó como el gran laboratorio primigenio para enseñar la geometría moderna.

6.3. Implicaciones para una educación artística interdisciplinar (STEAM)

El mayor valor de todo esto apunta directamente a las aulas de hoy. En concreto, al diseño de programas que mezclan varias asignaturas. Como mencionamos al principio, autores como Efland (2002) ya nos avisaron de que las disciplinas viven demasiado aisladas. A veces, las propuestas STEAM (Guyotte, 2020) resultan un tanto superficiales porque les falta un anclaje sólido. Juntar matemáticas y plástica no debería consistir en decorar prismas de cartón o buscar el número áureo en fotos de internet para pasar el rato. Hay que ir a la raíz.

El enfoque integrador que caracteriza al modelo educativo STEAM contemporáneo no surge de un vacío metodológico. Si asumimos que "cada nueva idea se deriva de la anterior" (Luarsabishvili, 2025, p. 421), resulta evidente que esta propuesta didáctica no representa una ruptura radical en la historia de la educación. Se trata, más bien, de una reinterpretación moderna del mismo impulso epistémico por unificar la geometría, la materia y el arte que ya guiaba los talleres de Da Vinci o Durero.

Proponemos, por tanto, un cambio de enfoque claro. La integración debe darse en la propia acción, a nivel praxeológico. Usar estas imágenes históricas para formar a docentes y artistas permite abordar la geometría no como un listado de reglas abstractas, sino como un motor real de la cultura visual. Proponer al alumnado el reto de descifrar a Byrne o las teselaciones de Escher usando el esquema T, τ, θ, Θ fomenta un pensamiento genuinamente complejo. Es un reto mayúsculo. Así, el arte recupera su estatus como materia de conocimiento; al mismo tiempo, las matemáticas pierden rigidez al mostrarse como una vía excelente para entender la estética de nuestro entorno.

6.4. De la Matriz al Aula: Propuestas de Transposición Didáctica STEAM

Validar nuestra matriz serviría de muy poco si el método se quedara guardado en un cajón académico. Necesita bajar a la realidad de los centros educativos. La transición del STEM al STEAM (Maeda, 2013; Yakman, 2008) busca precisamente que la creación artística no sea un mero adorno para la ciencia; debe actuar como la tecnología que hace visibles los conceptos abstractos. Con demasiada frecuencia, esa "A" de Arte acaba marginada en la práctica diaria —relegada a colorear acríticamente un proyecto de ingeniería (Acaso, 2009; Guyotte, 2020)—.

Para corregir esta inercia instrumentalista, la matriz analizada debe operar como motor de diseño curricular. Las siguientes tres situaciones de aprendizaje demuestran cómo aterrizar estas lógicas históricas en el aula actual de Artes Plásticas y Diseño:

- Propuesta 1. Geometría Lógica y Diseño de la Información (a partir de Oliver Byrne): Pensada para Secundaria o primeros cursos de Diseño. En lugar de memorizar axiomas alfanuméricos, planteamos al alumno la tarea (*T*) de demostrar el Teorema de Pitágoras prescindiendo por completo de letras o números. Cero texto. Utilizando programas vectoriales o técnica de collage (τ), deben asignar tonos primarios a las áreas y ángulos, creando una infografía lógica. El debate en clase no versará sobre cuentas matemáticas; se centrará en la tecnología visual (θ). Analizarán cómo el color actúa como una variable inmutable y cómo un diseño gráfico depurado sirve, por sí solo, de argumento para explicar la lógica deductiva (Θ).

- Propuesta 2. Geometría Transformacional y Transformaciones Isométricas (a partir de M. C. Escher): Diseñada para el segundo ciclo de Educación Secundaria o Bachillerato Artístico, en el marco de proyectos interdisciplinares entre Educación Plástica y Matemáticas. Tradicionalmente, se despacha a Escher pidiendo a la clase que copie un patrón. El enfoque praxeológico exige redefinir la tarea (*T*): hay que teselar el plano inventando un módulo propio. Los estudiantes usan grabado en linóleo o estampación manual (τ); esta fricción física les obliga a interiorizar mecánicamente las isometrías del plano —rotación, reflexión, traslación—. El aprendizaje real se produce cuando comprenden que la regla geométrica de compensación de áreas (θ) es la prueba palpable de que las leyes estructurales de la Teoría de Grupos (Θ) funcionan sin error. El taller se vuelve un laboratorio táctil.

- Propuesta 3. Estructura Espacial y Modelado (a partir de Pacioli / Da Vinci): Dirigida a Bachillerato Artístico o Dibujo Técnico. La tarea (*T*) consiste en comprender la estructura interna de poliedros complejos, como el icosaedro truncado. En vez de construir figuras opacas, recuperamos el concepto da vinciano del poliedro *vacuus* (τ). Instamos a construir los volúmenes usando solo varillas y nodos (impresión 3D) o software CAD en vista de alambre. Cambiamos el foco. Desplazamos la atención desde la simple manualidad hacia la pura comprensión estructural (Θ); permitimos que el alumno verifique visualmente la ecuación de Euler ($V-E+F=2$) al manipular directamente las aristas y vértices vaciados de materia (θ). Es geometría transparente.

Estas tres propuestas evidencian algo clave. La obra gráfica, si se lee con las herramientas adecuadas, supone una cantera inagotable para diseñar clases distintas. Asumir de verdad el modelo STEAM implica exigir al alumno un papel activo; debe adoptar el mismo rol investigador que tuvieron Da Vinci, Durero o Escher. Se trata, en definitiva, de pensar geométricamente a través de la materia.

7. Conclusiones

Urge superar el uso puramente instrumental del arte en los modelos educativos interdisciplinares. Esa fue nuestra premisa de partida. Al someter un corpus visual de cinco siglos a la Matriz Praxeológica Visual, los resultados trascienden la simple catalogación histórica: la imagen opera, indiscutiblemente, como un artefacto epistémico de pleno derecho.

Lejos de conformarse como un mero receptáculo estético, la obra plástica es un medio didáctico autónomo. Piezas como las de Durero o Escher no ilustran pasivamente una regla matemática ajena; la ejecutan. La resuelven y la validan mediante tecnologías visuales específicas (θ). El claroscuro proyectado, la perspectiva *vacuus* o el contraste tenso entre figura y fondo escapan de la categoría de ornamento para funcionar como verdaderos mecanismos de prueba. Legitiman tareas geométricas (*T*) de extrema exigencia conceptual, desde la combinatoria plana hasta la complejidad tridimensional, materializando visualmente principios lógicos.

La herramienta analítica derivada de Chevallard muestra una robustez notable. Ha permitido diseccionar con idéntico rigor empírico un grabado en cobre del siglo XVI y una cromoxilografía del XIX. Esta mirada diacrónica confirma un patrón estructural subyacente: aunque el marco teórico general (Θ) mute de forma drástica del neoplatonismo clásico a la lógica simbólica, la transposición visual de esa estructura praxeológica se mantiene asombrosamente estable. La matriz ha mostrado ser un instrumento versátil para interrogar cualquier estrato de la cultura visual sin perder rigor científico.

En el ámbito formativo, esta perspectiva desmantela de raíz el currículo STEAM meramente decorativo. La interdisciplinariedad exige acción. Ocurre cuando el estudiante asume esa doble identidad histórica de artista y matemático. No se trata de que los alumnos midan estampas antiguas con una regla buscando proporciones muertas; el objetivo es que construyan conocimiento a través de la forma. Vincular conceptos densos —como la ecuación de Euler o las isometrías espaciales— con la práctica pura del taller transforma el aprendizaje. Las matemáticas se humanizan al volverse tangibles y el arte recupera su densidad intelectual. Ambas esferas retoman su dignidad original como lenguajes para entender el entorno.

Finalmente, la validación de esta matriz sobre formatos artísticos del pasado abre una vía de trabajo ineludible para la era algorítmica. El arte generativo, la visualización masiva de datos y la inteligencia artificial exigen nuevas lecturas. Si los grabados manieristas funcionaron como el gran laboratorio de la geometría moderna, urge averiguar cómo las pantallas reconfiguran hoy esa transposición didáctica. Debemos aprender a descifrar el código matemático que sostiene la tecnocultura contemporánea. Reivindicar la inteligencia estructural de la mirada desmonta la fractura ilusoria entre la simple emoción artística y el cálculo mecanizado. Reintegrar ambos dominios hace mucho más que mejorar un programa académico: rescata una modalidad de pensamiento complejo indispensable para leer los desafíos del siglo XXI.

Referencias

Acaso, M. (2009). *La educación artística no son manualidades: Nuevas prácticas en la enseñanza de las artes y la cultura visual*. Libros de la Catarata.

Alberti, L. B. (1991). *On painting* (C. Grayson, Trad.). Penguin Books. (Obra original redactada en 1435).

Bosch, M. & Gascón, J. (2006). Twenty five years of the didactic transposition. *ICMI Bulletin 58,* 51-65.

Boyer, C. B. (1991). *A history of mathematics* (2.ª ed.). John Wiley & Sons.

Burnard, P. & Colucci-Gray, L. (2019). *Why science and art creativities matter.* (*Re-*)*Configuring STEAM for future-making education.* Brill/sense. https://doi.org/10.1163/9789004421585

Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. La Pensée Sauvage.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 19*(2), 221-266. https://revue-rdm.com/1999/l-analyse-des-pratiques/

Chevallard, Y. (2006). Steps towards a new epistemology in mathematics education. En M. Bosch (Ed.), *Proceedings of the 4th Conference of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 21-30). Barcelona, Spain: CERME 4. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=95

Chevallard, Y., Bosch, M. & Gascón, J. (1998). *Estudiar matemáticas: el eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. I.C.E Universitat Barcelona.

Couso, D. & Simarro, C. (2020). STEM education through the epistemological lens. En A C. C. Johnson, M. J. Mohr-Schroeder, T. J. Moore & L. D. English (Eds.), *Handbook of Research on STEM Education* (pp. 17–28). Routledge. https://doi.org/10.4324/9780429021381-3

Da Vinci, L. (1986). *Tratado de pintura* (Á. González García, Trad.). Akal. (Obra original publicada ca. 1490-1519).

Denzin, N. K. & Lincoln, Y. S. (Eds.). (2018). *The SAGE handbook of qualitative research* (5.ª ed.). SAGE Publications.

Durero, A. (1977). *The painter's manual : a manual of measurement of lines, areas, and solids by means of compass and ruler assembled by Albrecht Dürer for the use of all lovers of art with appropriate illustrations arranged to be printed in the year MDXXV*. Abaris Books.

Efland, A. D. (2002). *Una historia de la educación del arte: Tendencias intelectuales y sociales en la enseñanza de las artes visuales*. Paidós.
Escher, M. C. (1958). *Regular division of the plane.* Stichting 'De Roos'
Field, J. V. (1997). *The invention of infinity: Mathematics and art in the Renaissance*. Oxford University Press.
Flick, U. (2015). *El diseño de investigación cualitativa*. Ediciones Morata.
Gascón, J. (2003). La necesidad de utilizar modelos en didáctica de las matemáticas. *Educação Matemática Pesquisa*, *5*(3), 11-37.
Ghyka, M. (1992). *El número de oro: Ritos y ritmos pitagóricos en el desarrollo de la civilización occidental*. Poseidón.
Guyotte, K. W. (2020). Toward a Philosophy of STEAM in the Anthropocene. *Educational Philosophy and Theory*, *52*(7), 769–779. https://doi.org/10.1080/00131857.2019.1690989
Kemp, M. (1990). *The science of art: Optical themes in western art from Brunelleschi to Seurat*. Yale University Press.
Kline, M. (1972). *Mathematical thought from ancient to modern times*. Oxford University Press.
Luarsabishvili, V. (2025). La vitalidad de la filosofía griega: una conversación con Pierre Aubenque, Alexandre Kojève y Merab Mamardashvili. *Bajo Palabra*, (40), 417–432. https://doi.org/10.15366/bp2025.40.021
Maeda, J. (2013). *STEM to STEAM: Art in K-12 Is Key to Building a Strong Economy*. Edutopia. https://www.edutopia.org/blog/stem-to-steam-strengthens-economy-john-maeda
Pacioli, L. (1509/2017). *La divina proporción*. Edición digital EPL. https://archive.org/details/pacioli-luca.-la-divina-proporcion-epl-fs-1509-2017/page/118/mode/2up
Pallarès-Piquer, M. (2020). Educación humanizada. Una aproximación a partir del legado de Heinrich Rombach. *Estudios sobre Educación*, *38*, 9–27. https://doi.org/10.15581/004.38.9-27
Panofsky, E. (2003). *La perspectiva como forma simbólica* (V. L. Cirlot, Trad.). Tusquets. (Obra original publicada en 1927). https://archive.org/details/panofsky-e.-la-perspectiva-como-forma-simbolica-ocr-1927-2003
Riffo-Pavón, I. & Carretero, E. (2025). El imaginario en Cornelius Castoriadis y Gilbert Durand: Un distanciamiento radical. *Cinta De Moebio. Revista De Epistemología De Ciencias Sociales*, (83). https://cintademoebio.uchile.cl/index.php/CDM/article/view/82138
Schattschneider, D. (2004). *M.C. Escher: Visions of Symmetry*. Harry N. Abrams. https://archive.org/details/mceschervisionso0000scha_a2a3/page/n5/mode/2up
Stake, R. E. (2006). *Multiple case study analysis*. Guilford Press. https://www.guilford.com/excerpts/stake.pdf?t=1
Vergara-Vidal, J. (2025). Generalización y simetría: Una discusión sobre su utilidad conceptual para el estudio de fenómenos heterogéneos. *Cinta De Moebio. Revista De Epistemología De Ciencias Sociales*, (83). https://cintademoebio.uchile.cl/index.php/CDM/article/view/82143
Wittkower, R. (1995). *La arquitectura en la edad del humanismo*. Alianza Editorial. (Obra original publicada en 1949).
Yakman, G. (2008). *STEAM Education: An overview of creating a model of integrative education.* Pupils Attitudes Towards Technology 2008 Annual Proceedings, 1–28.